

海洋湍流中光学成像相关问题研究

蒲 欢 季小玲

四川师范大学物理系, 四川 成都 610101

摘要 比较研究了海洋湍流与大气湍流中长曝光调制传递函数的差异,讨论了海洋湍流中短曝光调制传递函数(SEMTF)的适用性,并且详细研究了海洋湍流参数对系统分辨率的影响。研究表明:海洋湍流中温度起伏占主导地位比盐度起伏占主导地位时的成像质量更高,即包含更多原图像的高频细节。虽然用Fried短曝光理论研究SEMTF时在高频区存在缺陷,但随着透镜直径与空间相干长度之比以及光传输距离的增大,SEMTF在高频区的适用性增强。此外,随着海水功率谱温度与盐度的比率和海水温度方差耗散率的增大,海水单位质量湍流动能耗散率的减小,海洋湍流中光学系统的分辨率减小,即成像质量变差。

关键词 物理光学; 成像; 调制传递函数; 海洋湍流

中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.1026014

Problems of Optical Imaging in Oceanic Turbulence

Pu Huan Ji Xiaoling

Department of Physics, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610101, China

Abstract Difference of the modulation transfer function for long-exposure imaging between the oceanic turbulence and the atmospheric turbulence is compared. Applicability of the modulation transfer function for short-exposure imaging (SEMTF) in the oceanic turbulence is discussed. Moreover, effects of the oceanic turbulence parameters on the system resolution are studied in detail. Results show that the quality of imaging is better in the dominating temperature-induced turbulence than that in the dominating salinity-induced turbulence, i. e., the image contains more high-frequency components of the original image. The SEMTF study based on the Fried short-exposure theory is defective in the high-frequency region, but the applicability of SEMTF can be enhanced as the ratio of lens diameter to the spatial coherence radius and the path length increase. In addition, the resolution of imaging decreases, i. e., the quality of imaging is degraded, as the ratio of temperature and salinity of the seawater power spectrum increases, the dissipation rate of the seawater temperature variance increases, and the dissipation rate of the seawater unit mass turbulence kinetic energy decreases.

Key words physical optics; imaging; modulation transfer function; oceanic turbulence

OCIS codes 260.2110; 010.4450; 010.7060; 110.0115; 110.2960

1 引 言

湍流会严重降低成像质量。相对于较成熟的大气湍流中成像问题的研究^[1-5],海洋湍流中成像问题的研究比较少。随着水下光通信、传感和激光雷达等应用的兴起,深入研究海洋湍流对光学成像的影响显得尤为重要。最近,Hou等^[6-7]通过实际海洋实验观测证实了海洋湍流对成像退化的影响与海洋中粒子起的作用同样强烈。Hou^[8]推导出海洋湍流的长曝光调制传递函数,但其采用的仍然是大气中的Kolmogorov型功率谱,仅用海洋湍流参数替换大气Kolmogorov谱中的折射率结构常数。大气湍流是由温度变化引起折射率起伏造成的,而海水折射率起伏同时取决于温度和盐度的变化。2000年,Nikishov等^[9]建立了同时考虑

收稿日期: 2016-06-01; **收到修改稿日期:** 2016-08-01

基金项目: 国家自然科学基金(61475105)

作者简介: 蒲欢(1991—),女,硕士研究生,主要从事激光大气传输方面的研究。E-mail: puhuan_sicnu@163.com

导师简介: 季小玲(1963—),女,博士,教授,博士生导师,主要从事激光传输与控制方面的研究。

E-mail: jiXL100@163.com (通信联系人)

温度和盐度起伏造成海洋湍流的功率谱。大气湍流功率谱为单峰结构,而海洋湍流功率谱为双峰结构。湍流功率谱的不同会直接影响统计光学参数,所以研究海洋湍流与大气湍流对成像质量影响的异同是有必要的。另一方面,Fried理论一直作为研究成像的基本理论^[10],但也有学者指出Fried短曝光理论与实际观测不一致,这是因为Fried短曝光理论过度估计了强湍流下高频区域的模糊效应^[11]、使修正过后的相位结构函数在大的空间间隔下变为负值等所致^[12]。

本文比较了海洋湍流与大气湍流中长曝光调制传递函数的(LEMTF, τ_{LE})异同,讨论了海洋湍流中短曝光调制传递函数(SEMTF, τ_{SE})的适用性,并用数值计算详细研究了海洋湍流对光学系统分辨率的影响。

2 海洋湍流与大气湍流中长曝光调制传递函数的比较

对于均匀各向同性的海水介质,Nikishov等^[9]推导出了具有双峰结构的海洋湍流功率谱,即

$$\Phi_n(\kappa) = 0.388 \times 10^{-8} \epsilon^{-1/3} \kappa^{-11/3} [1 + 2.35 (\kappa l_0)^{2/3}] \frac{\chi_T}{\omega^2} [\omega^2 \exp(-A_T \delta) + \exp(-A_S \delta) - 2\omega \exp(-A_{TS} \delta)], \quad (1)$$

式中 κ 是空间波数; l_0 是Kolmogorov内尺度; $A_T = 1.863 \times 10^{-2}$, $A_S = 1.9 \times 10^{-4}$, $A_{TS} = 9.41 \times 10^{-3}$, $\delta = 8.284 (\kappa l_0)^{4/3} + 12.978 (\kappa l_0)^2$; ϵ 表示海水单位质量湍流动能耗散率,其范围为 $10^{-1} \sim 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}^3$; χ_T 表示海水温度方差耗散率,其范围为 $10^{-4} \sim 10^{-10} \text{ K}^2/\text{s}$; ω 表示海水湍流功率谱温度与盐度的比率,其范围为 $[-5, 0]$, -5 和 0 分别对应于温度和盐度变化引起的光学湍流。

基于海洋湍流的双峰功率谱,推导出了平面波在海洋湍流中传输 z 距离后的波结构函数^[13],即

$$D_{pl}(\rho, z) = 3.603 \times 10^{-7} k^2 z \epsilon^{-1/3} (\chi_T / \omega^2) \rho^{5/3} (0.419 \omega^2 - 0.838 \omega + 0.419), \quad (2)$$

式中波数 $k = 2\pi/\lambda$, 波长 $\lambda = 530 \text{ nm}$ (通常水下传输系统中 λ 为 530 nm ^[8]); ρ 为光波垂直于传输方向截面上两点间的距离。

海洋湍流中的长曝光调制传递函数可表示为^[10]

$$\tau_{LE} = \exp\left[-\frac{1}{2} D(\lambda \Omega)\right], \quad (3)$$

式中 Ω 为空间角频率。在研究调制传递函数时需要将波结构函数 $D(\rho)$ 中的空间距离 ρ 用波长 λ 和空间角频率 Ω 的乘积 $\lambda \Omega$ 代替。

大气及海洋湍流中的长曝光调制传递函数 τ_{LE} 均可由(3)式推出,区别仅在于波结构函数不同,湍流介质中的平面波波结构函数均表示为 $D_{pl}(\rho) = 8\pi^2 k^2 z \int_0^\infty [1 - J_0(\kappa \rho)] \Phi_n(\kappa) \kappa d\kappa$, 其中 $J_0(\cdot)$ 是零阶贝塞尔函数。将海洋湍流功率谱(1)式代入波结构函数表达式后即可得到海洋湍流中的波结构函数,见文献[13]中的(7)式,并且当 $\rho \gg l_0$ 时它可简化为(2)式。将文献[13]中的(7)式除以(2)式后即可得到“归一化”波结构函数 $D_{scaled}(\rho)$ 。

在模拟过程中,参数设置如下: $z = 20 \text{ m}$, $\chi_T = 10^{-6} \text{ K}^2/\text{s}$, $\epsilon = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^3$, $\lambda = 530 \text{ nm}$ 。图1(a)为(1)式“归一化”功率谱 $\Phi_{scaled}(\kappa l_0)$ 随 κl_0 的变化图,其中 $\Phi_{scaled}(\kappa l_0)$ 是由文献[9]中的归一化方式得到。由图1(a)可知:相比较于大气湍流Kolmogorov谱和Andrews等^[14]推导的具有单峰结构的修正大气湍流功率谱,海洋湍流功率谱具有双峰结构,其中由温度起伏作用引起的峰值出现在较低频段处,而由盐度起伏作用引起的峰值出现在较高频段处。并且随着 ω 的减小,温度起伏对湍流的影响逐渐占据主导作用。图1(b)为“归一化”波结构函数 $D_{scaled}(\rho/l_0)$ 随 ρ/l_0 的变化图,可以看出 $D_{scaled}(\rho/l_0)$ 也显现出对应的不太明显的双峰结构:由温度起伏引起的峰值出现在2倍左右的Kolmogorov内尺度处,即A点,对应于功率谱较低的空间频率,这与大气中仅由温度起伏引起湍流的峰值情况一致^[14];但海洋湍流中还有由盐度起伏引起的峰值,它出现在Kolmogorov内尺度的0.2倍附近,即图中B点,对应于功率谱中较大的空间频率。随着 ω 的减小,温度起伏对波结构函数的影响也开始逐渐占据主导。与海洋湍流的双峰结构相比较,大气湍流中 $\Phi_{scaled}(\kappa l_0)$ 与 $D_{scaled}(\rho/l_0)$ 均呈现单峰结构见文献[14]中的图3.6和图6.3。

湍流功率谱的不同会直接影响统计光学参数,例如:大气湍流中,Andrews修正谱比Kolmogorov谱造

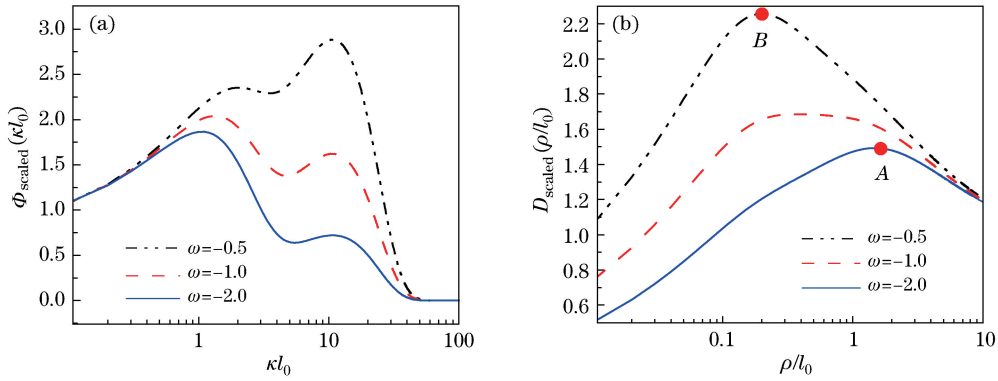


图 1 不同 ω 情况下, (a) $\Phi_{\text{scaled}}(\kappa l_0)$ 随 κl_0 的变化; (b) $D_{\text{scaled}}(\rho/l_0)$ 随 ρ/l_0 的变化

Fig. 1 (a) $\Phi_{\text{scaled}}(\kappa l_0)$ versus κl_0 under different values of ω ; (b) $D_{\text{scaled}}(\rho/l_0)$ versus ρ/l_0 under different values of ω

成的离轴闪烁效应更严重^[14], 因此, 海洋湍流的双峰功率谱能够比大气湍流中的 Kolmogorov 谱和 Andrews 修正谱更精确地预测了光在海洋湍流中的传输行为。从图 2 可以看出, 随着 ω 的减小, 即较之盐度起伏, 温度起伏的影响在湍流中逐渐占据主导地位时, 长曝光调制传递函数能够包含原图像更多的高频细节, 但若只从湍流强弱角度考虑, 随着 ω 的减小 (即海洋湍流强度减弱), τ_{LE} 越大, 即成像质量越好, 这与大气湍流中的规律一致。文献[15]中已详细分析了“海洋湍流中温度起伏占主导地位比盐度起伏占主导地位时的湍流强度要弱”的物理机制, 这里就不再重复。此外, 可以证明, 本节通过平面波比较得出的结论也同样适用于球面波。

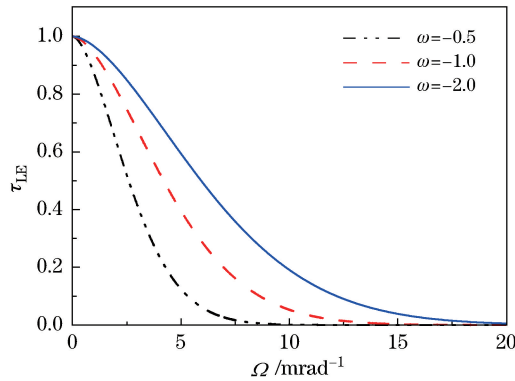


图 2 不同 ω 情况下, τ_{LE} 随 Ω 的变化

Fig. 2 τ_{LE} versus Ω under different values of ω

3 海洋湍流中短曝光调制传递函数的适用性讨论

准单色球面波在海洋湍流中传输 z 距离后, 短曝光调制传递函数可近似表示为^[10]

$$\tau_{\text{SE}} = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[D_{\text{sp}}(\lambda\Omega) - \frac{1}{2}(\lambda\Omega)^2\delta_a^2\right]\right\}, \quad (4)$$

式中 δ_a^2 是成像孔径平面上光波波面起伏方差^[10], 表达式为

$$\delta_a^2 = \frac{64}{D_0^2} \int_0^1 \frac{4}{\pi} [(3u - 2u^3) \sqrt{1-u^2} - \arccos u] D_{\text{sp}_s}(uD_0) u du, \quad (5)$$

其中 $u = \lambda\Omega/D_0$, D_0 为接收系统入瞳直径, $D_{\text{sp}}(\rho)$ 和 $D_{\text{sp}_s}(\rho)$ 分别为球面波的波结构函数^[13] 和相位结构函数^[16], 表达式为

$$D_{\text{sp}}(\rho, z) = 3.603 \times 10^{-7} k^2 z \epsilon^{-1/3} (\chi_T/\omega^2) \rho^{5/3} (0.419\omega^2 - 0.838\omega + 0.419), \quad (6)$$

$$D_{\text{sp}_s}(\rho, z) = \epsilon^{-1/3} (\chi_T/\omega^2) \rho^{5/3} [3.063 \times 10^{-7} k^2 z (0.4196\omega^2 - 0.838\omega + 0.419) - z^3 (0.184\omega^2 - 4.034\omega + 207.7)]. \quad (7)$$

对于简单成像系统 (薄透镜) 在无湍流存在时的调制传递函数为 τ_0 , 其表达式为^[10]

$$\tau_0(\Omega) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} [\arccos(\Omega/\Omega_0) - (\Omega/\Omega_0) \sqrt{1 - (\Omega/\Omega_0)^2}], & \Omega \leq \Omega_0, \\ 0, & \Omega > \Omega_0 \end{cases}, \quad (8)$$

式中 $\Omega_0 = D_0/\lambda$ 为截止角频率。

根据 Fried 短曝光理论,短曝光成像是长曝光成像的基础上去除随机漂移(即相差的倾斜项)后得到的。根据该理论,Fried 给出了近、远场近似下湍流中的短曝光成像调制传递函数,分别为^[10]

$$\tau_{SE}^{near} = \exp[-3.44 (\lambda\Omega/2.1\rho_0)^{5/3}] [1 - (\lambda\Omega/D_0)^{1/3}], \quad (9)$$

$$\tau_{SE}^{far} = \exp[-3.44 (\lambda\Omega/2.1\rho_0)^{5/3}] [1 - 0.5 (\lambda\Omega/D_0)^{1/3}], \quad (10)$$

其中上标 near 和 far 分别对应近、远场近似, ρ_0 为空间相干长度,它与波结构函数满足关系 $D(\rho_0) = 2$ 。最近,Lu 等^[13] 推导出了海洋湍流中球面波对应的 ρ_0 的解析表达式:

$$\rho_0 = [3.603 \times 10^{-7} k^2 z \varepsilon^{-1/3} (\chi_T/2\omega^2) (0.419\omega^2 - 0.838\omega + 0.419)]^{-3/5}, \quad (11)$$

ρ_0 越小表示湍流越强。

以近场近似下的海洋湍流短曝光调制传递函数为例来说明 Fried 短曝光理论的缺陷,如图 3 所示。从图中可看出:在空间角频率较大的时候 τ_{SE}^{near} 会逐渐增大,这显然不合理。但当同时考虑光学系统的影响时, $\tau_0 \times \tau_{SE}^{near}$ 在高频部分虽不会表现出如 τ_{SE}^{near} 一样的明显异常,但其值仍显现出下降缓慢的现象,使得成像包含了原图中更多的高频成分,这反映出 Fried 短曝光理论过度估计了强湍流下除去随机漂移后图像的修复效应,这点与大气湍流中情况一致^[11]。

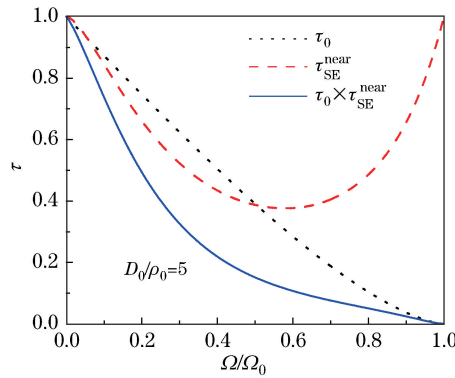


图 3 τ_{SE}^{near} 和 $\tau_0 \times \tau_{SE}^{near}$ 随 Ω/Ω_0 的变化

Fig. 3 τ_{SE}^{near} and $\tau_0 \times \tau_{SE}^{near}$ versus Ω/Ω_0

虽然 Fried 短曝光理论存在缺陷,也有许多学者对其进行了修正^[17-20],但是目前还没有理论能够具备该理论的简洁性和实用性。因此,本文沿用 Fried 短曝光理论,将(5)、(6)和(7)式代入(4)式,可得出非近场和远场近似下海洋湍流短曝光调制传递函数的一般公式,并讨论其适用性。

图 4 是不同传输距离下, τ_{SE} 随归一化空间角频率的变化。从图可看出: τ_{SE} 与 τ_{SE}^{near} 和 τ_{SE}^{far} 一样,都随着空间角频率的增长先减小后增大,且均可视为轴对称分布。一般认为, τ_{SE} 随空间角频率的增长而减小所对应的频段为合理频段,而随其增大所对应的频段为有缺陷的频段。因此,可取 τ_{SE} 增长到 1 所对应的频率值的一半来确定 τ_{SE} 的合理频段。从图中可看出,随着传输距离 z 的增长,对应的 τ_{SE} 的合理频段也逐渐增大。值得指出是,虽然该理论在高频部分有缺陷,但是我们关心的频段应在截止频率以内,从图中可看出对于非近场近似的情况,截止频率范围内 τ_{SE} 对应的缺陷频段较短,若再同时考虑 τ_0 的影响,该缺陷就会变得更不明显。图 5 是不同 D_0/ρ_0 下 τ_{SE} 随归一化空间角频率的变化图。从图中可看出,当 D_0/ρ_0 取值越大时, τ_{SE} 在高频部分的生长越不明显,对应着 τ_{SE} 的适用性越强。

4 海洋湍流对系统分辨率的影响

湍流介质中系统分辨率可表示为^[10]

$$R_{LE} = 2\pi \int_0^\infty \tau_0 \tau_{LE} \Omega d\Omega, \quad (12)$$

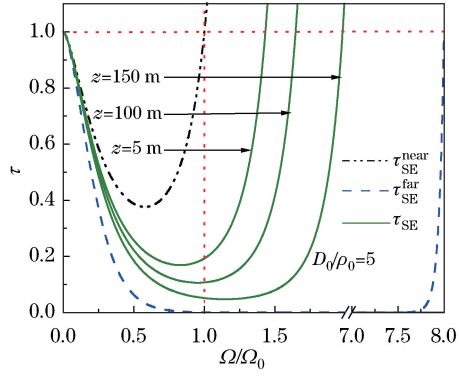


图 4 不同 z 情况下, τ_{SE}^{near} 、 τ_{SE}^{far} 和 τ_{SE} 随 Ω/Ω_0 的变化

Fig. 4 τ_{SE}^{near} , τ_{SE}^{far} and τ_{SE} versus Ω/Ω_0 under different values of z

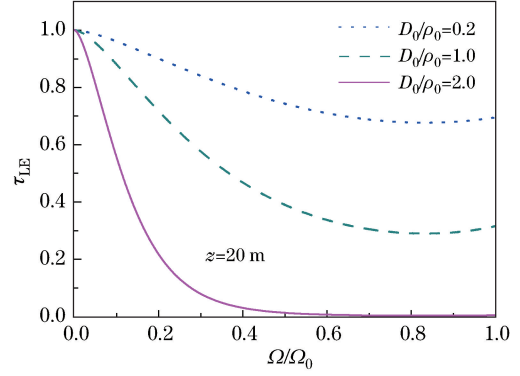


图 5 不同 D_0/ρ_0 情况下, τ_{SE} 随 Ω/Ω_0 的变化

Fig. 5 τ_{SE} versus Ω/Ω_0 under different values of D_0/ρ_0

$$R_{SE} = 2\pi \int_0^\infty \tau_0 \tau_{SE} \Omega d\Omega, \quad (13)$$

式中 R_{LE} 和 R_{SE} 分别对应长、短曝光分辨率。将 τ_{LE} 、 τ_{SE} 和 τ_0 代入(12)和(13)式便可计算出海洋湍流中相应的 R_{LE} 和 R_{SE} 。当无湍流时,简单透镜成像系统的分辨率 R_0 可表示为

$$R_0 = 2\pi \int_0^\infty \tau_0 \Omega d\Omega, \quad (14)$$

当透镜直径 D_0 极大时,可得到“极限分辨率”,即^[10]

$$R_{max} = \lim_{D_0 \rightarrow \infty} R_{LE}. \quad (15)$$

图 6 是归一化长、短曝光分辨率 R_{LE}/R_0 和 R_{SE}/R_0 随不同海洋湍流参数的变化,其中虚线对应短曝光,实线对应长曝光,计算参数均取为 $z=20$ m, $D_0=0.1$ m。图 6(a)表明,随着 ω 的增大, R_{LE} 和 R_{SE} 逐渐减小,即相比于盐度起伏主导的湍流,在温度起伏主导的湍流中成像质量会更好。 ϵ 与海洋湍流湍涡尺度密切相关,它反比于湍涡尺度,即较小的 ϵ 对应着较强的海洋湍流。可以从图 6(b)看出,随着 ϵ 的增大, R_{LE} 和 R_{SE} 逐渐增大;大的 χ_T 代表海洋湍流具有越强的能量。图 6(c) 表明随着 χ_T 的增大, R_{LE} 和 R_{SE} 逐渐减小,即成像质量变差。从图 6 中还可看出,总是有 $R_{LE} < R_{SE}$, 即成像质量在曝光时间较短时有明显的改善。特别地,当 ω , ϵ 值较大或 χ_T 较小时,短曝光较长曝光,成像质量的提高不如 ω , ϵ 和 χ_T 取中间值时明显,即:海洋湍流较强或较弱时,缩短曝光时间对成像质量的改善效果不如在中等湍流中明显。

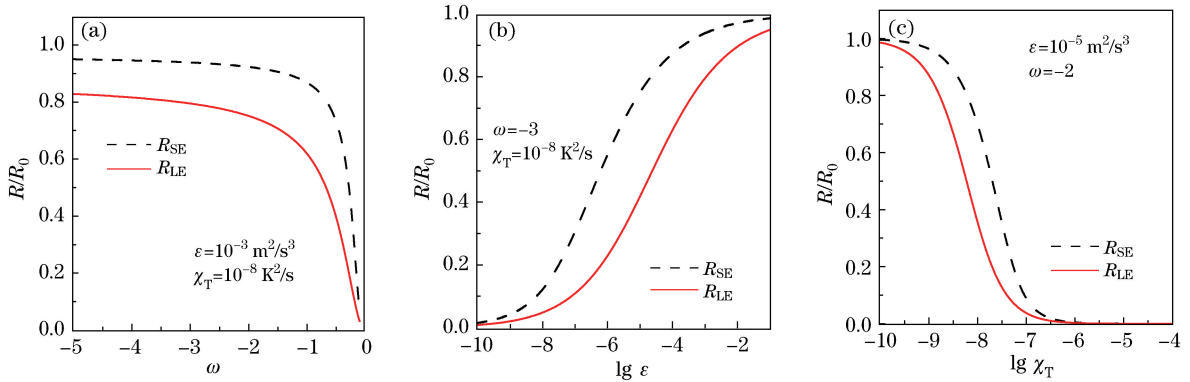


图 6 R_{LE}/R_0 和 R_{SE}/R_0 随不同海洋湍流参数的变化。(a) ω ; (b) $\lg \epsilon$; (c) $\lg \chi_T$

Fig. 6 R_{LE}/R_0 and R_{SE}/R_0 versus different oceanic turbulence parameters. (a) ω ; (b) $\lg \epsilon$; (c) $\lg \chi_T$

图 7 是不同海洋湍流参数下, R_{SE}/R_{max} 随透镜直径 D_0 的变化。从图中可看出,对于短曝光成像, R_{SE}/R_{max} 随着 D_0 的增大,达到一个峰值后再减小,并趋近于一个稳定值。此外,随着 ω 和 χ_T 的增大及 ϵ 的减小(即海洋湍流增强),该峰值会向 D_0 减小的方向移动,但峰值的大小几乎不随这三个参数的改变而改变。但 R_{SE}/R_{max} 的峰值不仅随距离 z 的增大而向 D_0 减小的方向移动,同时其大小也在随 z 的增大而减小,见图 7(d)。

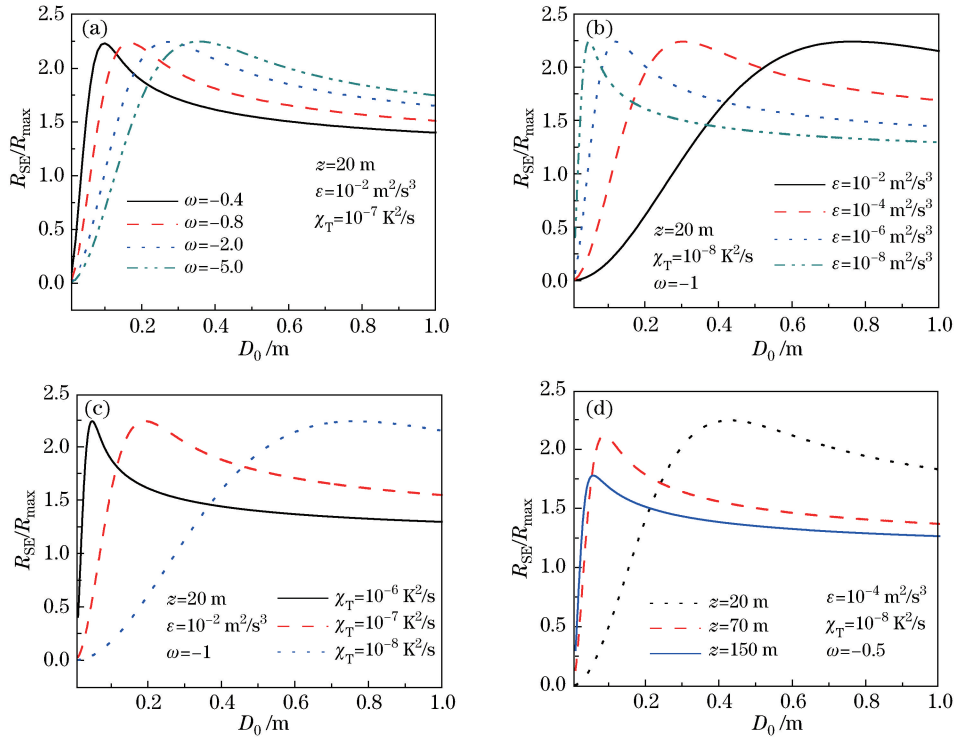


图 7 不同海洋湍流参数情况下, R_{SE}/R_{max} 随 D_0 的变化。(a) ω ; (b) ϵ ; (c) χ_T ; (d) z

Fig. 7 R_{SE}/R_{max} versus D_0 under different oceanic turbulence parameters. (a) ω ; (b) ϵ ; (c) χ_T ; (d) z

5 结 论

比较研究了海洋湍流与大气湍流中长曝光调制传递函数 τ_{LE} 的异同。湍流功率谱的不同会直接影响统计光学参数, 大气湍流功率谱具有由温度起伏造成的单峰结构, 而海洋功率谱具有由温度和盐度起伏造成的双峰结构。海洋湍流的双峰功率谱能够比大气湍流的 Kolmogorov 谱和 Andrews 修正谱更精确地预测海洋湍流中光的传输行为, 海洋湍流的 τ_{LE} 能够描述盐度起伏和温度起伏引起的成像质量的差异。研究表明: 海洋湍流中温度起伏占主导地位比盐度起伏占主导地位时包含更多原图像高频细节, 即成像质量更高。但若只从湍流强弱角度考虑, 海洋湍流与大气湍流中两者的规律是一致的。讨论了海洋湍流中短曝光调制传递函数 τ_{SE} 的适用性。研究发现: 虽然用 Fried 短曝光理论研究 τ_{SE} 时在高频区存在缺陷, 但随着光传输距离 z 和 D_0/ρ_0 的增大, τ_{SE} 在高频区的适用性增强。详细研究了海洋湍流对系统分辨率 R_{LE} 和 R_{SE} 的影响。研究表明: 随着 ω 和 χ_T 的增大及 ϵ 的减小, R_{LE} 和 R_{SE} 减小, 即成像质量变差。在 ω , ϵ 和 χ_T 取中间值时, 短曝光较长时间曝光成像质量的改善最明显, 且随着 ω , χ_T 和 z 的增大及 ϵ 的减小, R_{SE}/R_{max} 达到峰值所需的透镜直径 D_0 减小, 但 R_{SE}/R_{max} 的峰值大小与 ω , χ_T 和 ϵ 无关。该研究结果对水下环境中光学系统成像的质量分析具有理论参考作用。

参 考 文 献

- Rao C H, Jiang W H, Ling N. Spatial and temporal characterization of phase fluctuations in non-Kolmogorov atmospheric turbulence[J]. Journal of Modern Optics, 2000, 47(6): 1111-1126.
- Zhang Yixin, Sun Yin. Effects of the scale of turbulence on optical resolution of imaging system in turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2000, 27(7): 655-659.
张逸新, 孙 寅. 湍流尺度对大气成像系统分辨率的影响[J]. 中国激光, 2000, 27(7): 655-659.
- He Yuanxing, Jiang Wenhan, Li Xinyang. Far-field propagation of focused Gaussian beam through atmospheric turbulence and effects of adaptive phase compensation[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(3): 0312001.
贺元兴, 姜文汉, 李新阳. 聚焦高斯光束在湍流大气中的远场传输及相位补偿效果[J]. 中国激光, 2011, 38(3): 0312001.

- 4 Rao Ruizhong. Modern atmospheric optics[M]. Beijing: Science Press, 2012: 510-522.
饶瑞中. 现代大气光学[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 510-522.
- 5 Peng Qi, Chen Hongbin, Wang Jihong, *et al.* Analysis of solving power of telescopes for non-Kolmogorov turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(1): 0113002.
彭 起, 陈洪斌, 王继红, 等. 非科尔莫戈罗夫湍流下望远镜的分辨力分析[J]. 中国激光, 2012, 39(1): 0113002.
- 6 Hou W L, Woods S, Jarosz E, *et al.* Optical turbulence on underwater image degradation in natural environments[J]. Applied Optics, 2012, 51(14): 2678-2686.
- 7 Hou W L, Jarosz E, Woods S, *et al.* Impacts of underwater turbulence on acoustical and optical signals and their linkage [J]. Optics Express, 2013, 21(4): 4367-4375.
- 8 Hou W L. A simple underwater imaging model[J]. Optics Letters, 2009, 34(17): 2688-2690.
- 9 Nikishov V V, Nikishov V I. Spectrum of turbulent fluctuation of the sea-water refraction index[J]. International Journal of Fluid Mechanics Research, 2000, 27(1): 82-98.
- 10 Fried D L. Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium for very long and very short exposures[J]. Journal of the Optical Society of America, 1966, 56(10): 1372-1379.
- 11 MacDonald A, Cain S C. Parameterized blind deconvolution of laser radar imagery using an anisoplanatic optical transfer function[J]. Optical Engineering, 2006, 45(11): 116001.
- 12 Charnotskii M I. Anisoplanatic short-exposure imaging in turbulence[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1993, 10(3): 492-501.
- 13 Lu L, Ji X L, Baykal Y. Wave structure function and spatial coherence radius of plane and spherical waves propagating through oceanic turbulence[J]. Optics Express, 2014, 22(22): 27112-27122.
- 14 Andrews L C, Phillips R L. Laser beam propagation through random media[M]. 2nd ed. Bellingham: SPIE Optical Engineering Press, 2005: 67-199.
- 15 Lu L, Ji X L, Li X Q, *et al.* Influence of oceanic turbulence on propagation characteristics of Gaussian array beams[J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2014, 125(24): 7154-7161.
- 16 Lu L, Wang Z Q, Zhang P F, *et al.* Phase structure function and AOA fluctuations of plane and spherical waves propagating through oceanic turbulence[J]. Journal of Optics, 2015, 17(8): 85610-85618.
- 17 Potvin G, Forand J L, Dion D. Some theoretical aspects of the turbulent point-spread function[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2007, 24(9): 2932-2942.
- 18 Thelen B J, Paxman R G, Carrara D A, *et al.* Overcoming turbulence-induced space-variant blur by using phase-diverse speckle[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2009, 26(1): 206-218.
- 19 Cain S C. Three-dimensional laser radar sensor modeling and validation via a Monte-Carlo Rayleigh-Sommerfeld wave optics approach[C]. SPIE, 2004, 5412: 360-368.
- 20 Potvin G, Forand J L, Dion D. Some space-time statistics of the turbulent point-spread function[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2007, 24(3): 753-763.