# 物镜像面相对照度计算方法

陈 琛<sup>1,2</sup> 胡春海<sup>1</sup> 李维善<sup>2</sup> 刘宵婵<sup>2</sup> 宋 涛<sup>1,2</sup>

1燕山大学测试计量技术及仪器河北省重点实验室,河北 秦皇岛 066004

²秦皇岛视听机械研究所数字影像装备与数字视频技术秦皇岛重点实验室,河北秦皇岛 066000

**摘要**为了找到更加精确的广角物镜系统像面相对照度计算方法,分析了现行像面照度公式成立条件的局限性, 提出了基于孔径光阑约束模式的矢量光线追迹计算光通量的方法。通过矢量分析和推导,给出了孔径光阑约束的 轴外视场光束在第一光学面上形成的照射区的特征点坐标及照射区面积表达式;依据朗伯体辐射条件和规律,从 物镜系统物方着手,建立了两种共轭条件的物镜像面照度分析模型;针对具有物方大视场角特征的相似成像物镜 系统和非相似成像物镜系统,分别推导出了像面照度及相对照度表达式;指出了光学设计过程中提高像面相对照 度的基本策略。

关键词 几何光学;相对照度;空间光线;广角物镜;鱼眼物镜;孔径光阑
中图分类号 TH701;TH741.5 文献标识码 A
doi: 10.3788/AOS201636.1108001

# **Calculation Method of Relative Illumination of Lens Image Plane**

Chen Chen<sup>1,2</sup> Hu Chunhai<sup>1</sup> Li Weishan<sup>2</sup> Liu Xiaochan<sup>2</sup> Song Tao<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Hebei Province Key Laboratory of Measuring and Testing Technologies & Instruments, Yanshan University,

Qinhuangdao, Hebei 066004, China

<sup>2</sup> Qinhuangdao Key Laboratory of Digital Image Equipment and Digital Video Technology,

Qinhuangdao Audio-Visual Machinery Research Institute, Qinhuangdao, Hebei 066000, China

**Abstract** In order to find a more accurate calculation method of relative illumination of lens image plane in a wideangle lens system, the limitation of the existing calculation method is analyzed, and a method to calculate luminous flux by vector ray tracing based on aperture stop constraint mode is introduced. The expressions of feature points coordinates and illuminated area of the first optical surface from abaxial ray under the control of aperture stop are presented through vector analysis and derivation. According to the condition and the law of Lambert radiator, from object space of lens, two kinds of lens image illumination analysis modes under conjugated condition are set up. For similar imaging system and non-similar imaging system with large field, the expressions of image illumination and relative illumination are derived respectively. A basic scheme to increase relative illumination during optical designing is proposed.

Key words geometric optics; relative illumination; space light ray; wide-angle lens; fisheye lens; aperture stop OCIS codes 080.2740; 080.3630; 080.1510

# 1引言

无限大、面扩散光在物镜像平面上各视场(FOV)位置的照度与中心视场的照度之比,称为该视场相对 于中心视场的像面照度均匀度,简称为照度均匀度或相对照度。相对照度是成像物镜的一个重要技术指标, 尤其在大场景摄影、短距离大画幅的放映与投影应用领域,像面相对照度直接影响着光学影像信息的还原或

作者简介: 陈 琛(1968—), 男, 博士研究生, 高级工程师, 主要从事影像系统光学设计方面的研究。

E-mail: chenchen\_5168@sina.com

**导师简介**:胡春海(1966—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事机器视觉和数据融合方面的研究。 E-mail: fred-hu@ysu.edu.cn(通信联系人)

收稿日期: 2016-06-14; 收到修改稿日期: 2016-07-07

基金项目:科技部科研院所技术开发研究专项基金(2011EG119199)、科技部中小企业科技创新基金(10C26211303678)

人的视觉感知。在很多的特殊投影工程中,例如球幕或复杂曲面幕投影工程、大张角的环幕投影工程、地理 教学球型显示系统、沉浸式模拟驾驶训练系统、天文科普投影工程、教学厅投影工程等,均使用具有物方大视 场角特征的广角投影物镜或鱼眼类型的投影物镜,以达到机位数量减少、幕上画面变形规律可控的目的。当 幕的投影面积较大的时候,因为投影机总的光输出存在极值,而人眼对于大场景连续画面的视觉感知又存在 亮度刺激的最低要求,所以,幕上画面的亮度及亮度均匀度成为评价观影效果、表征工程质量的关键指标。 工程中投影物镜像面的相对照度是影响幕上画面亮度均匀度的最重要因素,在上述特殊投影工程的物镜设 计阶段,预先了解和优化投影物镜的像面相对照度规律是保障特殊投影工程质量的先决条件。长期以来,众 多文献包括现行的几乎所有教科书,一直沿袭着像面照度遵从像方视场角余弦四次方的衰减规律,因此在光 学设计领域产生了提高像面相对照度的传统方法——尽量减小像方视场角或增加出瞳距[1-3]。但是在大量 的工程实践中,却经常发现"经典"的像面照度衰减规律和实践存在偏差,即使严格遵循提高像面相对照度 的方法设计并制作出的镜头,其像面相对照度提高的实际量值和设计预期差别也比较大,尤其是具有反远距 特征的超广角镜头和鱼眼类型镜头。正是因为像面照度理论和实践存在偏差,物镜相对照度的检测方法存 在争议,在国家标准 GB/T29297-2012《数字投影机球幕投影鱼眼镜头技术条件》<sup>[4]</sup>中直接取消了有关像面 照度均匀度测试方法及测试装置的相关约定,而在行业标准 JB/T 12111-2015《鱼眼监控镜头技术条件》[5] 中则取消了对像面照度均匀度的要求。但是物镜相对照度作为重要的光学性能指标在光学设计和检测评价 过程中不可回避,因此,本文研究了物镜像面相对照度的计算机理,指出了光学设计过程中提高像面相对照 度的基本策略。

# 2 现行的照度计算公式和分歧

### 2.1 现行照度公式

目前,在几何光学领域普遍公认的照度计算方法是基于出瞳模式的<sup>[6-8]</sup>,其具体计算过程可简述为:若物 平面上各点亮度均为 η,且沿各方向的亮度相同,τ 为光学系统的透射率,n'和 n 分别为像空间和物空间的折 射率,U'为轴上物点成像光束的像方孔径角的最大值,ω'为轴外像点所对应的像方半视场角,则轴上像点照 度 E<sub>0</sub>'为

$$E'_{0} = \pi \tau \eta \left(\frac{n'}{n}\right)^{2} \sin^{2} U', \qquad (1)$$

其轴外像点照度 E' 为

$$E'_{\omega} = E'_{0} \cos^{4} \omega'_{\circ} \tag{2}$$

文献[9]质疑了现行基于出瞳模式的相对照度计算方法,并给出了基于入瞳模式的相对照度计算公式, 得到的结果为

$$E'_{\omega} = E'_{0} \cos^{4} \omega , \qquad (3)$$

式中 ω 是物方半视场角。注意到,(2)式和(3)式的差别是因为像方半视场角 ω'和物方半视场角 ω 存在差异。而且该文献还指出:像平面的相对照度只取决于物方视场角,在有限共轭的系统中,可以采用入瞳面远 离物面的设计提高相对照度,对于无穷远共轭的系统,物方视场一般在设计时给定一个固定值,因此相对 照度也基本上是固定的。

在一些国外文献中,也不乏照度的相关研究<sup>[10-14]</sup>。有些文献曾经指出,成像系统的相对照度和物方视场 角有关,但没能给出成像系统具体的相对照度公式。

## 2.2 对现行照度公式的分析

人们已经普遍接受(2)式所示的出瞳模式的相对照度计算,教科书中在论述该方法时明确指出,公式的 成立是有条件的,即出瞳处无像差并且系统无轴外光束渐晕。但是仔细分析推导的整个过程,可发现这种方 法还隐含着另外的假设条件。从其辐射模型上看,该方法针对的是有限大小的辐射面源,采用了物方视场角 较小且为有限距离共轭的模型。最为关键的是,还假设了物方的任意视场发出的光束不止充满了公共入瞳, 还充满了公共出瞳,这些隐含的假设失去了一般性。这种方法对于有限距离共轭成像且横向放大率的绝对 值接近于1的系统应该是适用的,而对于无穷远共轭成像和横向放大率的绝对值远离1的广角镜头乃至鱼 眼镜头来说,既不符合照度计算的显性条件,也不符合潜在隐性条件。故此,基于这些条件的照度推导和计 算存在局限性,至少针对无限远共轭成像且横向放大率的绝对值远离1的情况,例如,应用于摄影、放映或投 影的广角镜头、鱼眼镜头等是不适用的。

文献[9]通过建立光阑前置的理想透镜系统模型,分析了光阑位置移动对像面照度的影响,指出了经典的基于出瞳模式的照度计算存在错误,并给出了基于入瞳模式的照度计算方法和公式。但是,其相对照度计算公式和计算过程也存在问题。问题主要在于:用以分析照度的光学模型是"理想"的近轴系统,推导的数理 过程也隐性假定了每个视场发出的光束都充满入瞳,而实际上不同的物镜光学结构,各个视场光束进入入瞳 的区域和面积不同。绝大多数物镜结构光阑前和光阑后的局部光学结构,均没有进行局部像差优化,致使可 能存在较大的光阑像差,例如大视场的广角镜头和鱼眼镜头。这里用一个反证示例来说明:如果文献[9]基 于入瞳的计算正确,即(3)式成立,那么当物方半视场角  $\omega$  等于 90°时,轴外照度  $E'_{\omega} = 0$ ,当  $\omega$  大于 90°时,轴 外照度  $E'_{\omega}$ 小于 0,为负值,说明  $\omega$  大于和等于 90°时,光线均不能到达像面,也即不能成像。而众所周知,鱼 眼镜头在半视场角大于等于 90°的情况下能够很好地成像,所以(3)式也没有普适性。

无论经典的出瞳模式还是文献[9]的入瞳模式,在推导照度计算公式的数理过程中都有环节涉及到了入 瞳,但其分析过程均未考虑不同视场角条件下入瞳位置和大小是否唯一。对于有些结构,入瞳随着视场角的 变化而变化,如中国专利 ZL200810054867.X 中如图 1 所示的结构<sup>[15]</sup>。该结构属于鱼眼物镜,最大全视场角 达到 320°,则半视场角ω=160°,所有视场均能成像;入瞳位置随着视场角的变化而变化;最大视场与 0 视场 入瞳位置差,也称光阑球差,甚至超过了镜头总长;该类型结构也存在较大的光阑彗差。如果入瞳位置和大 小随着视场角的变化而变化,那么,使用入瞳光束进行照度分析的基础就不复存在。



图 1 某专利鱼眼物镜结构 Fig. 1 Stucture diagram of a patented fisheve len

# 3 相对照度计算方法讨论

既然基于出瞳和入瞳模式讨论照度问题均遇到了困难,不妨抛开出瞳和入瞳模式。试想,出瞳和入瞳本 来就是孔径光阑的前、后镜组所成的像,且该像还存在像差,具有不确定性。精确的计算应该回避不确定性, 直接针对孔径光阑进行分析,即无论物方哪个视场,限制该视场光束宽度的只有孔径光阑,而且,即使结构存 在轴外光束渐晕,光束宽度也可以在孔径光阑上直接得到体现。这样就可以回避基于出瞳模式进行计算所必 需的显性假定和隐性假设,也可以回避基于入瞳模式的隐性假设,使得照度计算更具有一般性和普适性。

假定,在无穷远的物平面或物球面为朗伯体光源,其上有一微小面元,该面元正好对应物镜的某个视场, 可以是任意视场,面元辐射形成的光束依次经过物镜前组诸光学透镜的各个光学面、孔径光阑,物镜后组诸 透镜的各个光学面,最终在像平面上形成像点,该像点仍可看作微小面元,物面上面元辐射出的光通量乘以 物镜总透射率等于像点接收到的光通量。而在第一透镜的第一个光学面(也是物镜的第一个光学面,以下记 为 R<sub>1</sub>)之前,光束没有经过任何透镜的调制,物面上辐射出的光的属性没发生任何变化,具有朗伯体辐射属 性。所以,如果针对 0 视场及某轴外视场,若能够计算出物面元辐射出的且由孔径光阑约束的光束在 R<sub>1</sub> 上 的照射区面积,就可以得到 R<sub>1</sub> 上该照射区相对物面元中心的立体角,也可以得到 0 视场及某任意视场入射 光束的光通量及所对应像面元的照度,进而得到相对照度。该方法需计算物镜 R<sub>1</sub> 上的光照射区面积,回避 了像差干扰,也回避了光束传播的方向性等问题。

图 2 为一种物镜的光路图,图中给出了 4 个视场的全孔径光束轨迹,物距为 L。的物面上 0 视场对应的 微小面元 ds。经物镜成像于像面上的像点(微小面元)ds',物面上 ω 视场对应的微小面元 ds。经物镜成像于 像面上的像点(微小面元)ds'。每个视场的全孔径宽光束在由物面向像面的传播过程中,依次在物镜的透镜 光学面、近轴入瞳面、近轴出瞳面上形成面积不等的照射区,从而最终在像面上形成面积最小的照射区—— 像点。图 3 给出了该结构 4 个视场的全孔径宽光束在第一光学面、近轴入瞳面、近轴出瞳面上形成的照射区 的分布情况。显然,不同视场、不同光学面、出瞳和入瞳面上的照射区形状、面积及相对光轴的位置不同,这 个规律正好说明,基于出瞳模式和入瞳模式分析相对照度存在缺陷。





Fig. 2 Conjugate light path of the object surface element and image surface element



图 3 不同视场光束在不同位置形成的照射区分布图。(a) 第一光学面;(b) 近轴入瞳面;(c) 近轴出瞳面

Fig. 3 Illuminated area distribution diagrams from different fields to different positions. (a) The first optical surface; (b) near-axial entrance pupil surface; (c) near-axial exit pupil surface

图 4 为图 3 所示物镜物距发生变化时的情况,物距从 L<sub>0</sub> 变化为∞,物面面元 ds<sub>0</sub> 和 ds<sub>∞</sub> 相对第一光学面 的辐射距离发生改变,而面元辐射光束在物镜 R<sub>1</sub> 上形成的照射区 ø<sub>0</sub> 和 ø<sub>∞</sub> 也发生了变化,包括照射区面积 和照射区位置。因此分析照度和相对照度,必须针对确定的共轭条件和确定的镜头结构。





Fig. 4 Transformation of illuminated area in meridian direction at the first optical surface as the object distance increases

根据上述分析,计算某视场的照度或计算某个视场相对 0 视场的相对照度,其关键步骤是计算有效孔径 光阑限定的相应视场光束在 R<sub>1</sub>上的照射区面积  $\phi_{\omega}$ 和  $\phi_{0}$ ,同时需要考虑物面元及 R<sub>1</sub>上的照射区域的有效 面积,该有效面积为实际面积乘以其法线和光传播方向的夹角余弦,见图 5。ds<sub>w</sub>中心和  $\phi_{\omega}$ 中心的连线构成 两面的矢径,该矢径方向为光线的实际传播方向。在镜头子午面内,轴外视场  $\omega$  的主光线 AB 和 R<sub>1</sub> 交于 B 点,AB 交光轴 Z 于 C 点,视场主光线与光轴的夹角为  $\omega$ ,R<sub>1</sub>的球心在 O'点,则直线 BO'为球面 R<sub>1</sub> 过 B 点 的法线,主光线 AB 和  $\phi_{\omega}$  的中心法线 BO'的夹角为  $\theta_{\omega}$ ,则  $\phi_{\omega}$  在入射主光线方向的有效面积为  $\phi_{\omega} \cos \theta_{\omega}$ 。



图 5 第一光学面上照射区域有效面积

Fig. 5 Effective illuminated area at the first optical surface

图 6 为沿 Z 轴方向侧视图 2 得到的 R<sub>1</sub> 的正视图,描述了 R<sub>1</sub> 上照射区分布情况。为了便于说明,采用 右手标架建立空间坐标系,坐标原点在孔径光阑的中心,令镜头子午面和 YOZ 平面重合,则镜头弧矢面和 XOZ 平面重合。图 6 中,轴外视场照射区边界随着视场角的增大由圆逐渐变为椭圆,椭圆边界在 X,Y 轴方 向存在 4 个顶点 a,b,c,d 和椭圆中心点 e,设孔径光阑直径为 2H,则经过 a,b,c,d,e 的光线也将分别经过 孔径光阑面上的(0,H,0)、(H,0,0)、(0,-H,0)、(-H,0,0)及(0,0,0),并最终在像面上会聚成像点,该像 点坐标为已知。若求得 a,b,c,d,e 的坐标值,也就可以求得上述 5 点确定的椭圆面积,从而最终求得光通 量。事实上,求解 a 点和 c 点的坐标可以在子午面内完成,而 b 点和 d 点的坐标只需求出一个,因为 b 点和 d 点关于 YOZ 面对称,求解需要在三维空间进行计算。而中心点 e,其坐标可以通过子午面内的计算获得, 可以用于弧矢方向求解过程的验证和试根解法的试根范围限定。



图 6 第一光学面上照射区边界及特征点分布图

Fig. 6 Boundary and feature point of the illuminated area at the first optical surface

# 4 孔径光阑约束光束的特征光线追迹计算

## 4.1 子午面上的光线追迹及计算

假定面元从物距为 $L_0$ 的物面上以 $\omega$ 角向物镜辐射,成像于像距为L'的像面上,像高为h,包括孔径光 阑物镜总共有q个球面光学面,物镜孔径光阑位于物镜的第m个面,则孔径光阑前有m-1个光学面,孔径 光阑后有q-m个光学面,物镜第一个光学面为 $R_1$ ,每个工作面相对应的折射率n、间隔厚度D、曲率半径 r、球面方程 F(x,y,z),均以光学面的序号作为角标进行区别。



图 7 子午方向特征光线轨迹 Fig. 7 Feature light track in meridian direction

仍然以孔径光阑中心为坐标原点建立右手坐标系 $\{O; x, y, z\}$ ,如图7所示,在子午平面内,和Z轴呈 $\omega$ 角的三条轴外光线分别经过孔径光阑的上边缘、中心和下边缘。设孔径光阑直径为2H,孔径光阑上的渐晕 因子为 $K_{\omega}$ ,则三特征光线所经过孔径光阑的三个特征点均处在Y轴上,坐标分别为 $T_{um}^{oa}(0,HK_{\omega},0)$ 、  $T_{um}^{oi}(0,0,0)$ 、 $T_{um}^{ub}(0,-HK_{\omega},0)$ 。坐标的角标中" $\omega$ "用以区别不同视场,上角标"a"、"i"、"b"分别代表上、 中、下三光线,角标"t"或"s"表示子午方向和弧矢方向,下角标"*m*"表示不同的光学面(下同)。注意到,过三 个特征点的光线始终在子午面内,所以子午面内可以采用二维的计算方法,这样的计算和追迹文献很多,不 再赘述<sup>[16-17]</sup>。用二维的计算方法可以在子午面内确定任意视场三条特征光线在R<sub>1</sub>上的坐标为  $T_{u1}^{oa}(0,y_{u1}^{oa},z_{u1}^{oa})$ 、 $T_{u1}^{ob}(0,y_{u1}^{ob},z_{u1}^{ob})$ ,根据此三点在Y轴的坐标分量,可确定R<sub>1</sub>上所形成的近 似椭圆光斑在子午方向的轴长以及椭圆中心的位置,此时子午方向椭圆轴长为

$$L_{t} = \sqrt{\left(y_{tl}^{\omega b} - y_{tl}^{\omega a}\right)^{2} + \left(z_{tl}^{\omega b} - z_{tl}^{\omega a}\right)^{2}}, \qquad (4)$$

同样,根据中间光线(也可称为主光线)在 R<sub>1</sub>上的交点坐标  $T_{ti}^{ei}(0, y_{ti}^{ei}, z_{ti}^{ei})$ 以及 R<sub>1</sub>的球面方程,可以确定 R<sub>1</sub>上过交点  $T_{ti}^{ei}(0, y_{ti}^{ei}, z_{ti}^{ei})$ 的法线方程,并能够确定来自物平面的入射光线和该法线的夹角  $\theta_{\omega}$ 。

对于 0 视场来说情况较特殊,在子午方向的二维计算只需要计算上光线或下光线,得到的 T<sup>aa</sup>坐标的 Y 轴分量 y<sup>aa</sup>就是第一光学面上所形成的标准圆形照射区的半径,也就可以计算出 0 视场对应的照射区面积。 而对于其他视场,在第一光学面上所形成的照射区边界不再是圆,而是近似椭圆。

## 4.2 弧矢方向的光线追迹及计算

继续参见图 6,欲求解 R<sub>1</sub> 上照射区 ø<sub>o</sub> 的面积,需计算 b 点和 d 点的坐标,该计算应该在弧矢方向展开, 计算涉及三维空间方程、讨论弧矢方向光线追迹的文献很少。

为了便于讨论,先准备下矢量条件下的折射定律,设 $A_0$ 和 $A'_0分别是入射光线和折射光线的单位矢量,$ <math>n和n'分别是入射空间和折射空间的折射率,N是法线方向的单位矢量,I和I'分别是入射角和折射角,则 $入射光线矢量<math>A = nA_0$ 和折射光线矢量 $A' = n'A_0'满足<sup>[15,18]</sup>$ 

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + P\mathbf{N},\tag{5}$$

用 N 对(5)式两边作点积,可得

$$P = \mathbf{N} \cdot \mathbf{A}' - \mathbf{N} \cdot \mathbf{A} = |n'\mathbf{A}_0'| \cos I' - |n\mathbf{A}_0| \cos I = n' \cos I' - n \cos I, \qquad (6)$$

通过三角函数变换,可得

$$P = n' \cos I' - n \cos I = \sqrt{n'^2 - n^2 + n^2 \cos^2 I} - n \cos I, \qquad (7)$$

而 cos I 又可以表示为

$$\cos I = \frac{1}{n} \mathbf{N} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{A}_0 = [(\cos \alpha)\mathbf{i} + (\cos \beta)\mathbf{j} + (\cos \gamma)\mathbf{k}] \cdot \mathbf{N}, \qquad (8)$$

式中α,β,γ为入射光线单位矢量的三个方向角。

继续沿用 4.1 节的条件,需要强调的是,此部分的分析和讨论不是在弧矢面内,而是在弧矢方向。图 8

为图 7 所示物镜沿弧矢方向的投影图,即在 Y 轴方向的投影图,图中和 Z 轴夹角均为ω 的三条特征光线入 射后,分别经过了孔径光阑的上边缘、中心及下边缘,经过光阑上边缘的光线暂称为上光线,经过孔径光阑中 心的光线称为主光线(和子午主光线为同一条光线),经过光阑下边缘的光线称为下光线,则三条特征光线和 孔径 光阑 面相交的 三个特征 点均在 X 轴上,其坐标分别为 S<sup>stath</sup><sub>2</sub>(HK<sub>20</sub>,0,0)、S<sup>stath</sup><sub>2</sub>(0,0,0)、 S<sup>stath</sup><sub>2</sub>(-HK<sub>20</sub>,0,0),其中,K<sub>20</sub>是物镜在孔径光阑上弧矢方向的轴外渐晕因子,K<sub>20</sub>和K<sub>10</sub>可相同也可不同。 因为光路可逆,光线传播方向并不影响最终结果,所以可假设光线传播方向是由孔径光阑向物面逆向传播。 如果给出三特征光线的方向余弦,就可表达出三特征光线的空间直线标准方程。



#### 图 8 弧矢方向特征光线轨迹投影

#### Fig. 8 Feature light track in sagittal direction

图 8 中,上光线在物镜的第 *m*-1 和 *m*+1 光学面之间直接传播,没有折射发生,设该段直线的方向向量为

$$\boldsymbol{v}^{m} = \left[\cos \alpha_{a(m-1)}\right] \boldsymbol{i} + \left[\cos \beta_{a(m-1)}\right] \boldsymbol{j} + \left[\cos \gamma_{a(m-1)}\right] \boldsymbol{k}, \tag{9}$$

则经过孔径光阑上 S<sup>wa</sup><sub>sm</sub> (HK<sub>sw</sub>,0,0) 点的上光线入射到 m-1 光学面的直线方程为

$$\frac{x - HK_{s\omega}}{\cos \alpha_{a(m-1)}} = \frac{y}{\cos \beta_{a(m-1)}} = \frac{z}{\cos \gamma_{a(m-1)}},$$
(10)

该直线和 m-1 面的球面方程联立,就确定了唯一交点坐标

$$\begin{cases} \frac{x - HK_{s\omega}}{\cos \alpha_{a(m-1)}} = \frac{y}{\cos \beta_{a(m-1)}} = \frac{z}{\cos \gamma_{a(m-1)}} \\ F_{m-1}(x, y, z) = x^{2} + y^{2} + [z - (D_{m} + r_{m-1})]^{2} - r_{m-1}^{2} = 0 \end{cases}$$
(11)

交点坐标为  $S_{s(m-1)}^{\omega a}$  [ $x_{s(m-1)}^{\omega a}$ , $y_{s(m-1)}^{\omega a}$ , $z_{s(m-1)}^{\omega a}$ ]。 对球面方程  $F_{m-1}(x,y,z)$ 求偏导可以得到光线交点处法线 方向的单位矢量,则第 m-1 面上交点处的法线矢量为

$$\boldsymbol{N}_{a(m-1)} = \frac{\frac{\partial F_{m-1}}{\partial x} \boldsymbol{i} + \frac{\partial F_{m-1}}{\partial y} \boldsymbol{j} + \frac{\partial F_{m-1}}{\partial z} \boldsymbol{k}}{\sqrt{\left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial z}\right)^2}},$$
(12)

其中 $\frac{\partial F_{m-1}}{\partial x} = 2x$ , $\frac{\partial F_{m-1}}{\partial y} = 2y$ , $\frac{\partial F_{m-1}}{\partial z} = 2z - 2(D_m + r_{m-1})$ 。

有了法向量,就可以根据折射定律的矢量公式计算第 m-1 光学面的折射光线轨迹,入射到第 m-1 光 学面的光线的入射角余弦为

$$\cos I_{a(m-1)} = \{ [\cos \alpha_{a(m-1)}] i + [\cos \beta_{a(m-1)}] j + [\cos \gamma_{a(m-1)}] k \} \cdot N_{a(m-1)},$$
(13)  
则经第 *m*-1 光学面折射后,折射光线的矢量  $A'_{a(m-1)}$  为

$$A'_{a(m-1)} = A_{a(m-1)} + P_{a(m-1)} \cdot N_{a(m-1)} = n_{m-1} \{ [\cos \alpha_{a(m-1)}] i + [\cos \beta_{a(m-1)}] j + [\cos \gamma_{a(m-1)}] k \} + [n_{m-2} \cos I'_{a(m-1)} - n_{m-1} \cos I_{a(m-1)}] \cdot N_{a(m-1)} ,$$
(14)

其中

$$n_{m-2}\cos I'_{a(m-1)} = \sqrt{n_{m-2}^2 - n_{m-1}^2 + n_{m-1}^2 \cos^2 I_{a(m-1)}}, \qquad (15)$$

$$n_{m-1} \cos I_{a(m-1)} = n_{m-1} \frac{\cos \alpha_{a(m-1)} \cdot \frac{\partial F_{m-1}}{\partial x}}{\sqrt{\left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial x}\right)^{2} + \left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial y}\right)^{2} + \left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial z}\right)^{2}}} + n_{m-1} \frac{\cos \beta_{a(m-1)} \cdot \frac{\partial F_{m-1}}{\partial z}}{\sqrt{\left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial x}\right)^{2} + \left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial y}\right)^{2} + \left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial z}\right)^{2}}} + n_{m-1} \frac{\cos \gamma_{a(m-1)} \cdot \frac{\partial F_{m-1}}{\partial z}}{\sqrt{\left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial x}\right)^{2} + \left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial z}\right)^{2}}}, \quad (16)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial F_{m-1}}{\partial x} = \hbar_{a(m-1)}, \quad \frac{\partial F_{m-1}}{\partial y} = \ell_{a(m-1)}, \quad \frac{\partial F_{m-1}}{\partial z} = \rho_{a(m-1)}, \quad \sqrt{\left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial x}\right)^{2} + \left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial y}\right)^{2} + \left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial z}\right)^{2}} = \lambda_{a(m-1)}, \quad \text{Mff}$$

$$\text{fl X3} \\ \Leftrightarrow \frac{\partial F}{\partial x} = \lambda_{a(m-1)}, \quad \frac{\partial F_{m-1}}{\partial y} = \ell_{a(m-1)}, \quad \frac{\partial F_{m-1}}{\partial z} = \rho_{a(m-1)}, \quad \sqrt{\left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial x}\right)^{2} + \left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial y}\right)^{2} + \left(\frac{\partial F_{m-1}}{\partial z}\right)^{2}} = \lambda_{a(m-1)}, \quad \text{Mff}$$

 $A'_{a(m-1)} = A_{a(m-1)} + P_{a(m-1)} \cdot N_{a(m-1)} = n_{m-1} \{ [\cos \alpha_{a(m-1)}] i + [\cos \beta_{a(m-1)}] j + [\cos \gamma_{a(m-1)}] k \} + [n_{m-2} \cos I'_{a(m-1)} - n_{m-1} \cos I_{a(m-1)}] \cdot N_{a(m-1)} =$ 

$$\frac{\sqrt{n_{m-2}^{2} - n_{m-1}^{2} + n_{m-1}^{2} \cos^{2} I_{a(m-1)}} \cdot \hbar_{a(m-1)}}{\lambda_{a(m-1)}} i + \frac{\sqrt{n_{m-2}^{2} - n_{m-1}^{2} + n_{m-1}^{2} \cos^{2} I_{a(m-1)}}}{\lambda_{a(m-1)}} j + \frac{\sqrt{n_{m-2}^{2} - n_{m-1}^{2} + n_{m-1}^{2} \cos^{2} I_{a(m-1)}}}{\lambda_{a(m-1)}} k_{\circ}$$

$$(17)$$

$$\mathbb{P} \diamondsuit \frac{\sqrt{n_{m-2}^2 - n_{m-1}^2 + n_{m-1}^2 \cos^2 I_{a(m-1)}} \bullet \hbar_{a(m-1)}}{\lambda_{a(m-1)}} = \varepsilon_{a(m-1)}, \frac{\sqrt{n_{m-2}^2 - n_{m-1}^2 + n_{m-1}^2 \cos^2 I_{a(m-1)}} \bullet \ell_{a(m-1)}}{\lambda_{a(m-1)}} = \nu_{a(m-1)},$$

$$\frac{\sqrt{n_{m-2}^2 - n_{m-1}^2 + n_{m-1}^2 \cos^2 I_{a(m-1)}} \cdot \rho_{a(m-1)}}{\lambda_{a(m-1)}} = \sigma_{a(m-1)}, 则 A'_{a(m-1)} = \varepsilon_{a(m-1)} i + \nu_{a(m-1)} j + \sigma_{a(m-1)} k, 即 光线经过第$$

m-1光学面折射后,折射光线的方向余弦为

$$\begin{cases} \cos \alpha'_{a(m-1)} = \frac{\varepsilon_{a(m-1)}}{\sqrt{\varepsilon_{a(m-1)}^{2} + \nu_{a(m-1)}^{2} + \sigma_{a(m-1)}^{2}}} \\ \cos \beta'_{a(m-1)} = \frac{\nu_{a(m-1)}}{\sqrt{\varepsilon_{a(m-1)}^{2} + \nu_{a(m-1)}^{2} + \sigma_{a(m-1)}^{2}}} \\ \cos \gamma'_{a(m-1)} = \frac{\sigma_{a(m-1)}}{\sqrt{\varepsilon_{a(m-1)}^{2} + \nu_{a(m-1)}^{2} + \sigma_{a(m-1)}^{2}}} \end{cases}$$
(18)

事实上,m-1光学面的折射光线就是第m-2光学面的入射光线,即

$$\begin{cases} \cos \alpha'_{a(m-1)} = \cos \alpha_{a(m-2)} \\ \cos \beta'_{a(m-1)} = \cos \beta_{a(m-2)} \\ \cos \gamma'_{a(m-1)} = \cos \gamma_{a(m-2)} \end{cases}$$
(19)

既然有了第*m*-2光学面的入射光线的方向余弦和交点坐标*S*<sup>wa</sup><sub>s(m-1)</sub>(*x*<sup>wa</sup><sub>s(m-1)</sub>,*y*<sup>wa</sup><sub>s(m-1)</sub>),*x*<sup>wa</sup><sub>s(m-1)</sub>),就可以 写出第*m*-2个光学面的直线方程,并因此表达出第*m*-2个光学面上的交点坐标*S*<sup>wa</sup><sub>s(m-2)</sub>(*x*<sup>wa</sup><sub>s(m-2)</sub>,*y*<sup>wa</sup><sub>s(m-2)</sub>),*z*<sup>wa</sup><sub>s(m-2)</sub>)、交点处法向量*N*<sub>a(m-2)</sub>、入射角 cos *I*<sub>a(m-2)</sub>、折射向量*A*<sup>'</sup><sub>a(m-2)</sub>以及折射光线的方向 余弦,过程和处理*m*-1个光学面的过程完全一样,并连续重复此过程,从而最终递推求得物镜 R<sub>1</sub>上的交点 坐标*S*<sup>wa</sup><sub>s1</sub>(*x*<sup>wa</sup><sub>s1</sub>,*y*<sup>wa</sup><sub>s1</sub>,*z*<sup>wa</sup><sub>s1</sub>)和经 R<sub>1</sub> 折射后的光线的方向余弦 cos  $\alpha_{a0}$ 、cos  $\beta_{a0}$ 、cos  $\gamma_{a0}$ 的表达式。最后根据最初的 定义——"面源从物距为*L*<sub>0</sub>的物面上以*ω*角向镜头辐射,成像于像距为*L*<sup>'</sup>的像面上",由于讨论的是弧矢方 向光线,可知来自某视场物面元的所有光线其方向向量均为 $v^1 = (\cos 90^\circ)i + (\cos \beta_{a0})j + (\cos \omega)k$ ,而且三 个方向余弦之间还存在平方和为1的特定数学关系,因此可以得到方程组

$$\begin{cases} \cos \alpha_{a0} = 0\\ \cos \gamma_{a0} = \cos \omega\\ \cos^2 \alpha_{a0} + \cos^2 \beta_{a0} + \cos^2 \gamma_{a0} = 1 \end{cases}$$
(20)

(20)式中只隐含三个未知量,此三个未知量为m-1至m+1光学面之间的上光线的方向余弦cos  $\alpha_{a(m-1)}$ ,

 $\cos \beta_{a(m-1)}, \cos \gamma_{a(m-1)}$ 。当物镜的共轭条件和光学结构已知时,(20)式中所涉及到的其余过程参量也均为已 知,因此通过求解(20)式,便可以解得  $\cos \alpha_{a(m-1)}, \cos \beta_{a(m-1)}, \cos \gamma_{a(m-1)}, 也可以求得上光线在 R<sub>1</sub> 上的交点$  $坐标 <math>S_{s1}^{\omega a}(x_{s1}^{\omega a}, y_{s1}^{\omega a}, z_{s1}^{\omega a})$ 的具体值。

在弧矢方向,上光线轨迹和下光线轨迹关于子午平面 YOZ 面严格对称,所以上光线和下光线在相同光 学面上的交点也严格对称。因此,上光线在 R<sub>1</sub>上的交点坐标的 X 轴分量和下光线在 R<sub>1</sub>上的交点坐标的 X 轴分量绝对值相同,即来自物方某视场的入射光束在物镜 R<sub>1</sub>上形成的椭圆形状的照射区的弧矢方向的 轴长为 L<sub>s</sub>=2 | x<sup>sa</sup> | 。

上述计算是针对上光线轨迹展开的,针对下光线也可以得到相同的结果。至于求解(20)式的相关问题, 因篇幅所限不再进行详细讨论。

# 5 像面上的照度及相对照度的计算

## 5.1 物面为平面的相对照度计算

若物镜的物面为平面,物镜为像差优良的相似成像系统,为了简便,设物空间和像空间均处于空气中,并 以摄影形式进行推导。根据前面的讨论,由于物方各个视场对应的面元所辐射出的光束照射入瞳的区域面 积不同,不能满足传统照度计算方法所需的假设条件,而孔径光阑处每个视场的光束宽度都相同,即使存在 轴外渐晕,也能通过渐晕因子进行修正。所以,根据孔径光阑尺寸逆推出的特征光线在镜头 R<sub>1</sub>上形成的光 斑面积,可以精确计算各个视场面元的入射光通量  $\Phi_{\omega}$ ,而此光通量乘以系统总的透射率  $\tau$ ,应等于像面上像 面元接收到的光通量  $\Phi'_{\omega}$ ,即

$$\Phi'_{\omega} = \Phi_{\omega} \tau , \qquad (21)$$

有光通量就可计算像方某视场面元上的照度。

设朗伯体物面到镜头的物距仍为 $L_0$ ,对应轴外某视场物面上的面元成像于像面的像面元,物面的发光 亮度为 $\eta$ ,镜头焦距为f,则对于常规意义的物镜来说 $L_0 \gg f$ ,所以 $L_0$ 也远远大于物镜第一镜片的直径,就 可以认为物面上面元至第一光学面的Z轴距离等于 $L_0$ ,如图 9 所示,物方面元 ds<sub>a</sub>和 ds<sub>0</sub>分别成像于像方 面元 ds'<sub>a</sub>和 ds'<sub>0</sub>。



#### 图 9 平面间共轭像面照度计算模型

Fig. 9 Image illumination calculation model of the system in which a plane surface is conjugated with another plane surface

对于物平面上任意视场角  $\omega$  的面元 ds<sub>w</sub>来说, ds<sub>w</sub> 辐射出的光强度为  $I_{\omega} = \eta ds_{\omega} \cos \omega$ , 辐射距离为  $L_0/\cos \omega$ , 前面提到过,  $R_1$  上轴外视场  $\omega$  光束照射区  $\phi_w$  的法线相对  $\phi_w$  与 ds<sub>w</sub> 中心相连的矢径夹角为  $\theta_w$ ,则  $\phi_w$  在矢径方向的有效面积为  $\phi_w \cos \theta_w$ ,  $\phi_w$  相对面元 ds<sub>w</sub> 中心所成的立体角约为  $\delta_w = \phi_w \cos \theta_w \cos^2 \omega / L_0^2$ , 轴 外照射区  $\phi_w$  接收到的光通量为

$$\Phi_{\omega} = I_{\omega} \delta_{\omega} = \eta ds_{\omega} \phi_{\omega} \cos \theta_{\omega} \cos^3 \omega / L_0^2, \qquad (22)$$

由于  $\Phi'_{\omega} = \Phi_{\omega} \tau$ ,且物镜具有物和像一一映射的共轭特性,所以像面元  $ds'_{\omega}$ 接收到的光通量可表示为  $\Phi'_{\omega} = \tau \eta ds_{\omega} \phi_{\omega} \cos \theta_{\omega} \cos^{3} \omega / L_{0}^{2}$ 。根据定义, $ds'_{\omega}$ 接收到的照度为

$$E_{\omega} = \Phi'_{\omega} / \mathrm{d}s'_{\omega} = \tau \eta \mathrm{d}s_{\omega} \phi_{\omega} \cos \theta_{\omega} \cos^{3} \omega / (L_{0}^{2} \mathrm{d}s'_{\omega}), \qquad (23)$$

而物面元和像面元的比值可用放大率 *Γ*表示,则像面上 ds<sub>a</sub> 照度可进一步表示为

$$E_{\omega} = \tau \eta \phi_{\omega} \cos \theta_{\omega} \, \cos^3 \omega / (L_0^2 \Gamma^2) \,, \tag{24}$$

而 $\Gamma = -L'/L_0$ ,故

$$E_{\omega} = \tau \eta \phi_{\omega} \cos \theta_{\omega} \, \cos^3 \omega / L^{\prime 2} \, . \tag{25}$$

对于 0 视场光束来说, $\omega$  和  $\theta_{\omega}$  均为 0,则 ds<sub>0</sub> 辐射出的光强度为  $I_0 = \eta$  ds<sub>0</sub>,辐射距离为  $L_0$ , $\phi_0$  相对 ds<sub>0</sub> 的空间角为  $\delta_0 = \phi_0 / L_0^2$ , $\phi_0$  接收到的光通量为

$$\Phi_0 = I_0 \delta_0 = \eta \mathrm{d} s_0 \phi_0 / L_0^2, \qquad (26)$$

考虑到镜头总透射率  $\tau$  以及能量守恒,则像面元 ds $^{\prime}$ 接收到的光通量  $\Phi_{0}^{\prime}$ 为

$$\Phi_0' = \tau \Phi_0 = \tau \eta \mathrm{d} s_0 \phi_0 / L_0^2, \qquad (27)$$

像面元 ds<sup>'</sup>的照度为

$$E_{0} = \Phi_{0}^{\prime}/\mathrm{d}s_{0}^{\prime} = \tau \eta \phi_{0}/(L_{0}^{2}\Gamma^{2}) = \tau \eta \phi_{0}/L^{\prime 2}, \qquad (28)$$

因此,轴外像元和轴上像元的照度比 E<sub>r</sub>,即相对照度为

$$E_{\rm r} = \frac{E_{\omega}}{E_{\rm o}} = \frac{\tau \eta \phi_{\omega} \cos \theta_{\omega} \cos^3 \omega / L^{\prime 2}}{\tau \eta \phi_{\rm o} / L^{\prime 2}} = \frac{\phi_{\omega} \cos \theta_{\omega} \cos^3 \omega}{\phi_{\rm o}}.$$
(29)

前面曾计算过, $\phi_{\omega}$ 为 R<sub>1</sub>上的照射区的面积,该照射区为近似椭圆,该椭圆子午方向轴长度为 L<sub>t</sub> =  $\sqrt{(y_{11}^{\omega b} - y_{11}^{\omega a})^2 + (z_{11}^{\omega b} - z_{11}^{\omega a})^2}$ ,弧矢方向轴长度为 L<sub>s</sub>=2 |  $x_{s1}^{\omega a}$  |,则该椭圆面积为  $\phi_{\omega} = \pi L_t L_s$ , $\phi_0$  的半径为 0 视场时  $T_{11}^{\omega}$ 坐标的 Y 轴分量  $y_{11}^{\omega}$ ,所以  $\phi_0 = \pi (y_{11}^{\omega a})^2$ ,则

$$E_{r} = \frac{E_{\omega}}{E_{0}} = \frac{2\cos\theta_{\omega}\cos^{3}\omega |x_{sl}^{\omega a}| \sqrt{(y_{tl}^{\omega b} - y_{tl}^{\omega a})^{2} + (z_{tl}^{\omega b} - z_{tl}^{\omega a})^{2}}}{(y_{tl}^{0a})^{2}},$$
(30)

### 5.2 物面为球面的相对照度计算

物面为平面的情况较为常见,如摄影、放映、投影物镜等"相似成像"系统均可参照平面物的情况进行照度分析。但针对"非相似成像"系统,如鱼眼镜头或含有大畸变值的超广角镜头,套用物面为平面的公式则不适用。当视场角  $\omega$  接近或等于 90°时,用(29)式计算照度, $E_{\omega}$  接近或等于 0,而客观事实是,鱼眼镜头完全可以在 $\omega \ge 90°$ 的情况下成像,且可获得一定的照度。因此,对"非相似成像"系统进行照度分析,必需另辟蹊径。

对于"非相似成像"系统而言,物面不再考虑为平面,而是球面<sup>[19]</sup>。无论物面是平面还是球面,镜头内部 光线的光学属性及传播轨迹没有发生根本变化,所以和物面为平面的情况一样,物面为球面时,孔径光阑限 定的不同视场光束在 R<sub>1</sub>上仍然形成照射区,该照射区接收到的物面元辐射出的光通量乘以总透射率,就等 于像面元接收到的光通量,照射区面积的计算方法及公式也不发生变化。

基于"非相似成像"原理设计的物镜,其"像高正比于焦距和视场角"成像关系决定了物镜的畸变规律,也 决定了物镜的放大率,此类物镜任意视场的放大率分为径向放大率  $\Gamma_{\text{ort}}$ 和切向放大率  $\Gamma_{\text{ort}}$ 。

图 10 表示一种视场角  $\omega$  约为 90°的鱼眼物镜的"物-像"共轭图,物面是半径为  $L_0$ 的标准球面,镜头第 一光学面中心处于物球面的球心或附近。当  $L_0 \ge f$  时,可认为任何视场的物距均为  $L_0$ ,和图 9 相比,除了 物面由平面变化为球面外,其余条件和假设不变。

图 10 中,物面上轴外视场面元 ds<sub>w</sub> 中心点和 R<sub>1</sub> 上照射区  $\phi_w$  中心点的连线仍为矢径,该矢径和 ds<sub>w</sub> 的 中心法线近似重合,设其夹角为  $\mu_w$ , $\mu_w$  应为趋近于 0 的微小值,ds<sub>w</sub> 辐射出的光强度为

$$I_{\omega} = \eta \mathrm{d} s_{\omega} \cos \mu_{\omega} \,, \tag{31}$$

辐射距离为 $L_0/\cos\mu_a$ ,照射区 $\varphi_a$ 的法线相对 $\phi_a$ 与 ds<sub>a</sub>的矢径夹角为 $\theta_a$ ,则照射区 $\phi_a$ 在矢径方向的有效 面积为 $\phi_a\cos\theta_a$ , $\phi_a$ 相对面元 ds<sub>a</sub>中心所成的空间角 $\delta_a$ 约为

$$\delta_{\omega} = \phi_{\omega} \cos \theta_{\omega} \cos^2 \mu_{\omega} / L_0^2, \qquad (32)$$

则 ø<sub>a</sub> 接收到的光通量为

$$\Phi_{\omega} = I_{\omega} \delta_{\omega} = \eta \mathrm{d} s_{\omega} \phi_{\omega} \cos \theta_{\omega} \, \cos^3 \mu_{\omega} / L_0^2 \,, \tag{33}$$

考虑到总透射率 au,像元接收到的光通量为  $\Phi'_{\omega} = \Phi_{\omega} au$ ,则轴外像元的照度为

 $E_{\omega} = \Phi'_{\omega} / \mathrm{d}s'_{\omega} = \tau \eta \mathrm{d}s_{\omega} \phi_{\omega} \cos \theta_{\omega} \cos^{3} \mu_{\omega} / (L_{0}^{2} \mathrm{d}s'_{\omega}) , \qquad (34)$ 



图 10 球面和平面共轭像面照度计算模型

Fig. 10 Image illumination calculation model of the system in which a sphere surface is conjugated with a plane surface  $\oplus \mp$ 

$$\mathrm{d}s'_{\omega}/\mathrm{d}s_{\omega} = \left|\Gamma_{\omega \mathrm{r}}\Gamma_{\omega \mathrm{t}}\right|,\tag{35}$$

则轴外像元的照度可变化为

$$E_{\omega} = \frac{\tau \eta ds_{\omega} \phi_{\omega} \cos \theta_{\omega} \cos^{3} \mu}{L_{0}^{2} ds_{\omega}'} = \frac{\tau \eta \phi_{\omega} \cos \theta_{\omega} \cos^{3} \mu_{\omega}}{L_{0}^{2}} \cdot \frac{ds_{\omega}}{ds_{\omega}'} = \frac{\tau \eta \phi_{\omega} \cos \theta_{\omega} \cos^{3} \mu_{\omega}}{L_{0}^{2}} \cdot \frac{1}{|\Gamma_{\omega r} \Gamma_{\omega t}|}.$$
(36)

对于轴上情况,0视场的像面元照度的计算方法没有发生改变,但此时其两个放大率的关系为 $|\Gamma_{0t}| = |\Gamma_{0t}|, \pm \Gamma_{r} = -f/L_{0}, \cos \theta_{\omega} = 1, \cos \mu = 1, 即$ 

$$E_{0} = \tau \eta \mathrm{d} s_{0} \phi_{0} / (L_{0}^{2} \mathrm{d} s_{0}') = \frac{\tau \eta \phi_{0}}{L_{0}^{2}} \cdot \frac{1}{\Gamma_{0r}^{2}} = \frac{\tau \eta \phi_{0}}{f^{2}}, \qquad (37)$$

则相对照度为

$$E_{\rm r} = \frac{E_{\omega}}{E_{\rm 0}} = \frac{\phi_{\omega} f^2 \cos \theta_{\omega} \cos^3 \mu_{\omega}}{\phi_{\rm 0} L_{\rm 0}^2} \cdot \frac{1}{|\Gamma_{\omega \rm r} \Gamma_{\omega \rm r}|}, \qquad (38)$$

由于μ<sub>ω</sub> 趋近于 0,故 cos μ<sub>ω</sub> 趋近于 1,(38)式可简化为

$$E_{\rm r} = \frac{E_{\omega}}{E_{\rm 0}} = \frac{\phi_{\omega} f^2 \cos \theta_{\omega}}{\phi_{\rm 0} L_{\rm 0}^2} \cdot \frac{1}{|\Gamma_{\omega \rm r} \Gamma_{\omega \rm t}|}, \qquad (39)$$

(39)式即为"非相似成像"物镜相对照度的一般化计算式,也是鱼眼类型物镜相对照度的一般化计算式。

需要注意的是,不同类型的鱼眼物镜,关于像高的成像公式不同,其径向放大率 $\Gamma_{\omega r}$ 和切向放大率 $\Gamma_{\omega r}$ 也不同。针对最常见的"等距投影"类型的物镜来说,其任意视场像高y'的像高公式为 $y' = f \phi$ ,式中 $\psi = \pi \omega / 180^\circ$ ,则该类型物镜两个放大率为

$$\Gamma_{\omega r} = f/L_0, \Gamma_{\omega t} = \left(\frac{\psi}{\sin\psi}\right)\Gamma_{\omega r}, \qquad (40)$$

则"等距投影"类型的物镜其相对照度还可以进一步表示为

$$E_{\rm r} = \frac{E_{\omega}}{E_{\rm 0}} = \frac{\phi_{\omega} \cos \theta_{\omega}}{\phi_{\rm 0}} \cdot \frac{|\Gamma_{\omega \rm r}|}{|\Gamma_{\omega \rm t}|}, \qquad (41)$$

或

$$E_{\rm r} = \frac{\phi_{\omega} \cos \theta_{\omega}}{\phi_0} \cdot \left| \frac{\sin \psi}{\psi} \right| . \tag{42}$$

对于"非相似成像"系统来说,只要明确了物镜的成像公式,则切向和径向放大率之间的关系就可以明确。在几种典型"非相似成像"的像高关系中, $\Gamma_{\omega \tau}$ 和 $\Gamma_{\omega \tau}$ 均含有( $f/L_0$ )的一次项,从而在(39)式中可以消去 式中的( $f/L_0$ )<sup>2</sup>项,通过增加 $\Gamma_{\omega \tau}$ 和 $\Gamma_{\omega \tau}$ 的比例因式,从而得到类似于(42)式的结果。 将 ø<sub>o</sub> 和 ø<sub>o</sub> 代入(39)式中,则物面为球面的"非相似成像"物镜的相对照度一般化计算式可以具体表示为

$$E_{\rm r} = \frac{2\cos\theta_{\omega} \left| x_{\rm sl}^{\omega a} \right| \sqrt{\left( y_{\rm tl}^{\omega b} - y_{\rm tl}^{\omega a} \right)^2 + \left( z_{\rm tl}^{\omega b} - z_{\rm tl}^{\omega a} \right)^2}}{\left( y_{\rm tl}^{0a} \right)^2} \cdot \left( \frac{f}{L_0} \right)^2 \cdot \frac{1}{\left| \Gamma_{\omega r} \Gamma_{\omega t} \right|} \,. \tag{43}$$

6 结 论

对于所有光学系统而言,在物方面元和物镜系统第一光学面之间,人射光束的性质更符合朗伯体光辐射 现象的本质,孔径光阑能够精确限定物面元发出的各个视场光束在各光学面上的空间宽度。依据孔径光阑 限定的某视场宽光束在物镜系统第一光学面上形成的照射区面积,可以精确表达并求解相应像面元的光通 量及像面照度。而计算第一光学面上形成的照射区面积需要在三维空间进行,像面可以当作镜头光学结构 的"最后一个光学面",即物镜最后一个透镜的最后一个光学面到像面之间不用再次进行朗伯体辐射的计算。 像面的相对照度依据光学系统类型、物-像共轭条件不同计算结果也不同,"相似成像"(无大值畸变)系统物 面为平面,"非相似成像"系统(存在大值畸变)物面考虑为球面。无论"相似成像"还是"非相似成像"物镜系 统,相对照度都和物镜系统的共轭条件及所有具体光学结构参数有关。在物镜系统的光学结构参数及共轭 条件固定的前提下,"相似成像"系统的相对照度和物方视场角余弦三次方成正比,和第一光学面上照射区的 中心法线与入射主光线构成的夹角的余弦成正比,并和轴外及轴上两视场在第一光学面上的照射区面积比 值成正比。"非相似成像"系统的相对照度和第一光学面上照射区中心法线与入射主光线构成夹角的余弦成 正比,和轴外及轴上两视场发出的光束在第一光学面上形成的照射区面积比值成正比,并和镜头系统所采用 的像高公式,径向放大率、切向放大率高度相关。无论"相似成像"还是"非相似成像"系统,在物方视场角、光 学共轭条件和结构参数已经确定的前提下,要提高像面相对照度,应尽量做到在第一光学面与轴外视场入射 主光线的交点处,使第一光学面的法线和主光线的夹角足够小。

#### 参考文献

1 Yan Aqi, Yang Jianfeng, Cao Jianzhong, et al. Optical system design of space fisheye camera[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(10): 1022004.

闫阿奇,杨建峰,曹剑中,等. 航天鱼眼相机光学系统设计的研究[J]. 光学学报, 2011, 31(10): 1022004.

2 Bian Yinxu, Wang Heng, Guo Tianyi, et al. Design of ultra-short throw ratio projection lens [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(12): 1222002.

卞殷旭,王 恒,郭添翼,等. 超短投影距的投影物镜设计[J]. 光学学报, 2015, 35(12): 1222002.

3 Zhong Xing, Zhang Yuan, Jin Guang. Illumination uniformity optimization of wide-viewing-field optical system[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(3): 0322004.

钟 兴,张 元,金 光.大视场光学系统像面照度均匀性优化[J].光学学报,2012,32(3):0322004.

- 4 Standardization Administration of the People's Republic of China, General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China. Technical specifications of dome screen projection fisheye lens for digital projector: GB/T 29297-2012[S]. Beijing: China Standards Press, 2013: 4-6. 中国国家标准化管理委员会,国家质量监督检验检疫总局.数字投影机球幕投影鱼眼镜头技术条件: GB/T 29297-2012
- 5 Ministry of Industry and Information Technology of the People's Republic of China. Specification of fisheye monitoring lens: JB/T 12111-2015[S]. Beijing: China Machine Press, 2015: 1-5.
   中国人民共和国工业和信息化部. 鱼眼监控镜头技术条件: JB/T 12111-2015[S]. 北京: 机械工业出版社, 2015: 1-5.

6 Li Xiaotong, Cen Zhaofeng. Geometrical optics, aberrations and optical design[M]. Zhejiang: Zhejiang University Press, 2003: 65-76.

李晓彤, 岑兆丰. 几何光学·像差·光学设计[M]. 浙江: 浙江大学出版社, 2003: 65-76.

7 李 林.现代光学设计方法[M].北京:北京理工大学出版社, 2009: 297-304.

[S]. 北京: 中国标准出版社, 2013: 4-6.

- 8 Yu Daoyin, Tan Hengying. Engineering optics[M]. Beijing: China Machine Press, 2011: 75-83.
   郁道银,谈恒英.工程光学[M].北京:机械工业出版社, 2011: 75-83.
- 9 Qu Enshi, Zhang Hengjin, Cao Jianzhong, et al. Discussion of illuminance formula in optical design[J]. Acta Optica

Sinica, 2008, 28(7): 1364-1368.

屈恩世,张恒金,曹剑中,等.对光学设计中照度计算公式的讨论[J].光学学报,2008,28(7):1364-1368.

- 10 Shechterman M S. Analysis of illumination distribution in the plane of a thermal imager[C]. SPIE, 1997, 3061: 662-672.
- 11 Zoechling G. Design and analysis of illumination system[C]. SPIE, 1991, 1354: 617-626.
- 12 Reuss M. The cos<sup>4</sup> law of illumination[J]. Journal of the Optical Society of America, 1945, 35(4): 283-288.
- 13 Zoechling G. Illumination system analysis-a proposal for computing the local illuminance [C]. SPIE, 1986, 0655: 162-168.
- 14 荆 工, 史 尔. 应用光学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1973: 301-326.
- 15 Chen Chen. 320 Degrees FOV fish-eye lens structure: 200810054867.X[P].2008-09-17.
   陈 琛. 320°视场角鱼眼镜头结构: 200810054867.X[P]. 2008-09-17.
- 16 Zhang Yimo. Applied optics[M]. 3rd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008: 182-210.
   张以谟.应用光学[M]. 3版.北京:电子工业出版社, 2008: 182-210.
- 17 Li Jingzhen. Handbook of optics[M]. Shaanxi: Shaanxi Science and Technology Press, 1986: 18-37.
   李景镇.光学手册[M].陕西:陕西科学技术出版社, 1986: 18-37.
- 18 Wang Zhijiang. Handbook of optical technology[M]. Beijing: China Machine Press, 1987: 1-2.
   王之江.光学技术手册[M].北京:机械工业出版社, 1987: 1-2.
- 19 Wang Yongzhong. Fisheye lens optics[M]. Beijing: Science Press, 2006: 26-61.
   王永仲. 鱼眼镜头光学[M]. 北京:科学出版社, 2006: 26-61.