# 完美涡旋光束的产生及其空间自由调控技术

李新忠1 孟 莹1 李贺贺1 王静鸽1 尹传磊1 台玉萍2 王 辉1 张利平1

<sup>1</sup>河南科技大学物理工程学院,河南 洛阳 471023 <sup>2</sup>河南科技大学化工与制药学院,河南 洛阳 471023

**摘要** 利用涡旋光束与锥透镜透射率函数设计相位掩模板,采用平面光照射写入相位掩模板的空间光调制器(SLM),则在 SLM 的傅里叶平面上产生了完美涡旋光束,解决了傅里叶平面0级和±1级光谱重叠的问题。提出 了一种完美涡旋光束的空间自由调控技术,通过实验分析,明确了空间调控位移与调控因子间的函数关系,调控精 度达到了 2.25 μm。通过在线调节锥透镜的锥角参数,实现了完美涡旋光束中心亮环半径的自由调控,并得到光束 中心亮环半径与锥角的二次函数关系。将波长为 532 nm 和 632.8 nm 入射光产生的完美涡旋光束作对比,结果表 明,当入射波长较长时,仍可得到较小半径的完美涡旋光束。该研究为完美涡旋光束在微粒操纵、光学信息编码、 光学测量及基于轨道角动量的光纤通信等领域的应用提供了新思路。

关键词 物理光学;光学涡旋光束;完美涡旋光束;自由调控;微粒操纵

中图分类号 O436; O438.1 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS201636.1026018

## Generation of Perfect Vortex Beams and Space Free-Control Technology

Li Xinzhong<sup>1</sup> Meng Ying<sup>1</sup> Li Hehe<sup>1</sup> Wang Jingge<sup>1</sup> Yin Chuanlei<sup>1</sup> Tai Yuping<sup>2</sup> Wang Hui<sup>1</sup> Zhang Liping<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Physics and Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang, Henan 471023, China <sup>2</sup> School of Chemical Engineering and Pharmaceutics, Henan University of Science and Technology, Luoyang, Henan 471023, China

Abstract A phase mask is designed by vortex beams and the transmissivity function of an axicon, and the plane wave is irradiated to the spatial light modulator (SLM) into which the phase mask is written. The perfect vortex beams are generated on the Fourier plane of SLM, and then the overlap between the 0 order and the  $\pm 1$  order

spectra on the Fourier plane is solved. A space free-control technology for perfect vortex beams is proposed. By analyzing the experimental data, the functional relationship between the spatial displacement and the adjustable factor is determined, and the control precision achieves  $2.25 \ \mu$ m. Furthermore, by adjusting cone angle parameters of the axicon *in situ*, the center bright ring radius of the perfect vortex beam could be controlled freely. The quadratic functional relationship between the radius of the center bright ring and the cone angle is obtained. The perfect vortex beams, which are generated by the incident lights with wavelengths of 532 nm and 632.8 nm, are compared. Results show that the perfect vortex beam with a smaller radius can also be obtained by a longer wavelength incidence. The study is expected to inspire new applications of the perfect vortex beams in micro-particle manipulation, optical information coding, optical measurement, fiber communication based on orbital angular momentum.

Key words physical optics; optical vortices; perfect vortex beams; free-control technique; micro-particle manipulation OCIS codes 260.3160; 050.4865; 070.6120; 230.3720

1 引 言

涡旋光束是一种具有螺旋形波前且中心光强为零的空心光束,其复振幅含有指数相位因子 exp(jmθ), 每个光子携带 mh 的轨道角动量<sup>[1]</sup>(h 为普朗克常数)。涡旋光束在量子信息编码<sup>[2-3]</sup>、粒子旋转与操纵<sup>[4-5]</sup>、光

收稿日期: 2016-05-23; 收到修改稿日期: 2016-06-21

基金项目:国家自然科学基金(61205086,11404097,11504091)、瞬态光学与光子技术国家重点实验室开放基金(SKLST201203)、河南省高等学校青年骨干教师资助计划(2013071)

作者简介:李新忠(1979—),男,博士,副教授,主要从事光电信息及图像处理方面的研究。E-mail: xzli@haust.edu.cn

学测量[67]及图像处理等领域[812]具有重要的应用价值,成为近年来信息光学领域的一个研究热点。

涡旋光束的拓扑荷值是一个重要的参数,在微粒操纵中,光束角动量与涡旋光束的拓扑荷值成正比;在 量子信息编码中,涡旋光束的拓扑荷值决定其波分复用及信息编码能力。因此,研究涡旋光束的拓扑荷值具 有重要意义。利用传统方法获得的涡旋光束,其中心亮环半径与拓扑荷值成正比<sup>[13-14]</sup>,因此大的拓扑荷值产 生涡旋光束的亮环半径也较大,使得涡旋光束在耦合、传输(特别是利用光纤进行耦合传输时)等场合的应用 受到限制<sup>[15-16]</sup>。因此,迫切需要发展一种亮环半径不依赖于拓扑荷值的涡旋光束产生方法。

2013年,Ostrovsky等<sup>[17]</sup>提出了完美涡旋光束(即涡旋光束中心亮环半径不随拓扑荷值的改变而改变)。利用独特的相位掩模板,在空间光调制器(SLM)的傅里叶平面上得到完美涡旋光束,初步解决了涡旋光束的亮环半径依赖拓扑荷值的问题。然而,文献[17]得到的完美涡旋光束存在多个次级亮环。为消除次级亮环的影响,Chen等<sup>[18]</sup>提出了一种利用锥透镜产生完美涡旋光束的方法,并完成了微粒的微操纵实验,但是想要获得不同半径的涡旋光束需要更换锥透镜,增加了实验装置和光路调节的的复杂性。2014年,Ostrovsky等<sup>[19]</sup>基于宽脉冲近似贝塞尔函数截断法,进一步提出了一种完美涡旋光束的简易产生方法,该方法可简化实验装置,但仍然没有解决完美涡旋光束半径在线调节的问题,且该方法产生的完美涡旋光束仍然存在杂散光的干扰。

为了进一步提高完美涡旋光束的可调控性,2015年,Vaity等<sup>[20]</sup>基于贝塞尔光束的傅里叶变换方法,将 锥透镜的透射率函数与相位掩模板叠加,通过改变锥角在线控制完美涡旋光束的亮环尺寸,但是未得到锥角 与亮环半径的函数关系,也未提出完美涡旋光束的空间自由调控方法。2015年,中国科学技术大学卢荣德 等<sup>[21]</sup>基于数字微镜器件实现了拓扑荷值高达 90 的完美涡旋光束的产生,进一步拓展了完美涡旋光束的应 用范围。2016年,西北工业大学赵建林等<sup>[22]</sup>提出了矢量完美涡旋光束的概念,但由于他们的研究内容及关 注点不同,上述问题仍未得到解决。

针对上述完美涡旋光束研究中存在的问题,本文首先利用涡旋光束与锥透镜透射率函数设计了相位掩 模板,在 SLM 的傅里叶平面上产生了完美涡旋光束。利用傅里叶光学中的平移性质研究了完美涡旋光束空 间位置的自由调控技术,并研究了完美涡旋光束亮环半径对锥透镜锥角的依赖关系。实验研究了不同入射波 长对亮环半径的影响。该研究为完美涡旋光束半径及其空间位置的精确调控提供了实验参考和理论依据。

## 2 完美涡旋光束的产生方法

完美涡旋光束作为一种特殊状态的涡旋光束,其在理想状态时的极坐标
$$(r, \theta)$$
下的电场表达式为<sup>[17]</sup>  
 $g(r, \theta) \equiv \delta(r - R) \exp(jm\theta),$  (1

式中δ(r)为狄拉克函数, R为待生成完美涡旋的光环半径, m为完美涡旋的拓扑荷值, θ为方位角。由(1) 式可以得到, 理想状态下的完美涡旋光束在实验中无法实现。因此, 可选取合适的函数近似替代δ函数, 以获得完美涡旋光束。

利用贝塞尔函数的正交性,将理想贝塞尔光束作傅里叶变换后可得到类似(1)式的复振幅分布<sup>[17]</sup>。理 论上,理想贝塞尔光束的能量无穷大,故在实验中无法实现。实验中可得到近似的贝塞尔光束(贝塞尔-高斯 光束)<sup>[23]</sup>,其极坐标下的复振幅表达式为

$$E(\rho,\varphi) = J_m(k_r\rho) \exp(jm\varphi) \exp(-\rho^2/w_g^2), \qquad (2)$$

式中 $w_g$ 为照明高斯光束的束腰半径,用于限定贝塞尔光束; $J_m(\cdot)$ 为第一类第m阶贝塞尔函数; $k_r$ 为径向 波数。对(2)式在极坐标系内作傅里叶变换,可得

$$E(r,\theta) = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} \rho E(\rho,\varphi) \exp\left[-j2\pi\rho r\cos(\theta-\varphi)\right] d\rho d\varphi$$
  
=  $\frac{k}{f} j^{m-1} \exp\left(jm\theta\right) \int_{0}^{\infty} J_m(k_r\rho) J_m(kr\rho/f) \exp\left(-\rho^2/w_g^2\right) \rho d\rho,$  (3)

式中 k 为波数, f 为傅里叶变换透镜焦距。利用贝塞尔函数式对(3)式进行积分, 可得

$$E(r,\theta) = j^{m-1} \frac{w_g}{w_0} \exp(jm\theta) \exp\left[-(r^2 + R^2) / w_0^2\right] I_m \left(2Rr / w_0^2\right), \qquad (4)$$

式中  $I_m(\cdot)$ 为第一类第 *m* 阶修正贝塞尔函数, $w_0$ 为高斯光束在傅里叶变换透镜焦点处的束腰半径。(4)式 中除常数项外,包含了涡旋项、高斯函数项和修正贝塞尔函数项。通过分析得到高斯函数项和修正贝塞尔函 数项在 r = R 处相交形成一个环,并且该环的半径不随 *m* 的改变而改变<sup>[20]</sup>。因此,(4)式代表环半径为 *R* 的完美涡旋光束的复振幅分布,其环宽度为  $2w_0$ 。

基于上述理论分析,可知实验中产生完美涡旋光束分为两个步骤:1)利用涡旋光束照射锥透镜产生贝 塞尔-高斯光束;2)利用透镜对贝塞尔-高斯光束作傅里叶变换,在其焦平面上得到完美涡旋光束。

设采用的锥透镜的复振幅透射率函数为

$$t(r) = \begin{cases} \exp\left[-jk(n-1)r\alpha\right], & r \leq R_0 \\ 0, & r > R_0 \end{cases},$$
(5)

式中 a 为锥透镜的锥角大小(单位为弧度),R<sub>0</sub>为锥透镜半径,n 为锥透镜折射率。

采用基于 SLM 的计算全息法产生贝塞尔-高斯光束。为使获得的完美涡旋光束半径可调控,将锥透镜的复振幅透射率函数与涡旋光束螺旋相位函数相乘后与平面波光场干涉得到的干涉图样作为相位掩模板。 相位掩模板的产生过程如图 1 所示。



图 1 相位掩模板的产生过程。(a) t(r)函数相位图;(b)涡旋光束相位图;(c)平面波相位图;(d)相位掩模板 Fig. 1 Generation of phase mask. (a) Phase pattern of t(r); (b) phase pattern of vortex beams; (c) phase pattern of plane waves; (d) phase mask

利用计算机将图 1(d)的相位掩模板写入 SLM 中,然后采用平面光(参考光束)照射 SLM,得到衍射空间的贝塞尔-高斯光束,再经过傅里叶透镜变换后,在透镜焦平面上产生了完美涡旋光束。

### 3 实验装置

产生完美涡旋光束的实验原理图如图 2 所示,为对比研究不同波长的影响,实验中采用两种激光器:1) 连续波固体激光器(型号:LWGL532-100 mW-SLM,北京镭志威光电技术有限公司),其功率为 50 mW,波 长为532 nm;2) He-Ne 气体激光器(型号:25-LHR-151-230,Melles Griot 公司),其功率为 5 mW,波长为 632.8 nm。激光器发出的激光束经空间针孔滤波器以及扩束镜整形扩束后,变为光强均匀分布的平行光,再 经过光阑和偏振片照射在写有相位掩模板的反射式 SLM 上。在 SLM 的衍射空间经另一偏振片和光阑后, 衍射再现贝塞尔-高斯光束。贝塞尔-高斯光束经过傅里叶透镜变换后,利用透镜焦平面位置的 CCD 相机记 录完美涡旋光束的光强分布。实验中,SLM、CCD 相机与傅里叶透镜的距离均等于透镜焦距。实验中采用



图 2 实验装置原理图 Fig. 2 Schematic of experimental setup

1026018-3

的 CCD 相机为 Basler acA1600-60gc 型彩色相机,其像素尺寸为 4.5 μm×4.5 μm,分辨率为 1600 pixel× 1200 pixel。SLM(型号:RL-SLM-R2,北京杏林睿光)的像素尺寸为 12.3 μm×12.3 μm,填充因子为 90%。

## 4 结果与讨论

实验中,首先在入射激光波长 $\lambda$ =532 nm、傅里叶透镜焦距 f=250 mm、锥透镜的锥角  $\alpha$ =0.085°[在生 成锥透镜透射率函数时须变换为弧度后代入(5)式,下同]条件下,得到完美涡旋光强分布图(图 3)。图 3 (a1)、(b1)分别为拓扑荷值 m=1、m=10 时输入 SLM 的相位掩模板,图 3(a2)、(b2)分别为拓扑荷值m=1、m=10 时 CCD 相机中记录的完美涡旋光束光强图。由图 3 可以看出,在傅里叶平面得到的全息再现光强图中,0 级和±1 级频谱重叠,且+1 级频谱对应完美涡旋。从信息光学的角度而言,产生该现象是由于在全息干涉记录产生相位掩模板的过程中,作为参考光的平面波与物光波间的夹角过小<sup>[24]</sup>。





为了解决上述频谱重叠的问题,在产生相位掩模板时增大平面波(参考光)与物光波之间的夹角,但这种 方法要求全息再现的光束应保持相同的夹角,导致实验过程变复杂且光路调整难度增大。由于掩模板所在 的 SLM 平面与 CCD 相机记录平面呈傅里叶变换关系,利用傅里叶变换的平移性质,在 SLM 平面施加一个 相移因子 exp[j2π(μ₀x+ν₀y)],使用 CCD 相机记录平面产生的空间位移(μ₀,ν₀),实现谱空间(CCD 相机记 录平面)三级谱分离,从而解决上述频谱重叠的问题。其原理如下。

 $f(x,y)\exp\left[j2\pi(\mu_0 x + v_0 y)\right] \Leftrightarrow \Im(\mu - \mu_0, v - v_0), \tag{6}$ 

式中 $\mu$ 、v为傅里叶平面坐标, $\mu_0$ 、 $v_0$ 为涡旋光束在傅里叶平面两个坐标方向产生的位移,f(x,y)为写入 SLM的相位掩模板矩阵,S代表对函数f(x,y)作傅里叶变换。

利用上述方法,在  $f = 250 \text{ mm}, \alpha = 0.085^{\circ}, m = 10$  的条件下,实验研究了空间位移参数  $\mu_0, \nu_0$  对完美涡 旋光束的空间自由调控能力的影响,如图 4 所示。图 4(a1)~(d1)和图 4(a2)~(d2)分别为对 x 方向和 y 方 向空间调控的结果,在生成 SLM 的相位掩模板时,施加的相移因子中的  $\mu_0(\nu_0)$ 取 300, 600, 900, 1200 pixel。

由图 4 可以看出,当调控量大于 900 pixel 时,在 x 方向和 y 方向均可实现三级频谱的完全分离,且分离 距离与  $\mu_0$  或  $\nu_0$  的取值成正比。通过赋给( $\mu_0$ , $\nu_0$ )不同数值,可实现完美涡旋在频谱面的空间自由调控。为 进一步研究( $\mu_0$ , $\nu_0$ )的数值对完美涡旋光束的空间调控能力,实验研究了完美涡旋光束 x 方向空间调控量  $s_x$  与调控参数  $\mu_0$  间的关系(此时  $\nu_0 = 0$ ),结果如图 5 所示。

当计算 x 方向的空间调控量  $s_x$  时,计算  $\mu_0 = 0$  时±1 级环心距  $d_0$ ;然后增加  $\mu_0$  的值,再次计算±1 级 环心距  $d_1$ 。调控量  $s_x = (d_1 - d_0)/2$ 。图 5 中,空心圆为实验数据,直线为实验数据的直线拟合。可以看出, x 方向空间调控量  $s_x$  与调控参数  $\mu_0$  成正比,其线性拟合方程为  $s_x = 2.180 \ \mu_0 - 1.854$ ,拟合相关系数 $R_c^2 = 0.99998$ 。进一步研究发现,y 方向空间调控量  $s_y$  与调控参数  $v_0$  间也满足上述拟合方程关系,可见该方法具 有较高的空间自由调控精度。实验中,完美涡旋光束的空间调控精度可以达到 2.25  $\mu$ m(即  $\mu_0$  改变一个像 素时,完美涡旋移动 2.25  $\mu$ m),为实验选取所需的完美涡旋光束及其精密对准提供了新思路。

采用上述技术,可以将完美涡旋光束分离。下面研究完美涡旋亮环半径随拓扑荷值变化的稳定性,如图 6 所示(实验中,锥角 α=0.085°,透镜焦距 f=500 mm)。当拓扑荷值 m 从1 增加到 10,完美涡旋光环半径





图 4 完美涡旋光束的空间自由调控





图 5 完美涡旋光束 x 方向空间调控量 s<sub>x</sub> 与调控参数 µ<sub>0</sub> 间的关系

Fig. 5 Relation between the spatial control displacement  $s_x$  in x direction and the adjustable factor  $\mu_0$ 

的均值为 1.493 mm,最大相对误差小于 0.54%,表明产生的完美涡旋光束较为理想,可满足实际的应用需求。光环半径存在略微起伏现象的原因是计算光环半径时光强分布不均匀及亮环宽度的微小变化导致得到的半径存在误差。进一步实验发现,当拓扑荷值达到 50 时,亮环半径最大相对误差仍小于 1%,说明该产生完美涡旋的方法适用性较广,可满足较大轨道角动量及量子信息编码的需求。

由以上分析可知,当拓扑荷值增加时,完美涡旋光束亮环半径基本保持不变;实验中,其亮环半径的控制 可通过改变锥透镜锥角实现<sup>[18]</sup>。锥透镜的透射率函数作为相位掩模板生成因子写入 SLM,根据需要可在 一定范围内任意设置锥透镜锥角,以实现对完美涡旋光束半径的自由调控。完美涡旋光束亮环半径对锥透



图 6 完美涡旋光束亮环半径随拓扑荷值的变化

Fig. 6 Radius change of bright rings of perfect vortex beams as m is increased from 1 to 10

镜锥角的依赖关系如图 7 所示(实验中,拓扑荷值 m = 10,傅里叶透镜焦距 f = 250 mm)。图 7 中,水平轴上的坐标为( $\alpha$ , R),从左到右设置的亮环锥角  $\alpha$  分别为 0.065°、0.075°、0.085°、0.095°、0.105°、0.115°。通过计算得到对应的完美涡旋光束半径 R 分别为 0.567,0.698,0.830,0.932,1.033,1.082 mm。其变化规律为完美涡旋光束半径随锥角的增大而增大。通过拟合实验数据,得到完美涡旋光环半径 R 与锥角  $\alpha$  满足的二次曲线方程为 $R = -81.071\alpha^2 + 25.170\alpha - 0.731$ ,拟合相关系数  $R_c^2 = 0.9957$ 。利用该拟合公式,可根据需要生成所需半径的完美涡旋光束,增加了完美涡旋光束半径调控的灵活性。



图 7 完美涡旋光束半径对锥透镜锥角的依赖关系

Fig. 7 Dependence of radii of perfect vortex beams on cone angle of axicon

当完美涡旋光束在光纤等介质中传播时,不同波长涡旋光束的传输特性存在较大差异,因而研究不同入 射激光波长对完美涡旋光束半径的影响具有重要的意义。将激光波长 $\lambda = 632.8$  nm 的红光照明光源与 $\lambda = 532$  nm 的绿光照明光源产生的完美涡旋作对比研究。实验中,锥透镜锥角  $\alpha = 0.085^{\circ}$ 、傅里叶透镜焦距 f = 250 mm、拓扑荷值 m 从1增加到10的涡旋光束光强如图8所示。由图8可以看出,红光和绿光获得的完美涡旋光束都比较理想。

为便于分析,将红光(λ=632.8 nm)完美涡旋和绿光(λ=532 nm)完美涡旋的半径及其半径相对误差 (RE)分布重新绘制,如图 9 所示。图 9 中实心圆点和五角星分别表示绿光和红光的完美涡旋半径数据(左 y 轴),空心圆点和五角星分别表示绿光和红光的完美涡旋半径的相对误差(右 y 轴)。由图 9 可以看出,无 论是红光还是绿光,随着拓扑荷值的变化,产生的完美涡旋光束亮环半径的相对误差均小于1%(其半径均



图 8 完美涡旋光束光强图。(a)(c) λ=532 nm;(b)(d) λ=632.8 nm

Fig. 8 Light intensity distributions of perfect vortex beams. (a)(c)  $\lambda = 532$  nm; (b)(d)  $\lambda = 632.8$  nm



图 9 532 nm 和 632.8 nm 的入射光产生的完美涡旋半径及相对误差随拓扑荷值的变化图 Fig. 9 Change of radii and relative errors of perfect vortex beams along with *m* under incident wavelengths of 532 nm and 632.8 nm respectively

值分别为 0.732 mm 和 0.802 mm)。

将图 6 和图 8 中的绿光完美涡旋半径作对比,发现图 6 中的完美涡旋半径均值约为图 8 中半径均值的 2 倍,该结果由透镜焦平面光点尺寸公式<sup>[25]</sup>决定,此公式也称艾里斑半径公式,其表达式为 R ∝ 1.22 λf/D, 其中 D 为照射在透镜中的光瞳直径,f 为透镜焦距。图 6 中采用的透镜焦距为图 8 中产生绿光完美涡旋采 用的透镜焦距的 2 倍。根据上述公式,图 8 中红光涡旋半径均值应大于绿光涡旋半径均值,而实验结果却相 反。通过分析发现,产生该现象的原因是生成锥透镜透射率函数时,相比于绿光,红光导致的等效锥角减小 将引起完美涡旋光束半径减小,而其减小量大于由艾里斑半径公式产生完美涡旋光束半径的增加值,对比图 7 获得的拟合公式与(5)式可得出这一结论。因此,在利用光纤传输时,较长的激光波长可能得到较小的完 美涡旋半径。

5 结 论

研究了一种完美涡旋光束的产生方法及空间自由调控技术。实验结果表明,该方法产生的完美涡旋光 束质量较高,利用傅里叶变换的平移特性,可实现完美涡旋光束的空间自由调控,这种调控为线性调控,且调 控精度达到了 2.25 µm。通过在线调节锥透镜的锥角数值,实现了完美涡旋光束亮环半径的自由调控,并得 到亮环半径与锥角呈二次函数关系。利用红光和绿光作对比研究,在较长波长下仍可获得较小半径的完美 涡旋光束。该研究为完美涡旋光束在微粒操作、光学信息编码、光学测量及基于轨道角动量的光纤通信等领 域的应用提供了新思路。

#### 参考文献

- 1 Nye J F, Berry M V. Dislocations in wave trains[J]. Proc R Soc Lond A, 1974, 336: 165-190.
- 2 Molina-Terriza G, Torres J P, Torner L. Twisted photons [J]. Nature Physics, 2007, 3: 305-310.
- 3 Bozinovic N, Yue Y, Ren Y X, et al. Terabit-scale orbital angular momentum mode division multiplexing in fibers [J]. Science, 2013, 340: 1545-1548.
- 4 Ng J, Lin Z, Chan C T. Theory of optical trapping by an optical vortex beam [J]. Physical Review Letters, 2010, 104 (10): 103601.
- 5 Qu Tan, Wu Zhensen, Wei Yinyu, et al. Analysis of scattering of Laguerre-Gaussian vortex beam by biological cells[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(s1): s129002.
  - 屈 檀,吴振森,韦尹煜,等.拉盖尔高斯涡旋光束对生物细胞的散射特性分析[J].光学学报,2015,35(s1):s129002.
- 6 Li X Z, Tai Y P, Nie Z G. Digital speckle correlation method based on phase vortices [J]. Optical Engineering, 2012, 51 (7): 077004.
- 7 Li X Z, Tai Y P, Zhang L P, et al. Characterization of dynamic random process using optical vortex metrology [J]. Applied Physics B, 2014, 116(4): 901-909.
- 8 Li Xinzhong, Tian Xiaomin, Wang Hui, *et al*. Study on properties of speckle field formed by Laguerre-Gaussian beam illumination[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(7): 0726001.

李新忠,田晓敏,王 辉,等. 拉盖尔-高斯光束照射产生散斑场的特性研究[J]. 光学学报, 2015, 35(7): 0726001.

- 9 Sun Xibo, Geng Yuanchao, Liu Lanqin, et al. Study on propagation characteristics of optical vortices in bent fibers[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(s1): s106001.
  - 孙喜博, 耿远超, 刘兰琴, 等. 弯曲阶跃型光纤中光学涡旋的传输特性研究[J]. 光学学报, 2015, 35(s1): s106001.
- 10 Cheng Zhen, Chu Xingchun, Zhao Shanghong, et al. Study of the drift characteristics of Airy vortex beam in atmospheric turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(12): 1213002.
  - 程 振, 楚兴春, 赵尚弘, 等. 艾里涡旋光束在大气湍流中的漂移特性研究[J]. 中国激光, 2015, 42(12): 1213002.
- 11 Fang Guijuan, Lin Huichuan, Pu Jixiong. Generation and propagation of Besinc-correlated partially coherent vortex beams [J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(7): 0713001.

方桂娟,林惠川,蒲继雄. Besinc 相干涡旋光束的产生与传输[J]. 中国激光, 2015, 42(7): 0713001.

12 Ge Xiaolu, Wang Benyi, Guo Chengshan. Beam broadening of vortex beams propagating in turbulent atmosphere [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(3): 0301002.

葛筱璐, 王本义, 国承山. 涡旋光束在湍流大气中的光束扩展[J]. 光学学报, 2016, 36(3): 0301002.

- 13 Li X Z, Tai Y P, Lv F J, et al. Measuring the fractional topological charge of LG beams by using interference intensity analysis[J]. Optics Communications, 2015, 334(1): 235-239.
- 14 Lv F J, Li X Z, Tai Y P, *et al*. High-order topological charges measurement of LG vortex beams with a modified Mach-Zehnder interferometer[J]. Optik, 2015, 126(23): 4378-4381.
- 15 Yan H W, Zhang E, Zhao B Y, *et al*. Free-space propagation of guided optical vortices excited in an annular core fiber [J]. Optics Express, 2012, 20(16): 17904-17915.
- 16 Li S H, Wang J. Multi-orbital-angular-momentum multi-ring fiber for high-density space-division multiplexing[J]. IEEE Photonics Journal, 2013, 5(5): 7101007.
- 17 Ostrovsky A S, Rickenstorff-Parrao C, Arrizón V. Generation of the "perfect" optical vortex using a liquid-crystal spatial light modulator[J]. Opt Lett, 2013, 38(4): 534-536.
- 18 Chen M Z, Mazilu M, Arita Y, et al. Dynamics of microparticles trapped in a perfect vortex beam[J]. Opt Lett, 2013, 38(22): 4919-4922.
- 19 García-García J, Rickenstorff-Parrao C, Ramos-García R, et al. Simple technique for generating the perfect optical vortex [J]. Opt Lett, 2014, 39(18): 5305-5308.
- 20 Vaity P, Rusch L. Perfect vortex beam: Fourier transformation of a Bessel beam [J]. Opt Lett, 2015, 40(4): 597-600.
- 21 Chen Y, Fang Z X, Ren Y X, *et al*. Generation and characterization of a perfect vortex beam with a large topological charge through a digital micromirror device[J]. Applied Optics, 2015, 54(27): 8030-8035.
- 22 Li P, Zhang Y, Liu S, et al. Generation of perfect vectorial vortex beams[J]. Opt Lett, 2016, 41(10): 2205-2208.
- 23 Gori F, Guattari G, Padovani C. Bessel-Gauss beams [J]. Optics Communications, 1987, 64(6): 491-495.
- 24 Goodman J W. Introduction to Fourier optics [M]. Englewood: Roberts & Company, 2005.
- Liang Quanting. Physical optics [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008.
   梁铨廷.物理光学 [M].北京:电子工业出版社, 2008.