

# 低空间频率组合计算全息元件检测深度非球面

窦健泰 高志山 杨忠明 袁群

南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏南京 210094

**摘要** 计算全息元件(CGH)可实现光学非球面的零位干涉高精度检测,但深度非球面的非球面度以及非球面度梯度均较大,使检测所需 CGH 的局部空间频率偏大,加工困难。提出一种用组合 CGH 检测深度非球面的方法,该方法通过组合两个低空间频率 CGH,实现深度非球面检测时所需的单个高空间频率 CGH 的功能。由一维线性光栅模型推导组合 CGH 与传统单个 CGH 空间频率的关系,并由此给出组合 CGH 初始相位,逐步优化可求得最佳相位。以最大非球面度  $193.434 \mu\text{m}$ 、最大非球面度梯度  $75.788 \mu\text{m}/\text{mm}$  的深度非球面为测试样例,设计了单个 CGH 和组合 CGH,残留波前误差均小于  $\lambda/250$ ,组合 CGH 最大空间频率约为单个 CGH 的 50%。设计了辅助装调 CGH 减小装调误差的影响,并分析了组合 CGH 之间俯仰倾斜偏差、中心偏差以及轴向定位偏差对检测精度的影响。

**关键词** 测量; 干涉测量; 计算全息; 深度非球面; 空间频率

**中图分类号** O436.1      **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201636.1112004

## Deep Aspheric Surface Test Based on Combination of Computer Generated Holograms with Low Spatial Frequency

Dou Jiantai Gao Zhishan Yang Zhongming Yuan Qun

School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China

**Abstract** Null interference technology based on the computer generated hologram (CGH) has been used to measure the aspheric surface. For measuring deep aspheric surface with great deviation degree and high slope, it is difficult to fabricate CGHs with high spatial frequency. We propose a method combining CGHs with low spatial frequency to achieve the function of a single high-spatial frequency CGH in deep aspheric surface test. A one-dimensional linear grating model is introduced to establish the relationship between the spatial frequency of the single CGH and that of CGHs combination, and the initial phase of the CGHs combination can be obtained based on the relationship. The optimal phase is solved out by optimization. For the deep aspheric surface with maximum departure of  $193.434 \mu\text{m}$  and slope of  $75.788 \mu\text{m}/\text{mm}$ , the wavefront errors for the single CGH and the CGHs combination are less than  $\lambda/250$ . The maximum spatial frequency of CGHs combination is reduced by 50% compared to that of the single CGH. Auxiliary alignment CGH is designed to reduce the adjustment errors, and the influence of tilt error, decentration and axial deviation on the detection accuracy is analyzed.

**Key words** measurement; interferometry; computer generated hologram; deep aspheric surface; spatial frequency

**OCIS codes** 120.3180; 220.4840; 090.1760; 080.4228

## 1 引言

随着现代光学系统的不断发展,对大非球面度及大非球面梯度的深度非球面需求越来越多,然而深度非球面型纳米量级高精度检测技术却成为其广泛应用的瓶颈。当前非球面的高精度检测技术主要是零位补偿干涉法,即使用反射、透射或衍射作为补偿器补偿非球面,使检测波前与理想待测面型完全吻合,进而满足

收稿日期: 2016-05-17; 收到修改稿日期: 2016-07-01

基金项目: 国家自然科学基金(61377015, 61505080)、江苏省自然科学基金(BK20150788)

作者简介: 窦健泰(1990—),男,博士研究生,主要从事光学测试和衍射光学元件设计方面的研究。

E-mail: doujiantai@outlook.com

导师简介: 高志山(1966—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事光学测试、光学设计、眼视光学等方面的研究。

E-mail: zhishgao@mail.njust.edu.cn(通信联系人)

零位干涉测量的条件<sup>[1-4]</sup>。计算全息(CGH)是一种二元光学衍射元件,可生成任意形状的波前信息,因而适用于非球面的高精度检测<sup>[5-7]</sup>。CGH 主要应用在小非球面度以及小梯度变化的非球面面型检测中。但当需补偿的非球面为深度非球面,即面型偏差大或梯度变化快时,CGH 相位面需要补偿的空间频率过高,超过了现有 CGH 加工能力,使其无法加工或加工误差太大而不能高精度检测非球面<sup>[8]</sup>。曲面 CGH 是将计算全息图制造在曲面基底上,降低了 CGH 的空间频率<sup>[9-11]</sup>。但曲面 CGH 加工难度比平面 CGH 大,对加工条件要求高。

为解决 CGH 检测深度非球面空间频率的限制问题,本文提出一种组合低空间频率 CGH 的方法,并用该方法检测深度非球面,相比传统单个 CGH,组合 CGH 是由两个 CGH 共同承担相位补偿量,降低了 CGH 的空间频率。以孔径  $D=80$  mm,非球面系数  $k=0.131186$  和曲率半径  $R=-40$  mm 的深度非球面为检测对象,其与最佳参考球面最大偏差量为  $193.788\ \mu\text{m}$ ,最大非球面度梯度为  $75.788\ \mu\text{m}/\text{mm}$ 。研究了可高精度检测非球面的组合低空间频率 CGH 的设计方法,并用一维光栅理论推导组合 CGH 与单个 CGH 的空间频率以及相位之间的关系,比较了单个 CGH 和组合 CGH 的空间频率分布、波前误差以及不同衍射级次在光轴方向上的分离情况。相比传统单个 CGH,组合 CGH 调整过程更加复杂,为减小调整误差对检测精度的影响,设计了辅助调整 CGH,并分析了 CGH 中心偏差、俯仰倾斜偏差以及轴向定位偏差对检测精度的影响。

## 2 设计方法

组合低空间频率 CGH 检测深度非球面是为了实现在现有干涉系统的基础上进行大偏移度及大梯度深度非球面的高精度检验。要实现零位干涉检验,需要完成补偿系统与待测非球面的像差互补。从光线追迹的角度来看,经过补偿系统的光线沿着理想待测非球面的法线方向入射到待测非球面上。组合低空间频率 CGH 零位检测的原理是通过两个低空间频率 CGH 实现高空间频率 CGH 功能来检测深度非球面。图 1 为传统单个 CGH 零位补偿检测非球面和组合 CGH 零位补偿检测非球面的几何光线追迹示意图。

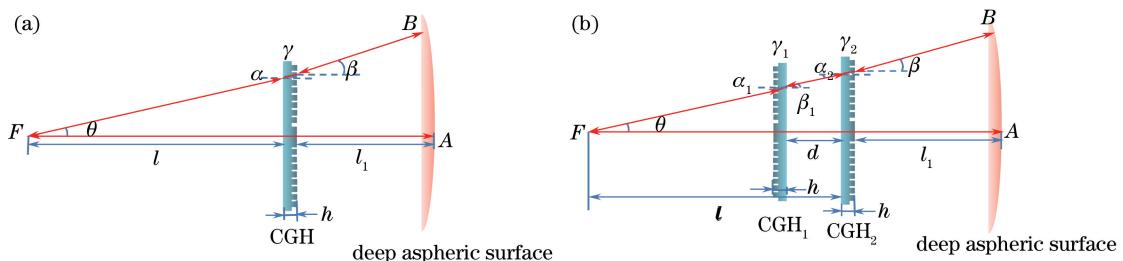


图 1 几何追迹模型。(a) 单个 CGH 零位补偿;(b) 组合 CGH 零位补偿

Fig. 1 Geometric tracing model. (a) Single CGH for null compensation; (b) combination of CGHs for null compensation

为获取组合 CGH 的相位,首先建立组合 CGH 空间频率与单个 CGH 空间频率的关系。CGH 可看作一系列具有不同空间频率的线性光栅的组合,通过调整不同的空间频率可改变出射光的方向,以实现待测深度非球面的零位检测。为简化 CGH 整体建模时数学求解的过程,采用一维线性光栅模型<sup>[12]</sup>。图 1 所示光线追迹过程只包含所需的衍射级次,其他级次均未标出。

采用的衍射级次为 +1 级,当已知标准透镜组数值孔径  $NA = \sin \theta$ ,入射到 CGH 上的角度  $\alpha$  ( $\alpha = \alpha_1$ ) 和出射角  $\beta$  时,由透射光栅表达式可求得所在位置的周期  $d$ 。对单个 CGH 的零位补偿发生一次折射和一次衍射,满足

$$d(\sin \beta - \sin \gamma) = d\left(\sin \beta - \frac{\sin \alpha}{n}\right) = d\left(\sin \beta - \frac{\sin \theta}{n}\right) = \lambda, \quad (1)$$

式中  $n$  代表折射率,所以其空间频率  $f$  为

$$f = \frac{1}{d} = \frac{n \sin \beta - \sin \theta}{n \lambda}, \quad (2)$$

而对组合 CGH,是由两次衍射使出射角达到所需值。

$$d_1(\sin \gamma_1 - \sin \alpha_1) = d_1\left(\frac{\sin \beta_1}{n} - \sin \alpha_1\right) = d_1\left(\frac{\sin \alpha_2}{n} - \sin \theta\right) = \lambda, \quad (3)$$

$$d_2(\sin \beta - \sin \gamma_2) = d_2 \left( \sin \beta - \frac{\sin \alpha_2}{n} \right) = \lambda. \quad (4)$$

由(3)式和(4)式可计算出组合 CGH 两面的空间频率分别为

$$f_1 = \frac{1}{d_1} = \frac{\sin \gamma_1 - \sin \theta}{\lambda}, \quad (5)$$

$$f_2 = \frac{1}{d_2} = \frac{\sin \beta - \sin \gamma_2}{\lambda}. \quad (6)$$

比较(2)、(5)和(6)式,可推导组合 CGH 空间频率与单个 CGH 的空间频率的关系,即

$$f = f_1 + f_2 + \frac{(n-1)\sin \theta}{n\lambda}. \quad (7)$$

(7)式说明了在相同测量条件下(入射角  $\alpha$ ,出射角  $\beta$ ),组合 CGH 中任一 CGH 的空间频率小于单个 CGH 的空间频率,且两个 CGH 的空间频率之和也小于单个 CGH 的空间频率。CGH 的空间频率与其相位是导数关系,即

$$f(r) = \frac{\partial \phi(r)}{\partial r}, \quad (8)$$

由(7)式和(8)式可求得组合 CGH 的相位与单个 CGH 的相位关系为

$$\frac{\partial \phi_{\text{CGH}}(r)}{\partial r} = \frac{\partial \phi_{\text{CGH}_1}(r_1)}{\partial r_1} + \frac{\partial \phi_{\text{CGH}_2}(r_2)}{\partial r_2} + \frac{(n-1)\sin \beta}{n\lambda}. \quad (9)$$

为获取  $\text{CGH}_1$  和  $\text{CGH}_2$  的初始相位,进行近似处理:

$$\phi_{\text{CGH}}(r) \approx \phi_{\text{CGH}_1}(r) + \phi_{\text{CGH}_2}(r), \quad (10)$$

$$\phi_{\text{CGH}_1}(r) = a \times \phi_{\text{CGH}}(r), \quad (11)$$

$$\phi_{\text{CGH}_2}(r) = (1-a) \times \phi_{\text{CGH}}(r), \quad (12)$$

式中  $0 < a < 1$ ,一般情况可取  $a=0.5$ 。

首先设计单个 CGH,求解其相位函数  $\phi_{\text{CGH}}(r)$  的方法已经很成熟<sup>[13-15]</sup>。 $\text{CGH}_1$  和  $\text{CGH}_2$  的初始相位  $\phi_{\text{CGH}_1}(r)$  和  $\phi_{\text{CGH}_2}(r)$  可作为光线沿待测非球面法向入射的初始条件,但是作为最终结果而言,逆向追迹所求的相位是一系列沿径向分布的离散相位值,且没有考虑  $\text{CGH}_1$  和  $\text{CGH}_2$  间距离对相位的影响。为实现非球面型的高精度测量,获取  $\phi_{\text{CGH}_1}(r)$  和  $\phi_{\text{CGH}_2}(r)$  需拟合曲线再优化,优化流程如图 2 所示。优化的核心问题是围绕 CGH 出射光线垂直入射到待测非球面而展开对 CGH 相位函数的优化。利用光学设计软件 Zemax 优化相位,将  $\phi_{\text{CGH}_1}(r)$  和  $\phi_{\text{CGH}_2}(r)$  代入 Zemax 中,首先固定  $\phi_{\text{CGH}_1}(r)$  优化  $\phi_{\text{CGH}_2}(r)$ ,根据 CGH 所需级次出

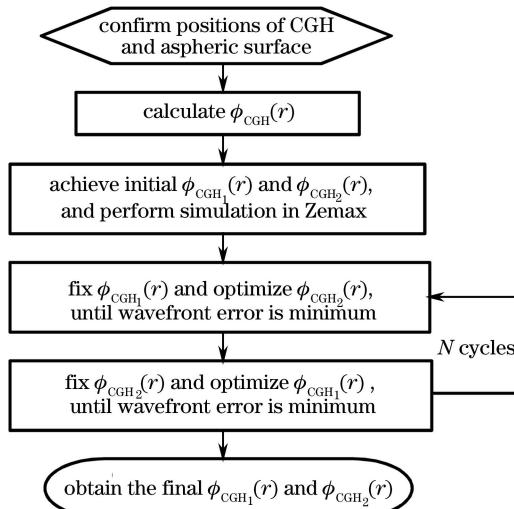


图 2 相位优化方法

Fig. 2 Optimization method for phase

射后入射到待测非球面的入射角不断优化相位函数,使波前误差达到要求,然后固定  $\phi_{CGH_2}(r)$  优化  $\phi_{CGH_1}(r)$ ,再次使波前误差达到要求。多次循环即可实现高精度组合 CGH 的设计。

### 3 设计案例

待测非球面参数为:孔径  $D=80$  mm, 非球面系数  $k=0.131186$ , 曲率半径  $R=-40$  mm, 非球面与最佳参考球面最大偏差量, 即最大非球面度为  $193.788 \mu\text{m}$ , 最大非球面度梯度为  $75.788 \mu\text{m}/\text{mm}$ 。待测非球面与球面偏差分布以及梯度分布如图 3 所示。

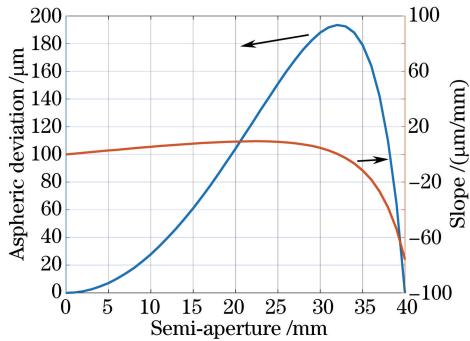


图 3 待测非球面偏差和梯度分布

Fig. 3 Aspheric deviation and slope of the tested aspheric mirror

设计单个 CGH 和组合 CGH 分别实现待测非球面的高精度检测, 并比较两种检测方式 CGH 的相位、空间频率以及残留波前误差。利用常规 CGH 设计和优化方法可获取单个 CGH 的相位和空间频率, 根据上述设计方法并利用 Zemax 优化距离  $d=10$  mm 的组合 CGH 之后, 可获取组合 CGH 的相位和空间频率。两种检测方式的 CGH 相位和空间频率如图 4 所示。用单个 CGH 检测待测非球面, 最大空间频率为  $907.045 \text{ lp/mm}$ , 在现有的加工工艺中, 加工空间频率高于  $900 \text{ lp/mm}$  的 CGH 难度很大, 而且成本比较高。组合 CGH 中  $CGH_1$  和  $CGH_2$  的最大空间频率分别为  $420.783 \text{ lp/mm}$  和  $458.146 \text{ lp/mm}$ , 比单个 CGH 的空间频率约降低了 50%, 大大降低了加工 CGH 的难度, 也降低了成本。组合 CGH 中  $CGH_1$  和  $CGH_2$  附加的相位低于单个 CGH 的相位值, 且  $CGH_1$  的相位也低于  $CGH_2$  的相位。同时,  $CGH_1$  和  $CGH_2$  空间频率之和也小于单个 CGH 的空间频率, 与(7)式得到的结论相同。

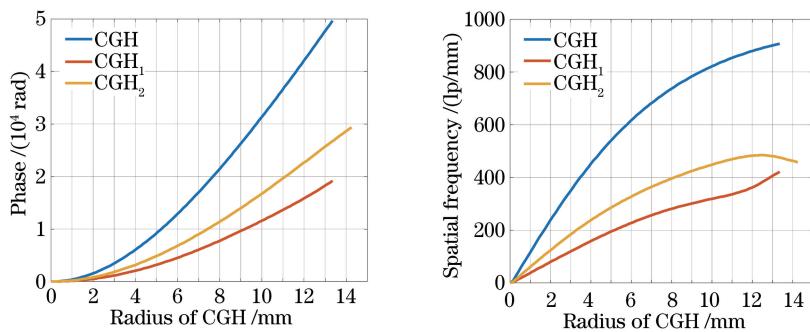


图 4 比较结果。(a)相位分布;(b)空间频率分布

Fig. 4 Comparison results. (a) Phase distribution; (b) spatial frequency distribution

为了实现对深度非球面的高精度检测, 不仅需要分析空间频率的变化, 还要分析设计精度即波前误差。图 5 给出了两种检测方式的波前误差。两种检测方式的波前误差峰谷值(PV)均小于  $\lambda/40$ , 均方根(RMS)均小于  $\lambda/250$ , 满足对深度非球面的高精度检测的要求。

由于组合 CGH 4 次通过 CGH, 会发生 4 次衍射, 产生不同衍射级次之间的配对。发生衍射级次为 0,  $\pm 1, \pm 3, \dots$ , 对于高级次的衍射由于其衍射效率很低可以忽略不计, 一般只考虑到  $\pm 3$  级, 而这 5 种衍射级次配对结果高达 625 个, 但是其中有些级次的配对分析是无关紧要的, 且  $\pm 1$  级衍射效率为 40.5%,  $\pm 3$  级衍

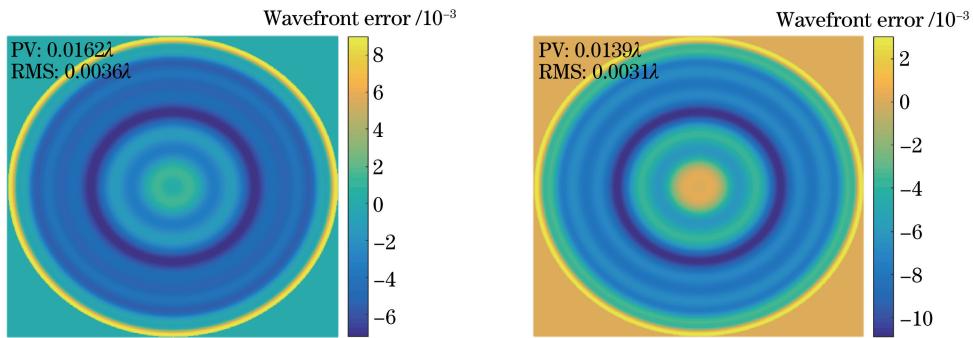


图 5 波前误差。(a)单个 CGH 检测结果;(b)组合低空间频率 CGH 检测结果

Fig. 5 Wavefront error. (a) Test result with a single CGH; (b) test result with the combination of CGHs with low spatial frequency

射效率为 4.5%, 0 级衍射效率为 10%<sup>[16]</sup>。检测光路多级衍射受两个因素的影响, 局部空间频率以及 CGH 与待测件之间距离。增加局部空间频率可使 CGH 出射的各衍射级次之间的角度分离, 增加空间频率的方式有同轴载频和倾斜载频。同轴载频有利于各衍射级次在轴向分离, 倾斜载频有利于各衍射级次在垂轴方向分离。但倾斜载频会破坏 CGH 版图的旋转对称性, 加重加工负担。对于第二个因素, 在各衍射级次之间角度分离不变的情况下, 增加 CGH 与待测件之间的距离, 可增大各衍射级次在待测非球面上的垂轴距离。采用同轴载频, 组合 CGH 可增大各衍射级次之间的角度。根据不同衍射级次配对的衍射效率的高低, 只分析衍射效率较高组合的同轴抑制情况。假定入射到待测非球面上的衍射级次是理想 +1 级衍射光, 则返回光路的衍射级次在光轴上的分布如图 6 所示。

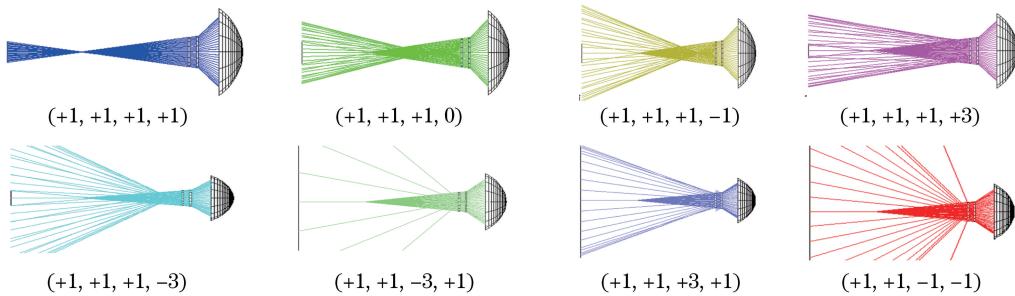


图 6 不同衍射级次匹配沿光轴上分布情况

Fig. 6 Light distributions of different combinations of diffraction orders along the optical axis

比较各匹配结果, 各衍射级次已在光轴方向上分离, 在系统焦平面上加光阑即可滤除 +1 级(所需衍射级次)之外的衍射级次, 减弱干扰衍射多级次的影响。

## 4 辅助装调与误差分析

### 4.1 辅助装调 CGH

对深度非球面的高精度检测不仅依赖 CGH 的设计精度, 还同系统中各器件的位置装调精度密切相关。对利用单个 CGH 零位补偿的检测方式, 当标准透镜、CGH 以及待测非球面位置不同轴时, 测试结果将含有明显的装调误差, 如离焦、球差以及彗差, 都将会造成测试结果不能真实反映待测非球面的面型<sup>[17-20]</sup>。相比单个 CGH 零位检测方式, 组合 CGH 零位补偿的检测方式多了一个 CGH, 所以装调时应减小两个 CGH 不同轴引起的装调误差。减小装调误差的关键在于标准透镜要与组合 CGH 共轴。

旋转对称型 CGH 在光路中的位置偏差分为 5 个自由度, 即  $x$  轴及  $y$  轴方向平移、 $z$  轴方向平移、倾斜(绕  $y$  轴旋转)、俯仰(绕  $x$  轴旋转)。辅助装调 CGH 时在零位补偿 CGH 外环添加透射式或反射式菲涅耳波带片(FZP), 主要功能是使入射到 CGH 的波前产生相位以原路反转的方式辅助装调零位补偿 CGH。当辅助装调 CGH 调整到位时, 零位补偿 CGH 同样调制到位, 此时原路返回的波面与参考波面干涉产生条纹,

条纹状态可指导装调。当条纹趋近于零时,零位补偿 CGH 调整到最佳位置。图 7 是辅助装调 CGH 示意图。 $\alpha_i$  和  $\alpha_m$  分别代表入射角和测量角。对低空间频率 CGH 中  $CGH_1$ , 辅助装调 CGH 中两个区域均工作, 即区域 1 是对入射到  $CGH_1$  的波前实现原路反转, 由干涉条纹调整  $CGH_1$  的位置; 区域 2 是对入射到  $CGH_1$  的波前进行调制使其透射到  $CGH_2$ 。而对  $CGH_2$ , 其区域 1 是不工作的, 区域 2 使由  $CGH_1$  区域 2 透射波前原路反转。在调整过程中, 当 CGH 接近理想设计位置时, 对应环带干涉视场将会产生条纹, 可由干涉图判断 CGH 位置是否理想。干涉条纹图样越稀疏, 表示 CGH 距理想位置越近, 反之越远。

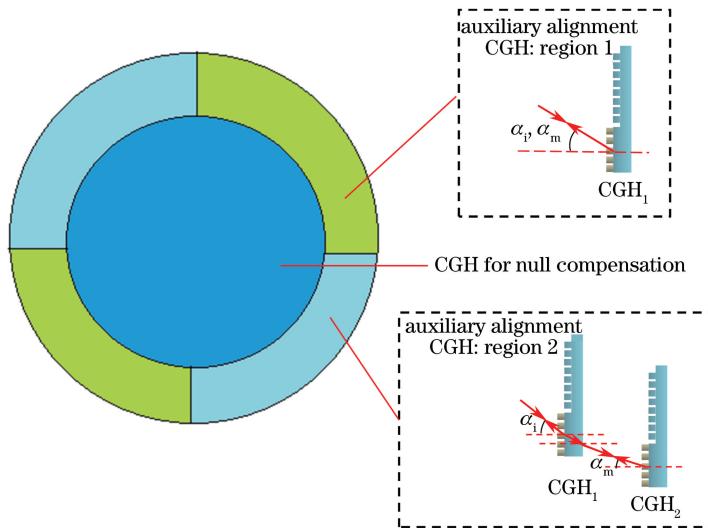


图 7 辅助装调 CGH 示意图

Fig. 7 Diagram of auxiliary alignment CGH

#### 4.2 装调误差的判断

设计了辅助装调 CGH, 可由辅助装调 CGH 的条纹数目判断装调状态。当辅助装调 CGH 调整到位时, 零位补偿 CGH 同时也调整到位。条纹的数目可用于引导装调, 当条纹趋于零时, CGH 调整到位, 在 Zemax 中仿真辅助装调 CGH, 并分析文中所述组合 CGH 的相对中心偏差( $x$  或  $y$  方向偏心)、倾斜俯仰偏差( $x$  或  $y$  方向倾斜)以及轴向位置偏差对条纹数目影响, 图 8 和图 9 分别给出辅助装调 CGH 环带仿真干涉图以及装调误差对条纹数目影响。由图 9 可知, 当组合 CGH 的中心偏差小于  $1 \mu\text{m}$ , 倾仰倾斜偏差小于  $0.1'$ , 轴向定位偏差小于  $0.2 \mu\text{m}$  时, 辅助装调 CGH 的条纹少于两条。

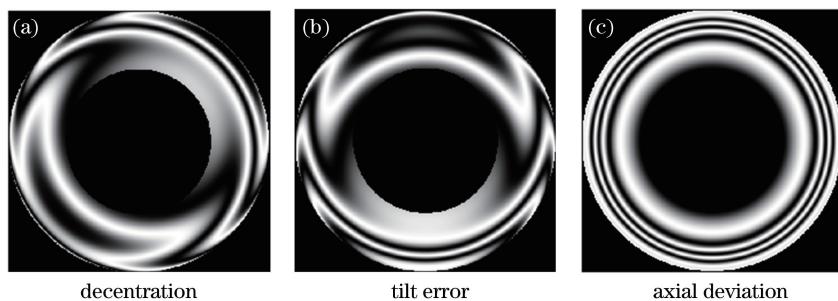


图 8 辅助装调 CGH 环带仿真干涉图

Fig. 8 Annulus simulation interferograms of auxiliary alignment CGH

#### 4.3 装调误差对检测精度的影响

与传统平面或球面干涉系统相比, 利用 CGH 的非球面检测结果是 CGH 与待测件误差的综合效果。CGH 的误差主要源自:1) CGH 基本面型以及折射率均匀性;2) CGH 加工精度;3) CGH 装调精度。主要针对两个 CGH 装调精度进行分析, 其装调误差包含两个 CGH 的相对中心偏差( $x$  或  $y$  方向偏心)、倾斜俯仰偏差( $x$  或  $y$  方向倾斜)以及轴向位置偏差。假设  $CGH_1$  装调已经由辅助装调 CGH 完成, 取  $CGH_2$  倾仰倾斜偏差  $0.6'$ , 中心偏差  $5 \mu\text{m}$  以及轴向定位偏差  $\pm 0.2 \mu\text{m}$ , 分别仿真得到各个波前 RMS 的变化量。各装调

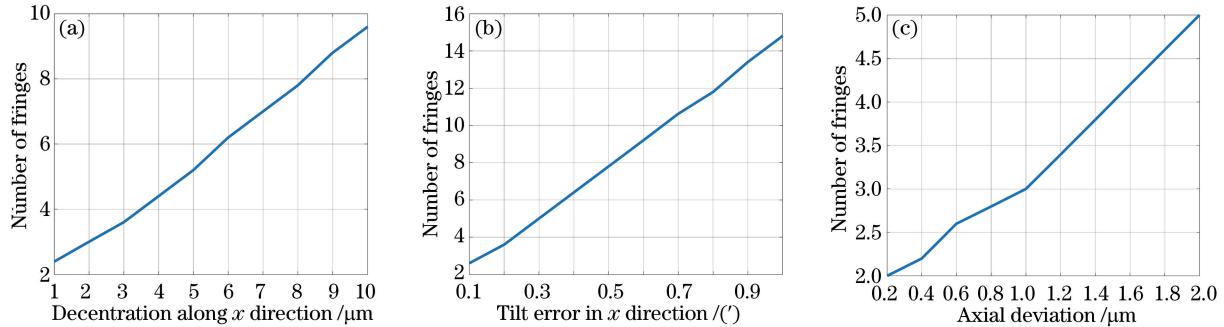


图 9 装调误差对辅助装调 CGH 条纹的影响。(a) 中心偏差;(b) 俯仰倾斜偏差;(c) 轴向定位偏差

Fig. 9 Influence of alignment error on the number of fringes of auxiliary alignment CGH.

(a) Decentration; (b) tilt error; (c) axial deviation

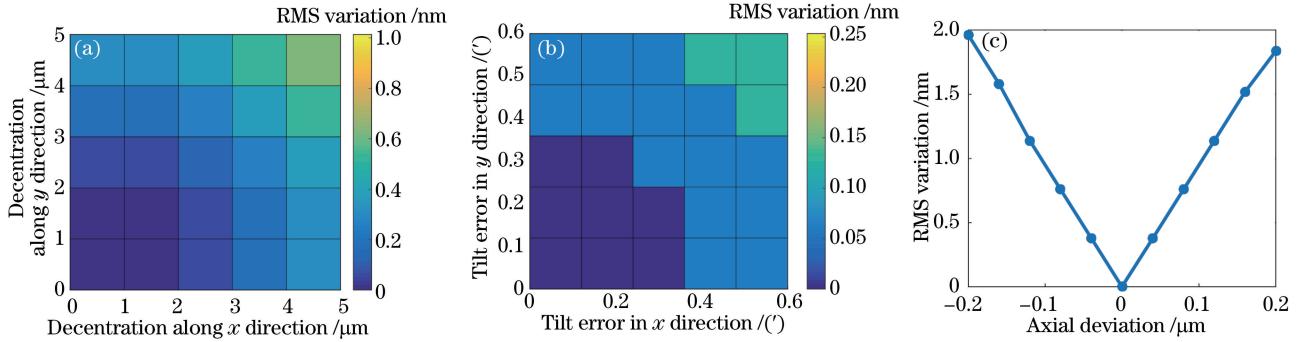


图 10 CGH 装调误差对检测精度的影响。(a) 中心偏差;(b) 俯仰倾斜偏差;(c) 轴向定位偏差

Fig. 10 Influence of CGH alignment error on detection accuracy. (a) Decentration; (b) tilt error; (c) axial deviation

误差对检测精度的影响如图 10 所示。

从图 10 可发现俯仰倾斜偏差和中心偏差对检测精度的影响均小于 1 nm, 轴向定位偏差在  $\pm 0.2 \mu\text{m}$  时对检测精度的影响小于 2 nm, 且随着轴向定位偏差增大, 其对检测精度的影响呈线性增大。普通机械装调 CGH 会引入纳米级装调误差, 且普通机械装调方法无法直接检测 CGH 的中心偏差程度。而利用辅助装调 CGH, 可降低 CGH 中心偏差的影响。结合普通机械装调方法与辅助装调 CGH, 可降低装调误差对检测精度的影响。通过辅助装调 CGH, 由条纹可判断装调误差的状态。以两根条纹为例, 此时组合 CGH 俯仰倾斜偏差小于  $0.1'$ , 中心偏差小于  $1 \mu\text{m}$ , 轴向定位偏差小于  $0.2 \mu\text{m}$ , 该装调误差对检测精度的影响小于  $2.7 \times 10^{-3} \lambda$ 。

## 5 结 论

大非球面度及大梯度深度非球面在现代光学系统中使用越来越频繁, 而利用单个 CGH 的零位检测技术受局部空间频率的限制, 很难实现高精度检测。提出一种组合低空间频率 CGH 检测深度非球面, 相比传统单个 CGH 检测方法, 组合 CGH 最大空间频率约为单个 CGH 最大空间频率的 50%, 降低了加工难度。以一维光栅理论推导了组合 CGH 降低空间频率的原理。设计了辅助装调 CGH, 降低了装调误差对检测精度的影响。组合 CGH 可使 CGH 与深度非球面关系由一对多变成多对一, 因为可在已有的 CGH 基础上设计一个可与之匹配检测其他深度非球面的 CGH, 减少加工高空间频率 CGH 的次数。但是由于四次衍射导致光能利用率比较低, 只能测高反射的深度非球面, 对反射率低的深度非球面对比度很低。后续将采用透射闪耀光栅与 CGH 组合提高衍射效率, 进而检测反射率低的深度非球面。

## 参 考 文 献

- 1 Ruben P L. Refractive null correctors for aspheric surfaces[J]. Applied Optics, 1976, 15(12): 3080-3083.
- 2 Zhang Zhongyu, Yu Jingchi. Study of testing aspheric surface with null corrector[J]. Optics and Precision Engineering,

1999, 7(1): 125-129.

张忠玉, 余景池. 用补偿器测量非球面的研究[J]. 光学 精密工程, 1999, 7(1): 125-129.

- 3 Pruss C, Tiziani H J. Dynamic null lens for aspheric testing using a membrane mirror[J]. Optics Communications, 2004, 233(1-3): 15-19.
- 4 Wyant J C, O'neill P K. Computer generated hologram; null lens test of aspheric wavefronts[J]. Applied Optics, 1974, 13(12): 2762-2765.
- 5 Ono A, Wyant J C. Aspherical mirror testing using a CGH with small errors[J]. Applied Optics, 1985, 24(4): 560-563.
- 6 Pruss C, Reichelt S, Tiziani H J, et al. Computer-generated holograms in interferometric testing [J]. Optical Engineering, 2004, 43(11): 2534-2540.
- 7 Li S, Liu B, Tian A, et al. A practical method for determining the accuracy of computer-generated holograms for off-axis aspheric surfaces[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2016, 77: 154-161.
- 8 Huang Ya, Ma Jun, Zhu Rihong, et al. Investigation of measurement uncertainty of optical freeform surface based on computer-generated hologram[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(11): 1112007.  
黄 亚, 马 骏, 朱日宏, 等. 基于计算全息的光学自由曲面测量不确定度分析[J]. 光学学报, 2015, 35(11): 1112007.
- 9 Faulde M, Fercher A F, Torge R, et al. Optical testing by means of synthetic holograms and partial lens compensation [J]. Optics Communications, 1973, 7(4): 363-365.
- 10 Lu Zhenwu, Liu Hua, Li Fengyou. Aspheric surface testing with CGH on curved surface[J]. Optics and Precision Engineering, 2004, 12(6): 555-559.  
卢振武, 刘 华, 李凤有. 利用曲面计算全息图进行非球面检测[J]. 光学 精密工程, 2004, 12(6): 555-559.
- 11 Lu Zhenwu, Li Fengyou, Liu Hua, et al. Testing the convex aspheric surface by using CGH on curved surface[J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2004, 15(9): 1088-1090.  
卢振武, 李凤有, 刘 华, 等. 利用曲面计算全息图进行凸面非球面检测[J]. 光电子 • 激光, 2004, 15(9): 1088-1090.
- 12 Chang Y C. Diffraction wavefront analysis of computer-generated holograms[D]. Tucson: The University of Arizona, 1999.
- 13 Shen H, Zhu R, Gao Z, et al. Design and fabrication of computer-generated holograms for testing optical freeform surfaces[J]. Chinese Optics Letters, 2013, 11(3): 032201.
- 14 Nishitsuji T, Shimobaba T, Kakue T, et al. Simple and fast cosine approximation method for computer-generated hologram calculation[J]. Optics Express, 2015, 23(25): 32465-32470.
- 15 Shimobaba T, Ito T. Random phase-free computer-generated hologram[J]. Optics Express, 2015, 23(7): 9549-9554.
- 16 Lindlein N. Analysis of the disturbing diffraction orders of computer-generated holograms used for testing optical aspherics[J]. Applied Optics, 2001, 40(16): 2698-2708.
- 17 Polleshchuk A G, Churin E G, Koronkevich V P, et al. Polar coordinate laser pattern generator for fabrication of diffractive optical elements with arbitrary structure[J]. Applied Optics, 1999, 38(8): 1295-1301.
- 18 Fercher A F. Computer-generated holograms for testing optical elements: error analysis and error compensation [J]. Optica Acta: International Journal of Optics, 1976, 23(5): 347-365.
- 19 Kang Guoguo, Xie Jinghui, Liu Yi. Design and error analysis of the CGH used for aspheric test[J]. Optical Technique, 2007, 33(5): 654-657.  
康果果, 谢敬辉, 刘 强. 用于非球面检测的计算全息设计及其精度分析[J]. 光学技术, 2007, 33(5): 654-657.
- 20 Wang Xiaopeng, Gao Zhishan, Ma Jun, et al. Investigation of measurement uncertainty of aspheric surface based on null-computer-generated holography[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(1): 0112003.  
王小鹏, 高志山, 马 骏, 等. 非球面测量中零位计算全息的测量不确定度分析研究[J]. 光学学报, 2011, 31(1): 0112003.