

Delaunay 三角剖分和仿射约束的特征相同 多物体同名点立体匹配

王向军^{1,2} 邢 峰^{1,2} 刘 峰^{1,2*}

¹天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072

²天津大学微光机电系统技术教育部重点实验室, 天津 300072

摘要 针对野外大视场、远距离、随机出现的特征相同多物体定位的实际需求, 构建了基于双目立体视觉原理的三维坐标测量系统。为了高精度定位随机出现的特征相同多物体, 需要正确匹配多物体同名点, 因而提出了一种基于 Delaunay 三角剖分和仿射约束的立体匹配方法。利用具有抗仿射变换的仿射尺度不变特征变换 (ASIFT) 算法获得左右背景图像匹配点; 通过 Delaunay 三角剖分算法对抽样后的匹配点生成三角网格, 对左右图像每一对匹配三角形区域计算仿射矩阵; 根据多物体同名点在不同匹配三角形内的分布, 利用仿射约束实现对多物体同名点的匹配。实验结果表明, 提出的方法对特征相同多物体同名点实现了快速高精度的匹配, 多物体同名点提取以及实时匹配时间约为 30 ms, 满足相机 25 frame/s 的实时处理要求, 较好地解决了超大三维空间中弧形坡面上随机出现的特征相同多物体同名点的匹配问题。

关键词 机器视觉; 立体匹配; Delaunay 三角剖分; 仿射约束; 仿射尺度不变特征变换算法; 相同特征多物体
中图分类号 TH741 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.1115004

Stereo Matching of Objects with Same Features Based on Delaunay Triangulation and Affine Constraint

Wang Xiangjun^{1,2} Xing Feng^{1,2} Liu Feng^{1,2}

¹ State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China

² Key Laboratory of MOEMS of the Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China

Abstract For practical demand of the localization of multiple random objects with large view filed, long distance and same features, a 3D coordinate measuring system is established based on the binocular stereo vision theory. To precisely position the multiple random objects with the same features, the multiple objects need matching correctly. An innovative method based on the Delaunay triangulation and affine constraint is proposed to achieve correct matching of the multiple objects with same features. The matching points on the background images are obtained with the affine scale-invariant feature transform (ASIFT) algorithm that has an anti-affine transformation. The Delaunay triangulation algorithm is used to generate triangular meshes by the seed points. The affine matrix of the triangular region is calculated by using vertexes of matched triangles. According to the distribution of object points in different matched triangles, the multiple objects with same features will be matched by the affine constraint. Experimental results show that the proposed method realizes the fast and efficient matching of multiple objects with same features. The time of object extraction and real-time matching is about 30 ms, which satisfies the requirement of 25 frame/s real-time processing for cameras. The proposed method solves the problem of matching of multiple objects with same features on the arc slope in large 3D space.

Key words machine vision; stereo matching; Delaunay triangulation; affine constraint; affine scale-invariant feature transform algorithm; multiple objects with same features

OCIS codes 150.0155; 150.1135; 100.2960; 100.6890

收稿日期: 2016-05-09; **收到修改稿日期:** 2016-07-15

基金项目: 国家自然科学基金与中国民用航空总局联合研究基金(61179043)、国家教育部支撑项目(625010110)

作者简介: 王向军(1955—), 男, 博士, 教授, 主要从事精密测试技术及仪器、光电探测与传感技术、影像与视觉测量、微小光机电系统方面的研究。E-mail: xdocuxjw@vip.163.com

* **通信联系人.** E-mail: tjuliufeng@tju.edu.cn

1 引 言

立体匹配是计算机视觉的基本问题,是三维重建^[1-2]、全景镶嵌^[3-4]、目标识别与跟踪^[5-6]等研究领域的关键技术。在超大三维空间中弧形坡面上,利用红外图像实现对随机出现的特征相同多物体同名点的匹配与定位,具有重要的现实意义。

针对实际需求,构建了基于双目立体视觉原理的三维坐标测量系统。双目立体视觉理论主要包括摄像机标定和立体匹配两部分。远距离三维坐标的标定解算技术已经相对成熟^[7],并取得了较好的解算精度。而对于立体匹配,由于特征相同的多个物体在特征上没有较大的差异,因此很难从物体特征角度考虑,只能通过空间几何约束搜索或者迭代方法实现。目前几种传统的几何约束搜索和迭代方法:1) 极线约束^[8],主要利用极线来搜索目标,当目标分布相对密集时,计算得到的极线会在图像中重叠,存在较多的错误匹配,而且通过线搜索点的方法并不稳定;2) 单应性约束^[9],该方法适用于平面监测区域,对非平面的场景往往会产生较大的误差,并不适合;3) 双极线约束^[10],需要3个以上测量站,加大了测量系统的复杂度和成本;4) 迭代就近点(ICP)算法^[11],需要点云数据,收敛速度较慢,且容易收敛到局部极值。为了解决以上方法的不足,本文提出了一种基于 Delaunay 三角剖分和仿射约束的特征相同多物体同名点立体匹配方法,解决了超大三维空间中弧形坡面上的特征相同多物体同名点的匹配问题。

2 基本原理

基于 Delaunay 三角剖分和仿射约束的特征相同多物体同名点立体匹配算法包括两个模块(图1):线下模块(背景匹配与 Delaunay 三角剖分生成)和线上模块(多物体同名点提取与实时匹配)。在相机视角不变的情况下,线下模块处理一次,并不影响线上模块多次匹配的实时性。1) 线下模块:①利用左右测量站得到背景图像(分别定义为左图像和右图像),通过仿射-尺度不变特征变换(ASIFT)算法^[12]得到左右背景匹配点,利用随机抽样一致(RANSAC)算法^[13-14]对误匹配点进行剔除;②利用泊松均匀抽样算法^[15]得到种子点;③种子点通过 Delaunay 三角剖分算法^[16]生成三角网格。2) 线上模块:①通过左右每对匹配三角形获得仿射矩阵;②利用多级差分处理提取每一帧图像的多物体同名点,再根据多物体同名点所处的匹配三角形,通过仿射约束实现对多物体同名点的实时匹配。

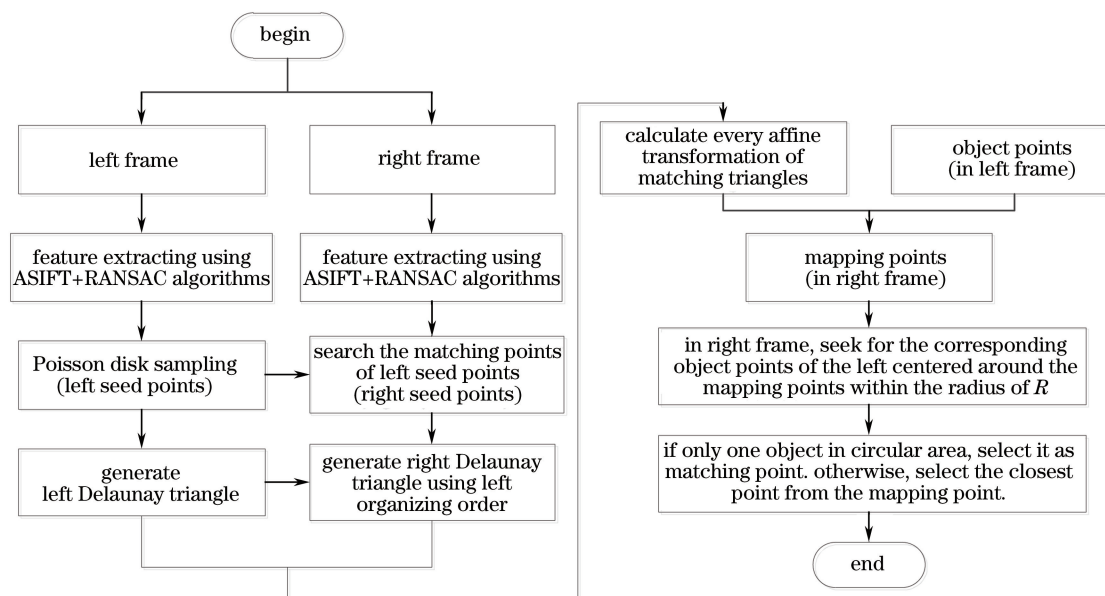


图1 基于 Delaunay 三角和仿射约束的特征相同多物体同名点立体匹配算法流程图

Fig. 1 Flow chart of stereo-matching method for objects with same features based on Delaunay triangulation and affine constraint

2.1 线下模块

2.1.1 背景匹配点提取以及误匹配剔除

针对大视场、大仿射的实际测量情况以及红外图像的斑点特性,选用具有抗仿射变换的 ASIFT 算法对

左右背景图像特征点进行提取与匹配。相较于传统的尺度不变特征变换(SIFT)及快速稳健特征(SURF)算法,ASIFT 算法能够获得更多的背景匹配点,但需要耗费一定的时间。利用 OpenMP 多线程处理,能够有效缩短 ASIFT 匹配时间。对于 ASIFT 算法的粗匹配点,利用 RANSAC 算法进行误匹配点剔除。RANSAC 算法可以得到基础矩阵,通过极线距离约束剔除误匹配点。

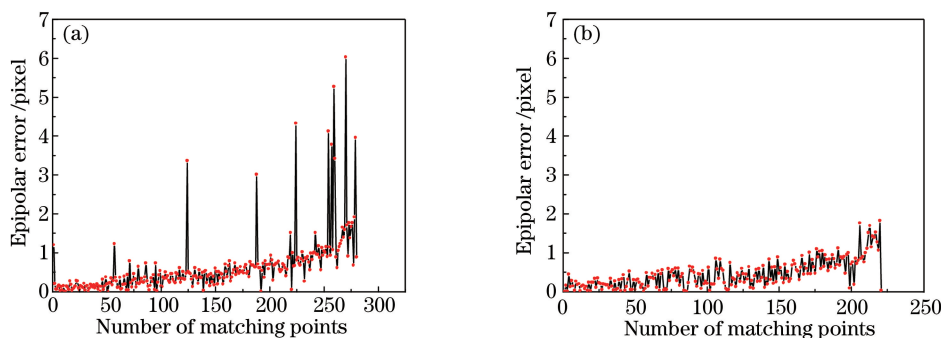


图 2 (a)8点算法与(b)RANSAC算法的极线误差对比

Fig. 2 Comparison of epipolar error obtained by (a) 8-point algorithm and (b) RANSAC algorithm

图 2 为采用经典的 8 点算法与 RANSAC 算法计算极线误差的对比图。采用经典的 8 点算法计算基础矩阵,到对应极线距离大于 2 pixel 的像素点有 9 个,大于 1.5 pixel 的像素点有 18 个;采用 RANSAC 算法时,实际用到其中的 221 对匹配点估计基础矩阵,到对应极线距离大于 2 pixel 的像素点为 0 个,大于 1.5 pixel 的像素点只有 5 个。结果表明,ASIFT 算法匹配结果中存在一定的误匹配点,利用 RANSAC 算法剔除误匹配点,不仅得到了从匹配点估算的基础矩阵,而且这组匹配点内仅包含高质量的匹配。图 3 为 RANSAC 算法剔除误匹配点前后的对比图。由于目标点只会出现在距离相机较远的弧形坡面上,因此对 ASIFT 的匹配点进行区域约束,剔除位于其他坡面上的匹配点。

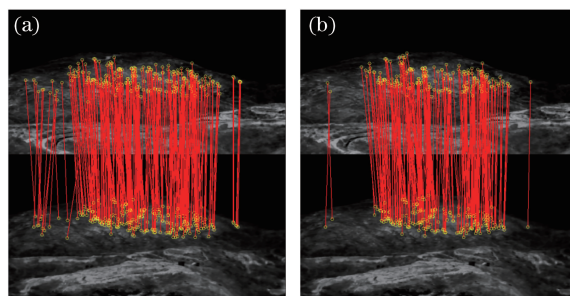


图 3 RANSAC 算法剔除误匹配点的前后对比。(a)剔除前;(b)剔除后

Fig. 3 Comparison of matching points (a) before and (b) after the false matching points are eliminated with the RANSAC algorithm

2.1.2 种子点泊松均匀抽样

对于一些具有丰富纹理的区域,ASIFT 算法能够得到稠密的匹配点。如果所有的匹配点都用于 Delaunay 三角剖分,会花费较多的时间生成三角网格。针对这种情况,选用泊松抽样算法,通过设定相邻两点的最近距离对匹配点进行均匀抽样。泊松抽样算法能够改善丰富纹理区域匹配点过度集中的情况,最终获得相对均匀的三角网格。

2.1.3 Delaunay 三角网格生成

Delaunay 三角剖分算法将泊松抽样算法得到的孤立种子点划分成不相交的三角形网格,该算法具有两大特性:1) 对于同一幅图像中给定的种子点,生成的三角网格具有唯一性;2) 生成的三角网格经过最大化最小角处理趋于规则化。将左图像的种子点运用 Delaunay 剖分算法生成三角网格。对于右图像,利用左图像种子点组织顺序对右图像种子点组织生成 Delaunay 三角网格。种子点中可能存在误匹配点,导致误匹配三角形对的存在,因此需要对误匹配三角形对进行检测以及剔除误匹配点,包括以下两种方式。

1) 拓扑约束。尽管两幅图像具有平移、旋转、尺度等变化,但对于图像中的边而言,应该具有相同的拓扑关系。将左图像的种子点运用 Delaunay 三角剖分算法生成三角网格,根据 Delaunay 算法特性,左图像边

的拓扑必然没有交叉。但是,由于存在错误匹配点,对于右图像的种子点,以左图像种子点组织顺序生成的右图像的 Delaunay 三角网格中边的拓扑就有可能存在交叉。若匹配点对出现了形如图 4 (a)、(c)的边拓扑关系,则匹配点中必有误匹配点。

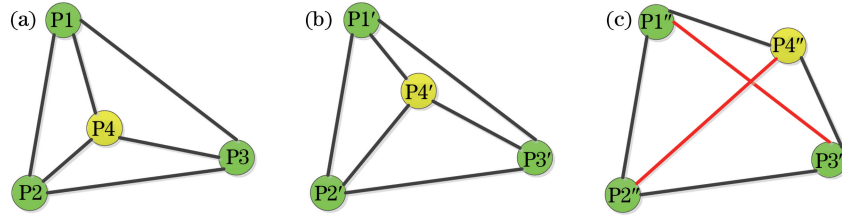


图 4 (a)参考图像的边拓扑关系;(b)与参考图像相匹配的边拓扑关系;(c)与参考图像不匹配的边拓扑关系

Fig. 4 (a) Topological relationship of the reference image; (b) correct topological relationship of the matching image; (c) incorrect topological relationship of the matching image

2) 边长及角度约束。对于匹配三角形而言,三条对应边及三个对应角满足

$$\begin{cases} (d_i - d'_i) / \min(d_i, d'_i) < T_1, & i = 1, 2, 3 \\ |\alpha_i - \alpha'_i| < T_2, & i = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (1)$$

式中 d_i, d'_i 为匹配三角形的对应边, α_i, α'_i 为匹配三角形的对应角, T_1, T_2 分别为边长和角度约束阈值。

通过以上两种方式检测并剔除误匹配点,对左图像保留下的种子点重新生成 Delaunay 三角网格,图 5 为左图像种子点生成的 Delaunay 三角网格。利用左图像种子点组织顺序对右图像匹配种子点组织生成 Delaunay 三角网格。

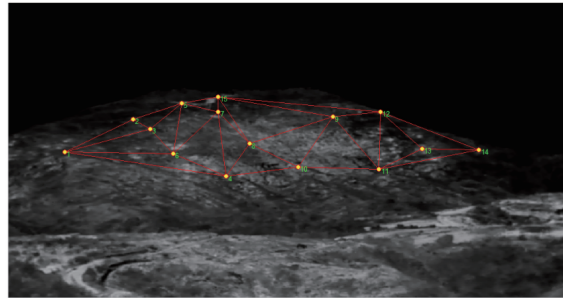


图 5 左图像种子点生成的 Delaunay 三角网格

Fig. 5 Delaunay triangular meshes generated by seed points of the left image

2.2 线上模块

2.2.1 匹配三角形仿射矩阵求解

通过线下模块处理,左右图像生成了匹配的三角网格。对于每一对匹配三角形内的多物体同名点,利用仿射约束解决匹配问题。仿射变换是一种二维坐标到二维坐标的变换,可以利用仿射矩阵(6 个自由度)实现从图像源点到目标点的映射。具体原理如下。

首先,将世界坐标系与相机坐标系重合。对于相机 C1,外参矩阵为单位矩阵 \mathbf{E} 。世界坐标系中的物体质心坐标 (x, y, z) 与图像坐标 (u_1, v_1) 的关系为

$$s_1 \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{1x} & 0 & u_{10} & 0 \\ 0 & \alpha_{1y} & v_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{E} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

对于相机 C2,物体在世界坐标系中的质心坐标 (x, y, z) 与图像坐标 (u_2, v_2) 的关系为

$$s_2 \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{2x} & 0 & u_{20} & 0 \\ 0 & \alpha_{2y} & v_{20} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

(2)式和(3)式中 (u_1, ν_1) 、 (u_2, ν_2) 为目标图像坐标, (x, y, z) 为目标大地坐标, (u_{10}, ν_{10}) 、 (u_{20}, ν_{20}) 为像平面主点位置, $(\alpha_{1x}, \alpha_{1y})$ 、 $(\alpha_{2x}, \alpha_{2y})$ 为相机焦距 f 与相元尺寸 d 的比值, \mathbf{R} 为相机姿态矩阵, \mathbf{T} 为相机光心相对于大地坐标系原点的平移矩阵, s_1 、 s_2 为比例因子。

通过相机标定, 内外部参数都可以求得, 可视为已知常数, 由(2)式和(3)式化简得到

$$\begin{cases} u_2 = \frac{k_1 z}{s_2} u_1 + \frac{k_2 z}{s_2} \nu_1 - \frac{k_1 z}{s_2} u_{10} - \frac{k_2 z}{s_2} \nu_{10} + \frac{k_3 z}{s_2} + \frac{k_4}{s_2} \\ \nu_2 = \frac{k_5 z}{s_2} u_1 + \frac{k_6 z}{s_2} \nu_1 - \frac{k_5 z}{s_2} u_{10} - \frac{k_6 z}{s_2} \nu_{10} + \frac{k_7 z}{s_2} + \frac{k_8}{s_2} \end{cases}, \quad (4)$$

式中 k_1, k_2, \dots, k_8 为常数, 与相机内参和外参有关, z 和 s_2 为相机光轴上物体的深度变化量。当 z 和 s_2 为常数或者近似不变, 即深度变化远小于物体到相机的距离时, 满足这一条件的物体点可以用同一个仿射变换模型表示, 即

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ \nu_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \nu_1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

式中 $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{23}$ 为计算得到的仿射系数。对于匹配三角形内的物体点而言, 所处的每一对匹配三角形区域相对较小, 区域内物体在相机光轴上深度 z 和 s_2 近似不变。因此, 可以使用同一仿射变换模型, 且仿射矩阵由相应匹配三角形的三对匹配顶点计算得到。

2.2.2 多物体同名点提取与实时匹配

首先, 利用多级差分处理提取每一帧图像的多物体同名点, 然后通过左图像中物体质心坐标以及物体点所在匹配三角形的仿射矩阵求得右图像中的映射点坐标。在右图像中搜索以映射点坐标为中心, R (阈值) 为半径的圆形仿射区域, 寻找对应的物体点。若圆形区域内有唯一物体点, 则直接将这两个物体点匹配作为同名点。若圆形区域内有多个物体点, 则选择距离映射点最近的物体点匹配作为同名点。

3 实验结果

3.1 仿真对比实验

将本文方法与全局仿射算法进行对比。选用 168 个精度较高的匹配点作为物体点, 排除物体质心提取时带来的不确定偏差, 对算法进行合理评估。全局仿射算法利用图像背景匹配点计算全局仿射矩阵, 求得全局仿射误差, 右图像中 168 个映射点到其对应真实物体点的距离平均误差为 2.0 pixel, 最大误差为 7.9 pixel; 利用本文方法求得仿射误差, 右图像中 168 个映射点到其对应真实物体点的距离平均误差为 1.2 pixel, 最大误差为 3.2 pixel。两种方法的仿射误差比较如图 6 所示。通过与全局仿射算法对比可得, 本文方法精度优于全局仿射算法, 平均误差减小 0.8 pixel, 最大误差减小 4.7 pixel。

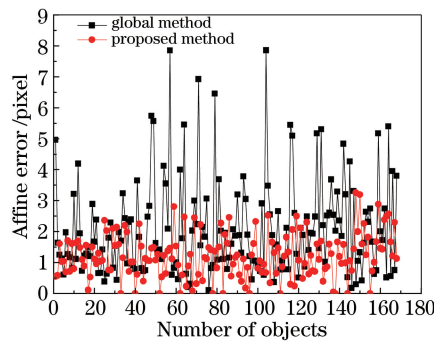


图 6 168 个匹配点作为物体点的实验

Fig. 6 Experiment with 168 matching points as objects

3.2 外场实验

为验证上述理论分析的可行性, 通过多次外场实验进行验证, 选取两组具有代表性的外场实验进行分

析,这两组目标监测区域都是超大空间中的弧形坡面。第一组实验中,选用红外相机,分辨率为 $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$,像元大小为 $17 \mu\text{m}$,焦距为 40 mm 。距离相机 2 km 处的监测区域视场横向跨度约为 530 m 。在目标区域内设置 6 个典型物体点作为实验对象。图 7 为测量系统环境示意图。左、右测量站分别获得 6 个典型物体点的图像,利用本文方法对这 6 个特征相同的物体点进行同名点匹配。

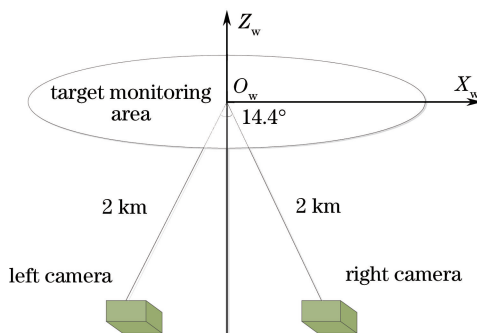


图 7 测量系统环境示意图

Fig. 7 Environment of measuring system

左图像的 Delaunay 三角网格如图 8 所示,6 个绿色点是 6 个物体点提取的质心点,用这 6 个绿色点代替 6 个特征相同的物体。右图像场景如图 9 所示(对应的 Delaunay 三角网格未画出)。6 个红色点为左图像 6 个物体点通过本文方法得到的映射点,红色圆圈为以映射点为中心的仿射变换区域,6 个绿色点为右图像的 6 个物体点通过多级差分提取后的质心点。在红色圆形仿射变换区域内搜寻对应的同名点,进而进行匹配。

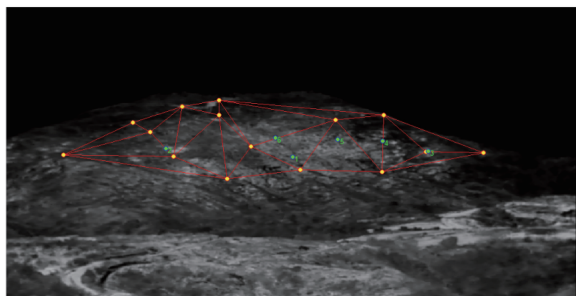


图 8 第一组实验左图像上的 6 个绿色物体点
Fig. 8 Six green object points on left image in the first group experiments

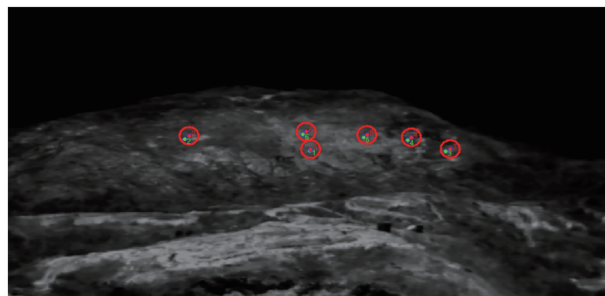


图 9 第一组实验右图像上的 6 个绿色物体点和 6 个红色映射点
Fig. 9 Six green object points and six red mapping points on right image in the first group experiments

计算得到第一组实验中,右图像中的 6 个映射点到对应真实物体点的平均距离为 5.6 pixel ,最大距离为 7.0 pixel ,最小距离为 2.2 pixel 。在右图像中,搜索以映射点坐标为中心,以 $R = 10 \text{ pixel}$ 为半径的圆形区域,寻找对应的物体点,都得到了正确的匹配。换算到尺度空间,平均偏距与监测区域跨度的相对误差约为 0.88% ,得到较高精度水平。

第二组实验中,左、右图像如图 10 和图 11 所示。右图像中的 6 个映射点到对应真实物体点的平均距离

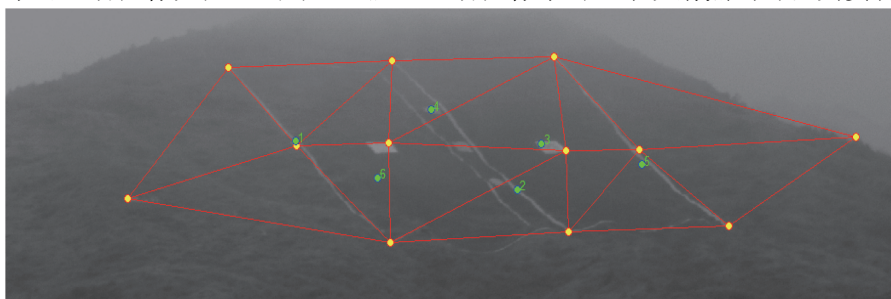


图 10 第二组实验左图像上的 6 个绿色物体点

Fig. 10 Six green object points on left image in the second group experiments



图 11 第二组实验右图像上的 6 个绿色物体点和 6 个红色映射点

Fig. 11 Six green object points and six red mapping points on right image in the second group experiments

为 5.3 pixel, 最大距离为 7.2 pixel, 最小距离为 2.1 pixel.

第一组实验和第二组实验中物体点仿射误差如图 12 所示。与图 6 所示对比实验中的数据比较可知, 左右图像物体点通过图像处理得到的质心可近似视为同名点, 但并不是真正的同名点, 因此仿射误差相对较大。当物体点质心提取精度较高时, 本文算法的匹配结果较好。

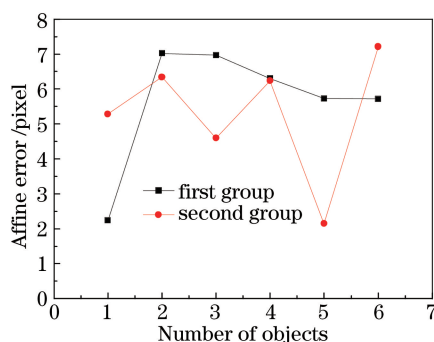


图 12 两组实验中的 6 个物体点仿射误差

Fig. 12 Affine error of six object points in the two groups of experiments

4 结 论

提出了一种基于 Delaunay 三角剖分和仿射约束的特征相同多物体同名点立体匹配方法。在对比实验中, 168 个高精度匹配点作为物体点, 利用本文方法得到平均仿射误差为 1.2 pixel, 精度优于全局仿射算法; 在两组外场实验中, 对目标区域内 6 个典型物体点进行实验验证, 利用本文算法得到平均仿射误差分别为 5.6 pixel 和 5.3 pixel。换算到尺度空间, 平均偏距与监测区域跨度的相对误差约为 0.88% 和 0.85%, 达到了较高的精度水平。多物体同名点提取以及实时匹配时间约为 30 ms, 满足相机 25 frame/s 的实时处理要求。结果显示, 本文方法对特征相同多物体实现了快速高精度匹配, 较好地解决了超大三维空间中弧形坡面上随机出现的特征相同多物体同名点匹配问题。未来的工作将进一步围绕提升线下模块的 ASIFT 背景匹配效率、弱纹理区域匹配点的提取以及改进生成 Delaunay 网格的种子点抽样方法这三个方面进行优化。

参 考 文 献

- Zhu Zunshang, Yuan Yun, Li You, *et al.* High precision matching and 3D surface reconstruction of Chang'E 1 lunar images[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(2): 0211002.
朱遵尚, 苑云, 李由, 等. 嫦娥一号月面成像的高精度匹配及月貌三维重建[J]. *光学学报*, 2014, 34(2): 0211002.
- Tong Y, Lu C. Development of a simple 3D image measurement system for construction and renovation[C]. *IEEE 6th International Conference on Awareness Science and Technology*, 2014: 14819170.
- Wu Xianxiang, Guo Baolong, Wang Juan. Cylindrical panoramic image automatic mosaic algorithm based on phase correlation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(7): 1824-1829.
吴宪祥, 郭宝龙, 王娟. 基于相位相关的柱面全景图像自动拼接算法[J]. *光学学报*, 2009, 29(7): 1824-1829.
- Brown M, Lowe D G. Automatic panoramic image stitching using invariant features [J]. *International Journal of*

- Computer Vision, 2007, 74(1): 59-73.
- 5 Wang Xiangjun, Wang Yan, Li Zhi. Fast target recognition and tracking method based on characteristic corner[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(2): 360-364.
王向军, 王 研, 李 智. 基于特征角点的目标跟踪和快速识别算法研究[J]. 光学学报, 2007, 27(2): 360-364.
 - 6 Li G, Wang W, Wang Y, *et al.* Nano-manipulation based on real-time compressive tracking[J]. IEEE Transactions on Nanotechnology, 2015, 14(5): 837-846.
 - 7 Wang Xiangjun, Bian Yuexin, Liu Feng, *et al.* Optimization of structural parameters of binocular vision system in remote 3D coordinate measurement[J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(10): 2902-2908.
王向军, 卞越新, 刘 峰, 等. 远距离三维坐标测量中双目视觉系统结构参数的优化[J]. 光学 精密工程, 2015, 23(10): 2902-2908.
 - 8 Hartley R, Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2003: 1865-1872.
 - 9 Bentolila J, Francos J M. Homography and fundamental matrix estimation from region matches using an affine error metric[J]. Journal of Mathematical Imaging & Vision, 2014, 49(2): 481-491.
 - 10 Guo Lei, Zhu Jigui, Ye Shenghua. Precision registration of corresponding uncode points in large-sized 3D surface measurement using three images[J]. Infrared and Laser Engineering, 2008, 37(6): 1079-1082.
郭 磊, 郝继贵, 叶声华. 大尺寸三维形貌测量中同名非编码点的精确配准[J]. 红外与激光工程, 2008, 37(6): 1079-1082.
 - 11 Wei Shengbin, Wang Shaoqing, Zhou Changhe, *et al.* An iterative closest point algorithm based on biunique correspondence of point clouds for 3D reconstruction[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(5): 0515003.
韦盛斌, 王少卿, 周常河, 等. 用于三维重建的点云单应性迭代最近点配准算法[J]. 光学学报, 2015, 35(5): 0515003.
 - 12 Morel J M, Yu G. ASIFT: A new framework for fully affine invariant image comparison[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(2): 438-469.
 - 13 Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[M]. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1987: 726-740.
 - 14 Xu Xin, Sun Shaoyuan, Sha Yujie, *et al.* A method of infrared image mosaic based on improved RANSAC[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(11): 111001.
徐 鑫, 孙韶媛, 沙钰杰, 等. 一种基于改进 RANSAC 的红外图像拼接方法[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(11): 111001.
 - 15 McCool M, Fiume E. Hierarchical poisson disk sampling distributions[C]. Proceedings of the Conference on Graphics Interface, 1992: 94-105.
 - 16 Zhao M, An B, Wu Y, *et al.* A robust Delaunay triangulation matching for multispectral/multidate remote sensing image registration[J]. IEEE Geoscience & Remote Sensing Letters, 2015, 12(4): 711-715.