基于非负约束 L_1-范数正则化的乳腺扩散光学层析成像重建方法

王兵元[1] 陈玮婷[1] 马文娟[2] 祁 瑾[1,2] 张丽敏[1,3] 赵会娟[1,3] 高 峰[1,3]

[1]天津大学精密仪器与光电子工程学院，天津 300072

[2]天津医科大学肿瘤医院，天津 300060

[3]天津市生物医学检测技术与仪器重点实验室，天津 300072

摘要 在乳腺扩散光学层析成像中，L_1-范数正则化的引入大幅改善了重建图像的质量，但目标函数的不可导性使得最优化过程异常困难。提出了一种新的基于非负约束 L_1-范数正则化的重建方法。非负先验信息的引入使得目标函数的一阶梯度变得简单易求，最优化过程得以简化和加速。数值模拟和仿体实验均表明，相对于传统正则化重建方法，该方法可简单、快速地获得更高质量的重建图像。

关键词 医用光学；乳腺扩散光学层析成像；图像重建；正则化；非负先验信息

中图分类号 O436.2 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.1117002

Reconstruction Method of Breast Diffuse Optical Tomography Based on Non-Negative-Constraint L_1-Norm Regularization

Wang Bingyuan[1] Chen Weiting[1] Ma Wenjuan[2] Qi Jin[1,2]
Zhang Limin[1,3] Zhao Huijuan[1,3] Gao Feng[1,3]

[1] *School of Precision Instruments and Opto-Electronics Engineering, Tianjin University, Tianjin* 300072, *China*

[2] *Cancer Institute and Hospital, Tianjin Medical University, Tianjin* 300060, *China*

[3] *Tianjin Key Laboratory of Biomedical Detecting Techniques and Instruments, Tianjin* 300072, *China*

Abstract In breast diffuse optical tomography, the introduction of the L_1-norm regularization greatly improves the quality of the reconstructed image. However, the non-differentiable property of the objective function leads to exceeding difficulty in the optimization process. A new reconstruction method based on the L_1-norm regularization with the non-negative restriction is proposed. To easily solve the first-order gradient of the objective function, the non-negative prior information is introduced. The optimization process is then well simplified and accelerated. Both the numerical simulations and the phantom experiments demonstrate that this new method can obtain much better results than the conventional regularization methods, and its process is more simple and faster.

Key words medical optics; breast diffuse optical tomography; image reconstruction; regularization; non-negative prior information

OCIS codes 170.3010; 170.4580; 100.3190

1 引 言

扩散光学层析成像(DOT)作为一种无创的功能性成像方法，广泛应用于乳腺肿瘤诊断、脑功能检测等

收稿日期：2016-05-04；**收到修改稿日期**：2016-07-07

基金项目：国家自然科学基金(15JCZDJC31800，15JCQNJC14500)、天津市应用基础及前沿技术研究计划(15JCZDJC31800，15JCQNJC14500)

作者简介：王兵元(1988—)，男，博士研究生，主要从事生物医学光子学成像方面的研究。

E-mail：wangbingyuan@tju.ecu.cn

导师简介：赵会娟(1963—)，女，博士，教授，博士生导师，主要从事组织光学和生物医学光子学成像方面的研究。

E-mail：huijuanzhao@tju.ecu.cn(通信联系人)

领域[1-3]。乳腺 DOT 图像重建的逆向问题不仅是病态的，而且是严重欠定的[4-5]。临床研究表明，乳腺肿瘤常表现为局部分布特性，即乳腺肿瘤只占整个乳腺的很小一部分，其余绝大部分乳腺组织都是健康的[3,5]。若把正常乳腺组织的光学参数作为背景值，光学参数的相对变化在空间分布上是稀疏的或是可压缩的[5-6]。近年来，研究者们开始使用稀疏先验信息对乳腺 DOT 图像重建过程进行稀疏正则化，这是一种获取稳定近似解的有效方法[7]。

在 DOT 图像重建中，L_1-范数最早被用于描述稀疏性，之后出现很多基于 L_1-范数的重建算法，著名的基追踪去噪法和套索法为出现较早的两种方法[8]。此后，Beck 等[9]提出了快速迭代收缩阈值法（FISTA）法，将高维最优化问题简化为一系列分离的一维最优化问题，但是当矩阵维度很大时，很难在最优化过程中对雅可比矩阵进行特征值分解以确定阈值；另外，该方法只利用了目标函数的部分梯度信息，求解速度比较慢。Efron 等[8]提出了同伦算法，通过计算所有非负正则化参数对应解的完整轨迹，寻求最优解。上述方法中涉及的目标函数都不可导，因此逆向问题求解过程十分困难。

本文构造了一种目标函数可导的基于非负约束 L_1-范数正则化的梯度投影算法（Non-Neg 法），简单易求的完整梯度信息可大幅简化并加速最优化求解过程。临床研究表明，与正常组织相比，乳腺肿瘤的血红蛋白含量更高，乳腺肿瘤部位的吸收系数更大[3,5-6]。将这一非负性的先验信息（即乳腺肿瘤部位吸收系数相对于背景值的变化是非负的）应用于 L_1-范数稀疏正则化方法中，可使传统的基于 L_1-范数稀疏正则化方法中的目标函数由不可导变为可导。另外，考虑到此问题中矩阵的维度较高，涉及二阶梯度信息的方法不适用。本文采用基于一阶梯度信息的最速下降法对目标函数进行最优化。该方法的优点是不涉及矩阵求逆，占用少量计算机内存，计算速度快；该方法存在的不足是在接近最优解的时候收敛速度减缓。分别使用数值模拟和仿体实验验证该方法，并且将其结果与传统的 L_1-范数稀疏正则化方法所得结果作对比，证明该方法耗时更短，重建图像质量更高。

2　基于非负约束 L_1-范数正则化的重建方法

在 DOT 中，常用扩散方程[2-3,5]描述光在组织中的传输规律，并使用有限元法求解扩散方程得到组织体边界光流量 $\boldsymbol{\Gamma}$。当组织体内约化散射系数不变且吸收系数变化量 $\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}$ 足够小时，边界光流量的变化量 $\delta\boldsymbol{\Gamma}$ 和 $\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}$ 近似满足[2]

$$\delta\boldsymbol{\Gamma}=\boldsymbol{J}\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}+\boldsymbol{n}, \tag{1}$$

式中 $\delta\boldsymbol{\Gamma}\in\boldsymbol{R}_{m\times 1}$（$\boldsymbol{R}$ 为矩阵空间）；$\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}\in\boldsymbol{R}_{N_n\times 1}$；雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}$ 为 $\delta\boldsymbol{\Gamma}$ 相对于 $\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}$ 的敏感度，$\boldsymbol{J}\in\boldsymbol{R}_{m\times N_n}$，$\boldsymbol{J}_{i,j}=(\delta\boldsymbol{\Gamma}_i)/(\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}j})$，$m$ 和 N_n 分别为测量数据的个数和有限元剖分节点的个数；$\boldsymbol{n}$ 为测量过程中引入的测量误差（噪声）。

DOT 图像重建是对 $\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}$ 的求解过程[即求解(1)式]，是一个不适定的逆问题。在传统的求解 L_1-范数稀疏正则化问题的方法中，(1)式的求解常被转化为含有 L_1-范数正则化项的最优化问题：

$$\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}^{*}=\arg\min_{\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}}\left[f(\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}})=\frac{1}{2}\|\delta\boldsymbol{\Gamma}-\boldsymbol{J}\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}\|_2^2+\lambda\|\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}\|_1\right], \tag{2}$$

式中 λ 为非负正则化参数。

根据(2)式，易求得保真项 $\frac{1}{2}\|\delta\boldsymbol{\Gamma}-\boldsymbol{J}\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}\|_2^2$ 的一阶梯度为 $\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{J}\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}-\delta\boldsymbol{\Gamma})$，但是在求正则化项的梯度 $\nabla\lambda\|\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}\|_1=\lambda\left[\frac{\partial|\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},1}|}{\partial\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},1}},\cdots,\frac{\partial|\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},j}|}{\partial\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},j}},\cdots,\frac{\partial|\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},N_n}|}{\partial\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},N_n}}\right]^{\mathrm{T}}$ 时，梯度分量 $\frac{\partial|\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},j}|}{\partial\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},j}}$ 在 $\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},j}\geqslant 0$ 处不可导，因此正则化项的梯度不可得。引入非负先验信息可有效克服这一障碍。具体地说，假设 $\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}\leqslant 0$，(2) 式中的正则化项 $\lambda\|\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}\|_1$ 可简化为 $\lambda\sum_{i=1}^{N_n}\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},i}$，从而求得正则化项的一阶梯度 $\nabla\lambda\|\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}\|_1=\lambda[1,1,\cdots,1]^{\mathrm{T}}$。(2)式可进一步简化为

$$\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}^{*}=\arg\min_{\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}\geqslant 0}\left[f(\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}})=\frac{1}{2}\|\delta\boldsymbol{\Gamma}-\boldsymbol{J}\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}\|_2^2+\lambda\sum_{i=1}^{N_n}\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}i}\right]。 \tag{3}$$

(3)式中的目标函数为凸函数且为一阶可导函数，为利用完整的一阶梯度信息进行最优化处理提供了理论基础。(3)式为有界约束的最优化问题，可采用最速下降法与有界约束相结合的梯度投影算法[8,10]进行求解。当约束优化问题中的约束条件为有界约束时，梯度投影算法非常有效。定义任意点 $\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}$ 在可行域$[\boldsymbol{l},\boldsymbol{u}]$中投影的第 i 个分量为

$$P(\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}},\boldsymbol{l},\boldsymbol{u})_i=\begin{cases}\boldsymbol{l}_i,\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}i}<\boldsymbol{l}_i\\ \delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}i},\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}i}\in[\boldsymbol{l}_i,\boldsymbol{\mu}_i]\\ \boldsymbol{\mu}_i,\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}i}>\boldsymbol{\mu}_i\end{cases}。\tag{4}$$

将沿着最速下降方向的点投影到可行域中，可以获取目标函数的分段线性路径，进而求得局部最优解。由于基于非负约束 L_1-范数正则化的梯度投影算法的有界约束 $\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}\geqslant 0$，因此下界 $\boldsymbol{l}=[0,0,\cdots,0]^{\mathrm{T}}\in\boldsymbol{R}_{N_n\times 1}$，上界 $\boldsymbol{\mu}=[\infty,\infty,\cdots,\infty]^{\mathrm{T}}\in\boldsymbol{R}_{N_n\times 1}$。这种算法实现过程简单，每次迭代所需的计算量小，适合计算量较大($\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}$ 的维度 N_n 非常大)的最优化问题的求解。如下使用伪代码描述的算法中，列出了 Non-Neg 法的实现方法。

外层迭代初始化：最大允许外层迭代次数 $N_{\mathrm{out}}=20$，初始外层迭代次数 $m=1$，外层迭代相对误差限 $\varepsilon_{\mathrm{outer}}=0.001$，计算吸收系数为 $\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}$ 时所对应的雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}})$ 和边界光流量变化量 $\delta\boldsymbol{\Gamma}=\boldsymbol{\Gamma}_{\mathrm{o}}-F(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}})$(其中 $\boldsymbol{\Gamma}_{\mathrm{o}}$ 为放有目标体时测得的边界光流量)，$F(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}})$ 为使用正向模型 F 计算得到的边界光流量；

while($m\leqslant N_{\mathrm{out}}$)

内层迭代初始化：初始内层迭代次数 $k=0$，$\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},k}=0$，设定内层迭代相对误差限 $\delta=0.001$、$\varepsilon=0.001$，最大允许内层迭代次数 $N_{\mathrm{inter}}=1000$；

while($k<N_{\mathrm{inter}}$)

将 $\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},k}$ 投影到可行域$[\boldsymbol{l},\boldsymbol{u}]$中，$\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},k}=P(\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},k},\boldsymbol{l},\boldsymbol{u})$；

确定搜索方向：$\boldsymbol{d}_k=\boldsymbol{J}\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},k}-\delta\boldsymbol{\Gamma}$($\boldsymbol{d}_k$ 为残余量)，$\boldsymbol{g}_k=\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}*\boldsymbol{d}_k+\lambda\boldsymbol{I}_{N_n}$($\boldsymbol{I}_{N_n}$ 为包含 N_n 个 1 的列向量，$\boldsymbol{I}_{N_n}=[1,1,\cdots,1]^{\mathrm{T}}\in\boldsymbol{R}^{N_n\times 1}$)，$\boldsymbol{g}_k$ 为梯度，$\boldsymbol{p}_k$ 为搜索方向，$\boldsymbol{p}_k=-\boldsymbol{g}_k$；

if $\|\boldsymbol{d}_k-\boldsymbol{d}_{k-1}\|_2^2/\|\boldsymbol{d}_{k-1}\|_2^2\leqslant\varepsilon$ 或者 $\|\boldsymbol{p}_k-\boldsymbol{p}_{k-1}\|_2^2/\|\boldsymbol{p}_{k-1}\|_2^2\leqslant\delta$

停止内层迭代，返回 $\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},k}$；

else

确定最优步长 $t=-\dfrac{(\boldsymbol{g}_k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{p}_k}{(\boldsymbol{p}_k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}\boldsymbol{p}_k}$；

更新重建结果：$\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},k+1}=\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},k}+t\boldsymbol{p}_k$；

更新迭代次数：$k=k+1$；

end if

end while；

$\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},m}=\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},m-1}+0.1\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},k}$；

if $\|\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},m}-\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},m-1}\|_2^2/\|\delta\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},m-1}\|_2^2\leqslant\varepsilon_{\mathrm{outer}}$

停止外层迭代，返回 $\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a}}$ 作为最终结果；

else if

更新边界光流量变化量 $\delta\boldsymbol{\Gamma}=\boldsymbol{\Gamma}_{\mathrm{o}}-F(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},m})$ 和雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{a},m})$；

$m=m+1$；

end if

end while；外层迭代停止。

3　数值模拟和仿体实验

3.1　数值模拟

为了验证提出的 Non-Neg 法，进行如下数值模拟。构造如图 1 所示的二维圆形仿体，置入一个小圆形

目标体(如图 1 中绿色部分)模拟乳腺肿瘤,剩余部分模拟健康的乳腺组织(即背景组织体)。仿体直径 $\Phi=80$ mm,目标体直径 $\varphi=15$ mm,目标体与仿体的圆心距离 $d=21.5$ mm,目标体和仿体的圆心都在横轴上。当波长为 675 nm 时,背景的吸收系数 $\mu_{a,B}=0.004\ \mathrm{mm}^{-1}$,约化散射系数 $\mu'_{s,B}=1\ \mathrm{mm}^{-1}$,折射率为 1.56。设置目标体的吸收系数为背景吸收系数的 2 倍(即 $\mu_{a,O}=0.008\ \mathrm{mm}^{-1}$),约化散射系数和背景保持一致(即 $\mu'_{s,O}=1\ \mathrm{mm}^{-1}$)。在距离仿体表面一个散射平均自由程(1 mm)深度的地方放置光源点,在仿体表面放置探测器,共形成 16 个光源-探测对,它们均匀分布于圆形仿体的周围。

对于均匀背景和放置目标体的情形,逐次在 16 个光源点施加激励,计算对侧 11 个探测器测得的边界光流量,并计算放置目标的仿体相较于均匀背景的边界光流量的变化量。实际测量中噪声是不可避免的,假定测量过程中混入的噪声服从高斯分布,在数值模拟得到的纯净数据中引入高斯型噪声,得到的信噪比为 40 dB。

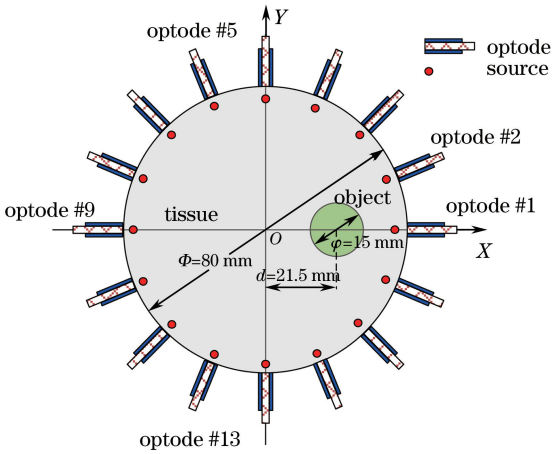

图 1　仿体的结构示意图

Fig. 1　Schematic of phantom structure

对于正向问题和逆向问题,分别采用精细程度不同的有限元剖分进行研究。在正向问题中,为了精确地模拟光在仿体中的传输规律,对仿体进行精细的剖分(12290 个节点,24098 个三角形单元);在逆向问题中,为了改善逆向问题的欠定性,在不影响空间分辨率的前提下,对仿体进行相对粗糙的剖分(4526 个节点,8762 个三角形单元)。

为了验证提出的 Non-Neg 法的优势,将 FISTA 法[7]、M-M 法[2]、GPSR 法[8]和 Non-Neg 法作对比。为了便于比较不同重建算法的性能,数值模拟和仿体实验中均采用相同的外层迭代终止条件,即 $\varepsilon_{\mathrm{outer}}=0.001$ 和 $N_{\mathrm{out}}=20$。图 2(a)～(d)分别为采用 FISTA 法、M-M 法、GPSR 法和 Non-Neg 法进行数值模拟的重建结果。每幅图中的红色虚线圆画出了真实目标体的位置和大小,以便比较不同方法重建结果的优劣。为了进一步比较不同重建算法对锐利边沿信息的保护效果,沿着 X 轴画出重建结果中吸收系数的一维空间分布图,如图 2(e)所示。

为了定量比较不同重建算法的性能,引入如下判断标准[11]:

1) 均方根误差 $E_{\mathrm{RMS}}=\sqrt{\sum_{i=1}^{N_n}(\boldsymbol{\mu}_{ai,\mathrm{rec}}-\boldsymbol{\mu}_{ai,\mathrm{true}})^2\Big/\sum_{i=1}^{N_n}(\boldsymbol{\mu}_{ai,\mathrm{true}})^2}$,其中 $\boldsymbol{\mu}_{ai,\mathrm{true}}$ 和 $\boldsymbol{\mu}_{ai,\mathrm{rec}}$ 分别为真实的和重建的吸收系数在二维空间的分布;

2) $E_{\mathrm{L}}=\|\boldsymbol{C}_{\mathrm{true}}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{rec}}\|_2$,其中 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{true}}$ 和 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{rec}}$ 分别为真实的和重建的异质体形心坐标;

3) $E_{\mathrm{S}}=\dfrac{|A_{\mathrm{true}}-A_{\mathrm{rec}}|}{A_{\mathrm{true}}}$,其中 A_{true} 和 A_{rec} 分别为真实的和重建的异质体面积;

4) 吸收系数的一维空间分布曲线的半峰全宽(FWHM)为 w。

一般地,E_{RMS}、E_{L}、E_{S} 和 ω 越小,对应的重建结果质量越高。表 1 为数值模拟中 FISTA 法、M-M 法、GPSR 法和 Non-Neg 法重建结果的定量分析数据。

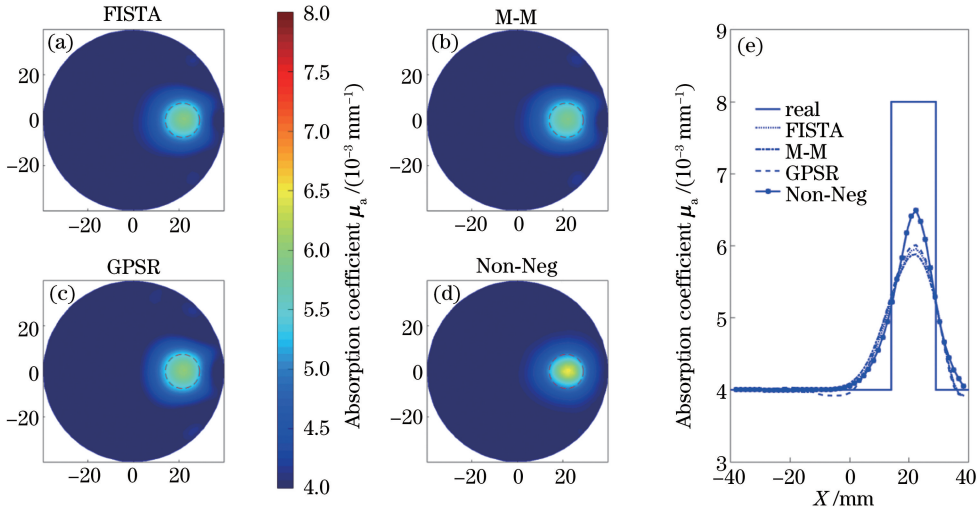

图 2　数值模拟。(a)～(d)不同重建算法的重建结果;(e)吸收系数沿 X 轴的一维空间分布图

Fig. 2　Numerical simulations. (a)-(d) Reconstructed results of different reconstruction algorithms; (e) one-dimensional space distribution of absorption coefficient along X-axis

表 1　数值模拟中不同重建算法所得结果的定量分析参数

Table 1　Quantitative analysis parameters of reconstructed results obtained by different reconstruction algorithms via numerical simulations

Reconstruction algorithm	E_{RMS}	E_L/mm	E_S/%	w /mm	Duration time /s	Regularization parameter
FISTA	0.1037	0.2722	0.0358	18.2400	390.75	10^{-12}
M-M	0.1058	0.2761	0.0395	19.0400	393.87	10^{-18}
GPSR	0.1031	0.2762	0.0380	18.2400	50.77	10^{-20}
Non-Neg	0.0988	0.2635	0.0263	14.4000	41.78	10^{-16}

从图 2 中可以看出,4 种方法都可以正确重建目标体的位置,其中 3 种未利用非负先验信息的方法的重建结果区别不大。由图 2(e)可知,3 种未利用非负先验信息的 L_1-范数稀疏正则化重建算法得到的吸收系数沿 X 轴的一维空间分布图之间没有明显区别,但 Non-Neg 法重建结果的吸收系数沿 X 轴的一维空间分布图明显比其他 3 种方法的 FWHM 更窄。由表 1 可知,3 种未利用非负先验信息的 L_1-范数稀疏正则化重建算法的各项量化指标之间几乎没有区别;Non-Neg 法得到的结果最好,耗时最短。

3.2　仿体实验

为了进一步考查提出的 Non-Neg 法的重建效果,采用稳态 DOT 成像系统[12]进行仿体实验。成像系统中的 16 根同轴源探测光纤均匀固定在仿体成像层面的周围(图 3),675 nm 波长的稳态激光器通过光源光开关(从 16 个通道中选出 1 个导通的机械光开关)的切换分时逐次导通到仿体表面,同时通过 2 组探测光开关(从 8 个通道中选出 1 个探测光开关)将 16 根光纤分别与 2 个光电倍增管连通,再使用现场可编程门阵列

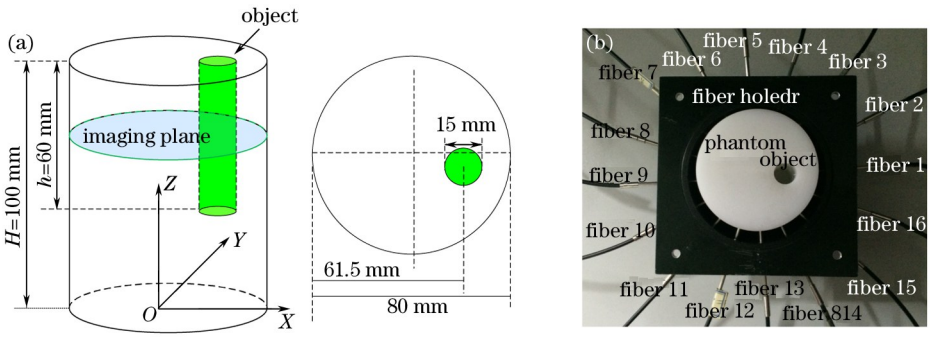

图 3　(a)仿体结构示意图;(b)仿体及光纤架的实物图

Fig. 3　(a) Schematic of phantom structure; (b) picture of phantom and fiber frame

对光电倍增管输出的单电子响应进行计数，给定时间内累积的单电子响应脉冲的个数即可反映对应位置的边界光流量强度。需要注意的是，由于临近光源点的探测点处光强太强，可能会引起光电倍增管单电子脉冲响应的堆叠效应，因此只采用光源点对侧的 11 个点的数据作为重建数据(共 176 个)。为了与 3.1 节中对仿体几何形状和光学参数的设置保持一致，使用聚甲醛材料制作图 3 所示直径为 80 mm、高为 100 mm 的圆柱形仿体，并采用与数值模拟相同的二维剖分(4526 个节点，8762 个三角形单元)。利用时域分辨反射测量系统[13]测得聚甲醛材料在 675 nm 波长下的吸收系数$\mu_{a,B}=0.004\ \mathrm{mm}^{-1}$，约化散射系数$\mu'_{s,B}=1\ \mathrm{mm}^{-1}$，目标圆孔与仿体圆心的距离为 21.5 mm，目标圆孔直径为 15 mm，使用英脱利比特和印度墨水混合溶液填充目标圆孔和仿体，在 675 nm 波长下，被填充的目标圆孔和仿体的吸收系数分别为$\mu_{a,B}=0.004\ \mathrm{mm}^{-1}$(模拟健康的乳腺组织)、$\mu_{a,O}=0.008\ \mathrm{mm}^{-1}$(模拟乳腺肿瘤组织)，目标体约化散射系数$\mu'_{s,O}=1\ \mathrm{mm}^{-1}$。

图 4 为仿体实验的重建结果，表 2 为仿体实验中 FISTA 法、M-M 法、GPSR 法和 Non-Neg 法 4 种重建算法重建结果的定量分析指标。由图 4 中可以看出，4 种方法都正确地重建了目标圆孔的位置，重建结果中目标圆孔面积都大于实际目标圆孔面积，Non-Neg 法的重建结果更接近实际目标圆孔的尺寸；Non-Neg 法的重建结果中伪影比其他方法的重建结果中的伪影更微弱，说明 Non-Neg 方法具有更好的噪声稳健性。由图 4(e)可知，3 种未利用非负先验信息的 L_1-范数稀疏正则化重建算法得到的吸收系数沿 X 轴的一维空间分布图之间没有明显区分；Non-Neg 法的 FWHM 明显比其他方法窄，且 Non-Neg 法具有更好的噪声稳健性。由表 2 可知，3 种未利用非负先验信息的 L_1-范数稀疏正则化重建算法的各项量化指标之间没有明显区别；Non-Neg 法得到的结果最好，耗时最短。实验结论与数值模拟得到的结论一致，进一步验证了 Non-Neg 法的优势。

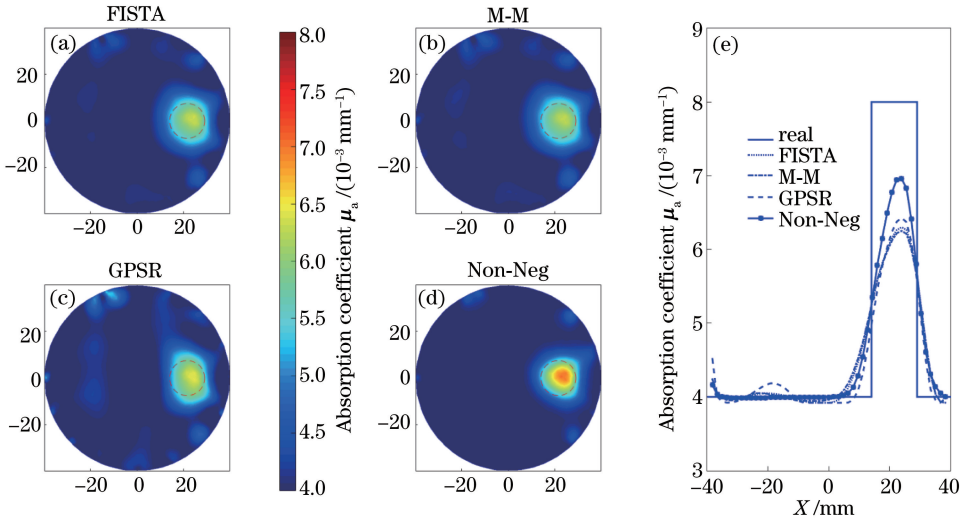

图 4　仿体实验。(a)～(d)不同重建算法的重建结果；(e)吸收系数沿 X 轴的一维空间分布图

Fig. 4　Phantom experiments. (a)-(d) Reconstructed results of different reconstruction algorithms; (e) one-dimensional space distribution of absorption coefficient along X-axis

表 2　仿体实验中不同重建算法所得结果的定量分析参数

Table 2　Quantitative analysis parameters of reconstructed results obtained by different reconstruction algorithms via phantom experiments

Reconstruction algorithm	E_{RMS}	E_L/mm	E_S/%	w /mm	Duration time /s	Regularization parameter
FISTA	0.1022	0.2837	0.0407	16.9600	349.62	10^{-13}
M-M	0.1043	0.2829	0.0455	17.2800	362.74	10^{-18}
GPSR	0.1070	0.3144	0.0639	15.2000	53.32	10^{-18}
Non-Neg	0.0888	0.2736	0.0314	14.7200	40.86	10^{-15}

在数值模拟和仿体实验中，正则化重建算法的重建结果都与正则化参数的选取有关。因此，对每一种重建算法进行多次实验以确定最佳的正则化参数，并选取与之对应的重建结果作为这种方法的最佳结果。此

外，虽然提出的基于非负约束 L_1-范数正则化的重建方法充分利用了梯度信息，但是最速下降法在接近最优解的时候，收敛速度减慢，因此有望提出具有更快收敛速度的最优化算法，以进一步改善重建效果。尽管本文基于稳态 DOT 展开讨论，但是提出的 Non-Neg 法很容易扩展到频域和时域的 DOT，甚至可以扩展到荧光分子层析成像领域，这是由于它们具有相似的线性数学模型和稀疏、非负的先验信息。

4 结　论

通过数值模拟和仿体实验，分析和验证了提出的基于非负约束 L_1-范数正则化的乳腺 DOT 图像重建方法的重建效果。结果表明，相对于传统的基于 L_1-范数的正则化方法（利用了稀疏先验信息但是没有利用非负先验信息），结合了非负稀疏先验信息的 Non-Neg 法完整、高效地利用了目标函数的一阶梯度信息，计算速度更快，重建质量更高。

参 考 文 献

1 Cao N, Nehorai A, Jacobs M. Image reconstruction for diffuse optical tomography using sparsity regularization and expectation-maximization algorithm[J]. Optics Express, 2007, 15(21): 13695-13708.

2 Prakash J, Shaw C B, Manjappa R, *et al*. Sparse recovery methods hold promise for diffuse optical tomographic image reconstruction[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2014, 20(2): 74-82.

3 Chen C, Tian F H, Liu H L, *et al*. Diffuse optical tomography enhanced by clustered sparsity for functional brain imaging[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2014, 33(12): 2323-2331.

4 Lee O, Kim J M, Bresler Y, *et al*. Compressive diffuse optical tomography: noniterative exact reconstruction using joint sparsity[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2011, 30(5): 1129-1142.

5 Okawa S, Hoshi Y, Yamada Y. Improvement of image quality of time-domain diffuse optical tomography with I_P sparsity regularization[J]. Biomedical Optics Express, 2011, 2(12): 3334-3348.

6 Guo H B, Yu J J, He X W, *et al*. Improved sparse reconstruction for fluorescence molecular tomography with L 1/2 regularization[J]. Biomedical Optics Express, 2015, 6(5): 1648-1664.

7 Han D, Tian J, Zhu S, *et al*. A fast reconstruction algorithm for fluorescence molecular tomography with sparsity regularization[J]. Optics Express, 2010, 18(8): 8630-8646.

8 Figueiredo M A T, Nowak R D, Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(4): 586-597.

9 Beck A, Teboulle M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(1): 183-202.

10 Nocedal J, Wright S J. Numerical optimization[M]. New York: Springer-Verlag, 1999: 474-476.

11 Zhao L, Yang H, Cong W, *et al*. L_p regularization for early gate fluorescence molecular tomography[J]. Optics Letters, 2014, 39(14): 4156-4159.

12 Chen W, Wang X, Wang B, *et al*. Lock-in-photon-counting-based highly-sensitive and large-dynamic imaging system for continuous-wave diffuse optical tomography[J]. Biomedical Optics Express, 2016, 7(2): 499-511.

13 Qin D, Ma Z, Gao F, *et al*. Determination of optical properties in turbid medium based on time-resolved determination [C]. SPIE, 2007, 6534: 65340T.