

# 轴棱锥聚焦贝塞尔-谢尔模型光束产生空心光束

朱清智 吴逢铁 何 西

华侨大学信息科学与工程学院福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021

**摘要** 提出了轴棱锥聚焦贝塞尔-谢尔模型光束产生空心光束的方法。应用交叉谱密度函数模拟了贝塞尔-谢尔模型光束通过轴棱锥后的光强分布。结果表明,空心光束的尺寸随着传播距离的增加逐渐增大。使用 Tracepro 软件模拟验证了该空心光束的自重建特性。设计相关实验进行验证,且理论分析、数值模拟与实验结果相吻合。此研究结果对于光镊等的实际应用具有重要的参考价值。

**关键词** 物理光学; 空心光束; 第一类零阶贝塞尔-谢尔模型; 自重建; 轴棱锥

**中图分类号** O436.1 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201636.1026022

## Generation of Hollow Beams Through Focusing $J_0$ -Correlated Schell-Model Beams with Axicon

Zhu Qingzhi Wu Fengtie He Xi

*Fujian Provincial Key Laboratory of Light Propagation and Transformation, College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China*

**Abstract** A new method which can generate hollow beams by focusing  $J_0$ -correlated Schell-model beams with an axicon is proposed. The light intensity distribution of the  $J_0$ -correlated Schell-model beams after the axicon is simulated with the cross-spectral density function. The results show that the sizes of the hollow beams increase with the increasing propagation distance. The self-reconstruction property of the hollow beam is investigated by the Tracepro software. The correlation experiment is carried out. The results of the experiments are in agreement with those the theoretical analysis and the numerical simulation. This study will be a reference for applications of optical tweezers.

**Key words** physical optics; hollow beams;  $J_0$ -correlated Schell-model; self-reconstruction; axicon

**OCIS codes** 260.1960; 140.3560; 220.3620

## 1 引 言

空心光束是一种特殊光束,表现为传播方向的中心光强为零<sup>[1]</sup>,周围被高强度的光环绕。空心光束在光镊<sup>[2]</sup>、粒子囚禁<sup>[3-4]</sup>、原子冷却<sup>[5]</sup>等方面具有重要的应用。目前,产生空心光束的方法包括光子筛法<sup>[6]</sup>、多模光纤法<sup>[7]</sup>、螺旋相位板法<sup>[8]</sup>、艾里光束阵列法<sup>[9]</sup>、波晶片法<sup>[10]</sup>等,但这些方法往往需要使用空间光调制器或螺旋相位板等高精度光学器件,这些器件价格昂贵且对系统的装配工艺要求较高,使得其在实际应用中受到诸多限制。产生空心光束的光源主要为完全相干光源,对于部分相干光源的报道较少。与完全相干光束相比,部分相干光束具有方向性好、光强均匀度好、抗散斑能力强等优点,在很多方面具有重要的应用价值。除高斯-谢尔模型外,还有一类描述部分相干光的重要模型,即部分相干光模型,其相干度呈第一类零阶贝塞尔函数型分布。呈贝塞尔函数型分布的部分相干光可看作由多种低阶模式的高斯型分布非相干叠加而成,因此将其称为贝塞尔-谢尔模型(JSM)。实验中可采用透镜聚焦位于焦平面处的非相干环形光源的方式得到贝塞尔-谢尔模型光束<sup>[11]</sup>。该理论模型的提出得到研究者的广泛关注,并且研究者们对此类光束进行了

**收稿日期:** 2016-05-30; **收到修改稿日期:** 2016-06-27

**基金项目:** 国家自然科学基金(61178015)、国家自然科学基金青年基金(61605049)、福建省科技重大项目(2016H6016)

**作者简介:** 朱清智(1991—),男,硕士研究生,主要从事光束传输与变换方面的研究。E-mail: zqzhqu@163.com

**导师简介:** 吴逢铁(1958—),男,博士,教授,主要从事光束传输与变换、短脉冲技术及非线性光学方面的研究。

E-mail: fengtie@hqu.edu.cn(通信联系人)

拓展<sup>[12-14]</sup>。

Mcleod 教授<sup>[15]</sup>于 1954 年提出轴棱锥。作为一种光束整形元件,轴棱锥具有装置简单、转换效率高以及抗损伤阈值高等优点。目前针对轴棱锥的加工技术已成熟,且制造成本不高。本文提出了采用轴棱锥线聚焦贝塞尔-谢尔模型光束的方式产生部分相干的空心光束。本文设计的光学系统只需使用透镜、轴棱锥等简单的光学元件,易于装配和调试,因此该光学系统能够灵活应用于各种复杂环境。进一步研究发现,空心光束的尺寸随传播距离的增加逐渐增大,且该空心光束具有自重建特性。此研究为利用部分相干空心光束囚禁多层、不同尺寸的粒子提供了有力的手段。

## 2 轴棱锥聚焦 JSM 光束的理论分析

轴棱锥聚焦 JSM 光束的原理图如图 1 所示。利用薄透镜聚焦位于焦平面处的非相干环形光源产生 JSM 光束,然后使用轴棱锥对 JSM 光束进行线聚焦,研究 JSM 光束的相关性质。Turunen 等<sup>[16]</sup>在研究此类光场时,发现经透镜聚焦非相干环形光源产生的 JSM 光场为传输不变场,即光束通过透镜后不同位置 JSM 光场的空间相干性分布是相同的。因此,JSM 光束的空间相干度由非相干环形光源到透镜的传输距离决定。

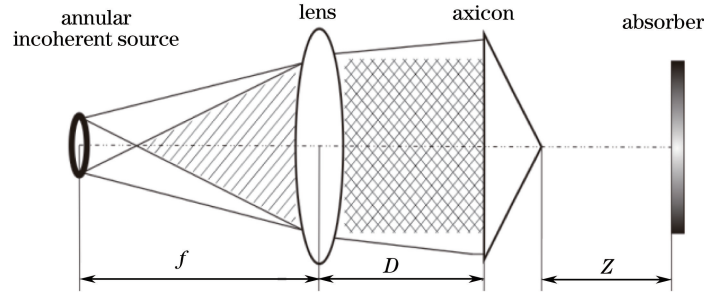


图 1 轴棱锥聚焦 JSM 光束原理图

Fig. 1 Schematic of focusing JSM beams with an axicon

第一类零阶贝塞尔-谢尔模型的光强呈高斯型分布,相干度呈贝塞尔型分布,其交叉谱密度可表示为<sup>[11,13]</sup>

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, 0) = \exp[-(\boldsymbol{\rho}_1^2 + \boldsymbol{\rho}_2^2)/\omega^2] J_0(\alpha |\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|), \quad (1)$$

式中  $\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2$  为位置矢量,  $\omega$  为束腰半径,  $J_0(\alpha |\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|)$  为贝塞尔-谢尔模型光束的空间相干度分布函数,  $\alpha$  为常数。

为了计算方便,假设环形光源的半径为  $r$ ,其辐射强度为均匀分布,环形光源与透镜的距离为  $L$ 。根据 van Cittert-Zernike 定理<sup>[17]</sup>,得到 JSM 光束的空间相干度分布为

$$|j_{\rho_1, \rho_2}| = J_0\left(\frac{kr}{L} |\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|\right), k = 2\pi/\lambda. \quad (2)$$

根据轴棱锥振幅透过率函数<sup>[8]</sup>和交叉谱密度传播公式,得到 JSM 光束经过轴棱锥聚焦传输一段距离  $z$  后的交叉谱密度为

$$W(r_1, r_2; \varphi_1, \varphi_2; z) = (k/2\pi z)^2 \exp[-ik(r_1^2 - r_2^2)/2z] \iint C(\rho_1, \rho_2; \varphi_1, \varphi_2; z) \exp[-(\rho_1^2 + \rho_2^2)/\omega^2] \times \exp[-ik(\rho_1^2 - \rho_2^2)/2z] \exp[ik(n-1)\gamma(\rho_1 - \rho_2)] \rho_1 \rho_2 d\rho_1 d\rho_2, \quad (3)$$

$$C(\rho_1, \rho_2; \varphi_1, \varphi_2; z) = (2\pi)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(\alpha\rho_1) J_m(\alpha\rho_2) J_m(k\rho_1 r_1/z) J_m(k\rho_2 r_2/z) \exp[im(\varphi_1 - \varphi_2)], \quad (4)$$

式中  $\rho_1, \rho_2$  为源点的位置标量,  $r_1, r_2$  为场点的位置标量,  $\varphi_1, \varphi_2$  为场点的方位角,  $n, r$  分别为对应轴棱锥的折射率和底角。

当  $r=r_1=r_2, \varphi=\varphi_1=\varphi_2$  时,交叉谱密度在传播方向上  $z$  平面的光强分布为

$$I(r, z) = (k/z)^2 \iint_R \exp[-(\rho_1^2 + \rho_2^2)/\omega^2] \exp[-ik(\rho_1^2 - \rho_2^2)/2z] \exp[ik(n-1)\gamma(\rho_1 - \rho_2)] \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(\alpha\rho_1) J_m(\alpha\rho_2) J_m(k\rho_1 r_1/z) J_m(k\rho_2 r_2/z) (\rho_1 \rho_2) d\rho_1 d\rho_2. \quad (5)$$

### 3 轴棱锥聚焦 JSM 光束的数值模拟与光线追迹

#### 3.1 数值模拟

使用贝塞尔-谢尔模型理论解析轴棱锥对 JSM 的聚焦特性。非相干环形光源的半径  $r=0.5\text{ mm}$ , 波长  $\lambda=6.328\times 10^{-4}\text{ mm}$ 。环形光源放置在焦距为  $150\text{ mm}$  的焦平面处, 即  $L=150\text{ mm}$ 。利用(2)式得到 JSM 光束空间相干度常数  $\alpha=33$ 。因此, 选取参量  $\omega=2\text{ mm}$ ,  $R=2\text{ mm}$ ,  $\lambda=632.8\times 10^{-6}\text{ mm}$ ,  $n=1.458$ ,  $\gamma=1^\circ$ ,  $\alpha=33$ 。根据(5)式, 设光场的径向辐射距离为  $d$ , 使用 MathCAD 软件模拟 JSM 光束经过轴棱锥后的轴向光强分布如图 2 所示。模拟了光束经过轴棱锥后不同位置处的光强截面, 如图 3(a1)~(a4)所示。模拟结果显示, JSM 光束经过轴棱锥后产生空心光束, 且空心光束的尺寸随着传输距离的增大而增大。

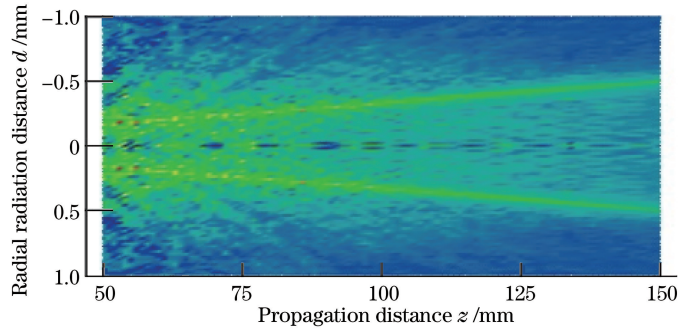


图 2 随传播距离和辐射半径变化的光强分布图

Fig. 2 Variation in light intensity distribution with propagation distance and radiation distance

#### 3.2 轴棱锥对 JSM 的聚焦特性

Tracepro 是一款基于蒙特卡罗光线追迹方法的光学分析软件, 可以准确分析目标照度, 并得到了广泛应用。Tracepro 设计轴棱锥聚焦 JSM 光束的模型如图 1 所示。非相干环形光源可看作由环上一个一个分立的点光源组成, 因此在  $x$ - $y$  平面插入一定密度的圆对称点光源, 并将它们均匀分布在半径为  $0.5\text{ mm}$  的圆环上。点光源的半径为  $0.001\text{ mm}$ , 发散角为  $7^\circ$ 。为使模拟结果与实际相一致, 将光束的剖面密度以及角密度分布设为高斯分布。焦距为  $150\text{ mm}$  的凸透镜放置在坐标  $(0, 0, 150)$  处, 底角为  $1^\circ$  的轴棱锥放在  $(0, 0, 190)$  处, 并将玻璃材料设置为与实验采用的透镜以及轴棱锥相匹配的玻璃材料, 相关参数参考文献 [18]。轴棱锥后  $z$  平面放置一个吸收面, 用来分析 JSM 光束经过轴棱锥后的光强分布。

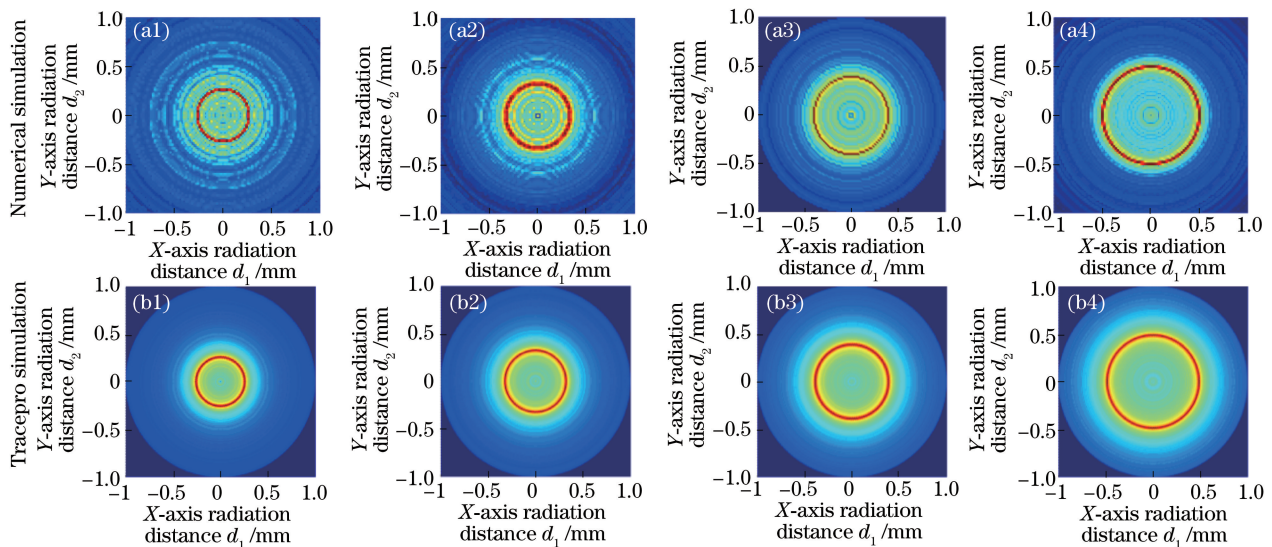


图 3 轴棱锥后不同位置的截面光强分布。(a1)(b1)  $z=80\text{ mm}$ ; (a2)(b2)  $z=100\text{ mm}$ ; (a3)(b3)  $z=120\text{ mm}$ ; (a4)(b4)  $z=150\text{ mm}$

Fig. 3 Sectional light intensity distributions at different positions behind the axicon. (a1)(b1)  $z=80\text{ mm}$ ;

(a2)(b2)  $z=100\text{ mm}$ ; (a3)(b3)  $z=120\text{ mm}$ ; (a4)(b4)  $z=150\text{ mm}$

通过光线追迹得到轴棱锥后  $z$  平面的截面光强,如图 3(b1)~(b4)所示。由于 Tracepro 软件基于几何光学的描述,其对轴上截面光强分布的细节描述稍有欠缺。因此,与数值模拟结果相比,软件模拟的径向光强分布曲线较为平滑,但径向光强的总体变化趋势(即空心光束的尺寸)与理论模拟结果基本吻合。说明使用 Tracepro 软件对光学系统的建模方式是合理的,为下文应用 Tracepro 软件研究空心光束的自重建特性提供了依据。

### 3.3 自重建特性

在研究轴棱锥聚焦 JSM 光束产生空心光束时,发现该光束具有类似无衍射光的自愈性,初步认为这种自愈性与轴棱锥锥面波的叠加相关。通过 Tracepro 软件的光线追踪,模拟空心光束的自重建现象。为此,在  $z=100$  mm 处放置一个直径为 0.9 mm 的圆形障碍物,模拟空心光束被轴上圆形障碍物遮挡后的光强分布,如图 4 所示。从模拟结果可以看出,空心光束被遮挡后,轴棱锥聚焦的环状光斑消失,障碍物阻挡后留下圆形的黑色暗域;随着  $z$  增大,中心黑色暗域逐渐变小直至消失,而环状光斑又逐渐出现;在  $z=140$  mm 处黑色暗域完全消失,空心光束完全恢复,从而实现自重建过程。

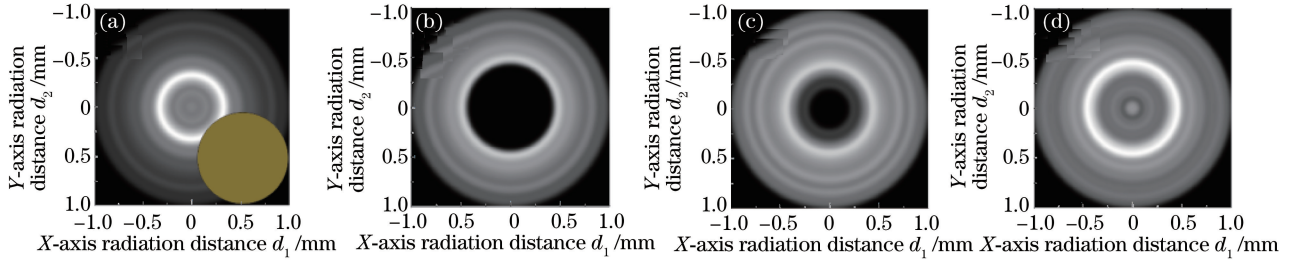


图 4 模拟障碍物后不同位置的截面光强图。(a)  $z=100$  mm(障碍物未放置在中心);  
(b)  $z=100$  mm;(c)  $z=120$  mm;(d)  $z=140$  mm

Fig. 4 Sectional light intensity distributions in simulation at different positions behind the obstacle. (a)  $z=100$  mm (the obstacle is not placed at the center); (b)  $z=100$  mm; (c)  $z=120$  mm; (d)  $z=140$  mm

## 4 实验验证

轴棱锥聚焦 JSM 光束的实验装置如图 5 所示。激光束经过轴棱锥 1 聚焦,产生无衍射聚焦区以及向外发散的空心光束区;在空心光束区放置一个透镜,聚焦产生一个完全相干的环形光源 Q;在 Q 处放置一个旋转毛玻璃,使 Q 变成非相干环形光源;再经过薄透镜聚焦后产生 JSM 光束。图中轴棱锥 1 与透镜  $L_3$  的距离  $D_1=415$  mm;透镜  $L_3$ 、 $L_4$  的焦距分别为  $f_3=50$  mm、 $f_4=150$  mm;透镜  $L_4$  与轴棱锥 2 的距离  $D_2=40$  mm;轴棱锥 2 与 CCD 的距离为  $z$ ;与轴棱锥 1 相邻的光阑 P 的半径为 3.5 mm;为了使入射到轴棱锥 2 的光束半径与数值模拟一致,光阑 K 的半径取 2 mm;由于透镜  $L_3$  聚焦在 Q 处产生环形光源的环宽很小,可将 Q 处的光源看作环形线光源,Q 处环形光源的半径为 0.5 mm。实验中利用 CCD 记录轴棱锥 2 后不同位置的截面光强以及径向光强分布,如图 6 所示。

从实验结果可以看出,轴棱锥聚焦 JSM 光束产生空心光束,且空心光束的尺寸随  $z$  的增大而增大。综

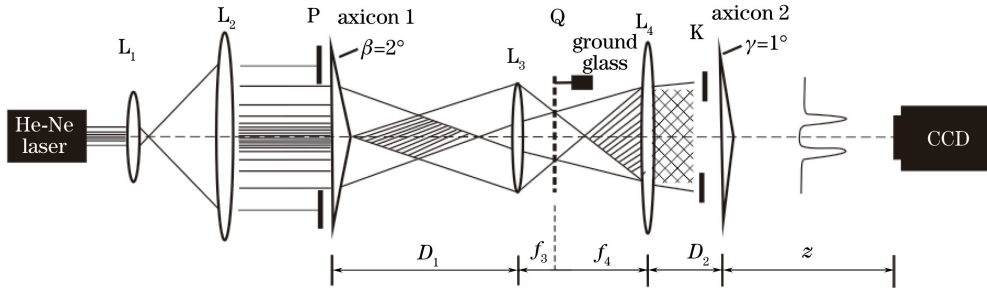


图 5 实验装置图

Fig. 5 Experimental setup

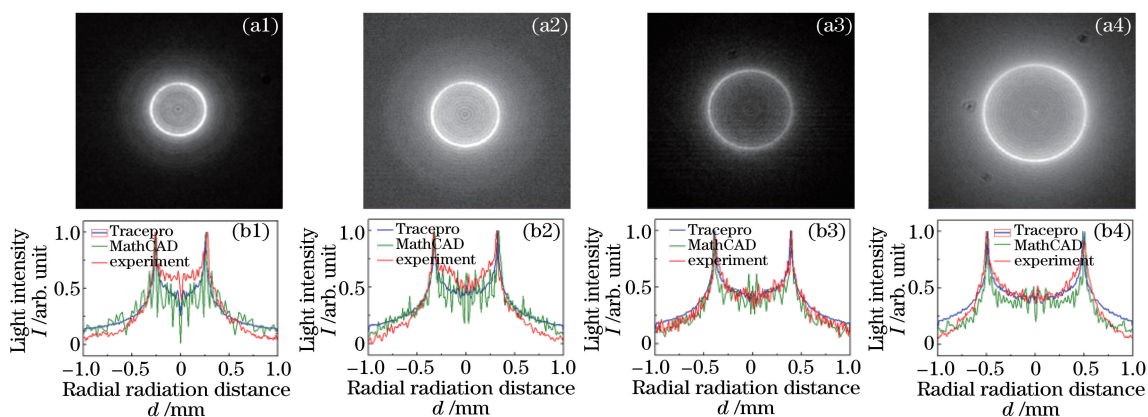


图 6 轴棱锥 2 后不同位置的截面与径向光强分布。(a1)(b1)  $z=80$  mm;(a2)(b2)  $z=100$  mm;  
(a3)(b3)  $z=120$  mm;(a4)(b4)  $z=150$  mm

Fig. 6 Sectional and radial light intensity distributions at different positions behind axicon 2. (a1)(b1)  $z=80$  mm;  
(a2)(b2)  $z=100$  mm; (a3)(b3)  $z=120$  mm; (a4)(b4)  $z=150$  mm

合图 3 和图 6,可以得到软件模拟、数值模拟与实验拍摄的结果基本一致。实验中,采用可变光阑调控 K 处的通光孔径,由于可变光阑自身的局限性,进入轴棱锥 2 的 JSM 光束并不是严格意义上的圆斑,而是多边形光斑(准圆斑),因此在实验中引入杂散光。由于杂散光的存在,轴上空心光束中心暗域的光强变强,降低了空心光环与中心光场的衬比度。杂散光还会掩盖光束在传输过程中的相干相消现象,导致截面光强随径向的振荡不明显。在实验误差允许范围内,实验拍摄的光斑图与数值模拟结果较吻合,说明轴棱锥对 JSM 光束的聚焦特性与理论预测一致。

为了验证空心光束的自重建特性,在轴棱锥 2 后  $z=100$  mm 位置处放置一块直径为 0.9 mm 的障碍物,利用体式显微镜与照相机记录空心光束的自重建过程,如图 7 所示。图 4 和图 7 在障碍物后面的光束传输特性基本一致,说明实验结果与理论分析较吻合。

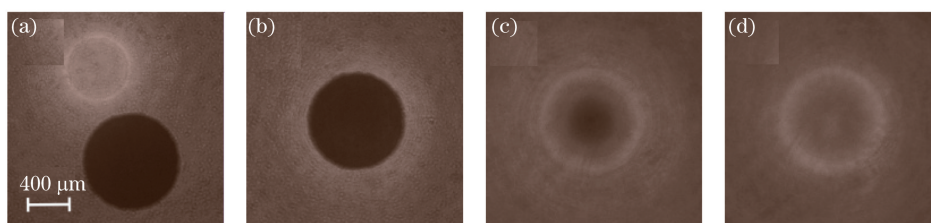


图 7 实验拍摄的圆形障碍物后不同位置的截面光强分布。(a)  $z=100$  mm(障碍物未放置在中心);  
(b)  $z=100$  mm;(c)  $z=120$  mm;(d)  $z=140$  mm

Fig. 7 Sectional light intensity distributions in experiment at different positions behind the circular obstacle. (a)  $z=100$  mm  
(the obstacle is not placed at the center); (b)  $z=100$  mm; (c)  $z=120$  mm; (d)  $z=140$  mm

## 5 结 论

提出了利用轴棱锥聚焦贝塞尔-谢尔模型光束产生空心光束的新方案,并研究了该空心光束的传输特性。理论上利用贝塞尔-谢尔模型的交叉谱密度公式描述 JSM 光束经过轴棱锥后的轴向光强分布。模拟结果与实验结果均表明,JSM 光场经过轴棱锥后产生空心光束,且空心光束的暗斑尺寸随着传输距离的增加而逐渐增大。在光轴上放置一个障碍物,利用光线追迹的方式以及实验手段研究障碍物后不同距离的光场分布,发现该空心光束具有自重建特性。该研究成果为人们利用部分相干空心光束囚禁多层面、不同尺寸和数目的粒子提供了理论和实验依据。

## 参 考 文 献

1 Liu P S, Lü B D. Phase singularities of the transverse field component of high numerical aperture dark-hollow Gaussian

- beams in the focal region[J]. Optics Communications, 2007, 272(1): 1-8.
- 2 Taylor M A, Joachim K, Bowen W P. Optical lock-in particle tracking in optical tweezers[J]. Optics Express, 2013, 21(7): 8018-8024.
- 3 Liu Z R, Zhao D M. Optical trapping Rayleigh dielectric spheres with focused anomalous hollow beams[J]. Applied Optics, 2013, 52(6): 1310-1316.
- 4 Xu H F, Zhang W J, Qu J, *et al.* Optical trapping Rayleigh dielectric particles with focused partially coherent dark hollow beams[J]. Journal of Modern Optics, 2015, 62(21): 1839-1848.
- 5 Yin Y L, Xia Y, Ren R M, *et al.* Intensity-gradient induced Sisyphus cooling of a single atom in a localized hollow-beam trap[J]. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 2015, 48(19): 195001.
- 6 Cheng Yiguang, Liu Junbo, Hu Song, *et al.* Generation of localized hollow beams with photon sieves[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(7): 0705003.  
程依光, 刘俊伯, 胡 松, 等. 利用光子筛产生局域空心光束[J]. 光学学报, 2015, 35(7): 0705003.
- 7 Li Pan, Zhu Qingzhi, Wu Fengtie. Hollow beam generated by incoherent light source and multimode fiber[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(4): 0422004.  
李 攀, 朱清智, 吴逢铁. 利用非相干光源基于多模光纤获得空心光束[J]. 光学学报, 2015, 35(4): 0422004.
- 8 He Xi, Wu Fengtie, Li Pan, *et al.* High order Bessel beams generated by using incoherent LED light source[J]. Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica, 2014, 44(7): 705-711.  
何 西, 吴逢铁, 李 攀, 等. 非相干 LED 光源产生高阶 Bessel 光束[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2014, 44(7): 705-711.
- 9 Qian Yixian, Li Denghui. Tunable optical bottle beam generated via self-bending Airy beam arrays[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(9): 0909002.  
钱义先, 李登辉. 自弯曲艾里光束阵列产生的可调局域空心光束[J]. 中国激光, 2015, 42(9): 0909002.
- 10 Shi Jianzhen. Xu Shuwu, Ji Xianming, *et al.* Generation of the tunable rectangular hollow beams by using wave plates [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(9): 0926001.  
施建珍, 徐淑武, 纪宪明, 等. 用波晶片产生可调矩形空心光束[J]. 光学学报, 2015, 35(9): 0926001.
- 11 Gori F, Guattari G, Padovani C. Modal expansion for  $J_0$ -correlated Schell-model sources[J]. Optics Communications, 1987, 64(4): 311-316.
- 12 Wang L, Lü B D. Propagation and focal shift of  $J_0$ -correlated Schell-model beams[J]. Optik, 2006, 117(4): 167-172.
- 13 Rao L Z, Zheng X X, Wang Z C, *et al.* Generation of optical bottle beams through focusing  $J_0$ -correlated Schell-model vortex beams[J]. Optics Communications, 2008, 281(6): 1358-1365.
- 14 Wu G H, Lou Q L, Zhou J, *et al.* Beam conditions for radiation generated by an electromagnetic  $J_0$ -correlated Schell-model source[J]. Optics Letters, 2008, 33(22): 2677-2679.
- 15 Mcleod J H. The axicon: a new type of optical element[J]. Journal of the Optical Society of America, 1954, 44(8): 592-597.
- 16 Turunen J, Vasara A, Friberg A T. Propagation invariance and self-imaging in variable-coherence optics[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1991, 8(2): 282-289.
- 17 Born M, Wolf E. Principles of optics [M]. Yang Jiasun, Transl. 7<sup>th</sup> ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009: 472-486.  
玻恩, 沃尔夫. 光学原理[M]. 杨葭孙, 译. 7 版. 北京: 电子工业出版社, 2009: 472-486.
- 18 Cheng Zhiming, Wu Fengtie, Fan Dandan, *et al.* Non-diffraction Bessel-like beam generated by green LED source[J]. Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica, 2012, 42(8): 805-811.  
程治明, 吴逢铁, 范丹丹, 等. 绿光 LED 产生无衍射 Bessel 光束[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2012, 42(8): 805-811.