

# 光波弱散射过程中的统计光学特性

王 涛<sup>1,2</sup> 赵道木<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>浙江大学物理系, 浙江 杭州 310027

<sup>2</sup>四川师范大学物理与电子工程学院, 四川 成都 610068

**摘要** 光波经介质散射后的远场光学特性,包括光谱强度、光谱相干度以及光谱偏振度等,与散射介质的结构特征密切相关。近年来,光波弱散射现象的研究取得了较大进展,一方面,研究人员将散射体推广到各种介质,包括各向异性介质、半软边介质、椭球形介质等;另一方面,研究人员将入射光波推广到各种常见的光束,如随机电磁光波、平面波脉冲光束、非均匀光束等。介绍了关于光波弱散射问题的主要研究成果,包括光波散射过程中的光谱变化现象、相干性变化现象、等价理论、互易关系以及光波散射逆问题等。

**关键词** 物理光学; 光波散射; 光谱变化; 光谱相干性; 等价理论; 互易关系; 逆问题

中图分类号 O436 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201636.1026006

## Statistical Optics Properties of Light Waves in Weak Scattering

Wang Tao<sup>1, 2</sup> Zhao Daomu<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China

<sup>2</sup>School of Physics and Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610068, China

**Abstract** When light waves are scattered by a medium, the far-field optical properties including the spectral intensity, spectral coherence degree and spectral polarization degree, are closely related with the structure of the scattering medium. In recent years, much progress has been made in the research of weak scattering of light waves. On one hand, researchers have extended the scatterers to various scattering media, including the anisotropic medium, semisoft boundary medium, ellipsoidal medium, etc. On the other hand, the incident light waves are generalized to some commonly used light beams, such as the stochastic electromagnetic light wave, pulsed beam of the plane wave, non-uniform beam, etc. We introduce the main results of the research on weak scattering of light waves, including the spectral shift, spectral coherence, equivalence theory, reciprocity relation, inverse scattering, etc.

**Key words** physical optics; light wave scattering; spectral shift; spectral coherence; equivalence theory; reciprocity relation; inverse problem

**OCIS codes** 260.2110; 290.3200; 030.1640; 030.6600

## 1 引 言

光波散射现象的研究对于物理学、天文学、化学、气象学以及生物医学等领域的发展具有重要意义,受到研究人员的广泛关注。早在 19 世纪 70 年代, Tyndall 等已经对光波散射现象进行了研究。此后,许多著名科学家,如爱因斯坦、布里渊、拉曼等,都对光波散射理论的发展作出了重要贡献。

随着激光技术的出现及其在光学实验方面的广泛应用,光波散射成为探测散射介质结构信息的一种重要手段<sup>[1]</sup>。1989 年, Wolf 等<sup>[2]</sup>发现多色光波经随机介质散射后光谱分布发生了变化,并指出光谱变化规律与散射介质的结构特征密切相关,这一现象引起了研究人员的广泛兴趣。1990 年, Cairns 等<sup>[3]</sup>在一级 Rytov 近似条件下讨论了光波弱散射过程中的统计光学特性,并将讨论结果与一级波恩近似条件下得到的结论作

收稿日期: 2016-06-17; 收到修改稿日期: 2016-08-16

基金项目: 国家自然科学基金(11474253, 11404231, 11274273)

作者简介: 王 涛(1984—), 男, 博士, 副教授, 主要从事光波散射现象方面的研究。E-mail: towerwang@126.com

\* 通信联系人。E-mail: zhaodaomu@yahoo.com

比较;1995年, Shirai等<sup>[4-5]</sup>详细介绍了光波散射过程中的光谱变化现象;1998年, Dogariu等<sup>[6]</sup>将散射问题从连续介质推广到多粒子系统,讨论了多色光波经多粒子系统散射后的光谱变化;2006年, Visser等<sup>[7]</sup>讨论了准均匀光源经过准均匀介质散射后的远场光学特性,发现了散射介质结构特征与散射场光学特性之间的互易关系。上述研究工作丰富了光波散射的研究内容,在光波散射方面形成了比较完善的理论体系。2007年, Wolf<sup>[8]</sup>在光学著作《光的相干偏振理论导论》中简要介绍了光波弱散射现象的基本原理和主要规律。

近年来,针对光波弱散射方面的研究取得了较大进展。一方面,研究人员将入射光波从平面波推广到一些常见的光波, van Dijk等<sup>[9]</sup>研究了部分相干光波经介质散射后的统计光学特性,讨论了入射场的相干性对散射场光学特性的影响;赵道木等<sup>[10-12]</sup>将入射光波推广到随机电磁光波,讨论了矢量光波散射过程中的光谱强度、光谱相干度、光谱偏振度以及 Stokes 参数等;丁超亮等<sup>[13-15]</sup>将入射光波从平面波推广到脉冲光束,讨论了脉冲光束经介质散射后的远场光学特性;王涛等<sup>[16-17]</sup>研究了光波散射过程中的等价理论,解释了不同散射介质产生相同光强、相同相干性的可能性;张媛媛等<sup>[18-19]</sup>采用平面波展开的方法讨论了实验室常见的高斯-谢尔模型光束和多高斯光束的散射规律。另一方面,研究人员将散射介质推广到更加广泛的模型, Korotkova等<sup>[20]</sup>设计了半软边介质模型;王涛等<sup>[21-22]</sup>深入研究了半软边介质的散射特性,发现了光波散射过程中的光谱变化和光谱开关现象;杜新悦等<sup>[23-25]</sup>讨论了各向异性介质的模型,研究了各向异性随机介质和各向异性多粒子系统的散射特性。以上这些研究进一步丰富了针对光波弱散射问题的研究内容,具有重要的理论参考价值和应用前景。

光波散射过程中的逆问题,即通过散射场的光学特性重构散射介质的结构特征,是光波散射问题研究的一个重要应用。1994年, Habashy等<sup>[26]</sup>提出了通过不完整数据的测量重构介质散射势的方法;同年, Fischer等<sup>[27]</sup>讨论了光波在准均匀介质散射过程中的逆问题;1999年, Gbur等<sup>[28]</sup>将光波散射过程中的逆问题从随机介质推广到多粒子系统;2007年, 赵道木等<sup>[29]</sup>报道了关联导致的光谱变化在逆散射问题中的应用;此外,研究人员还研究了连续介质的关联函数和粒子系统结构特征的测量方法<sup>[30-32]</sup>。上述研究建立了散射场的光学特性与散射介质结构特征之间的关系,为利用光学方法探测散射介质的结构特征提供了有力的理论支持。

根据国内外研究现状,并结合本课题组的研究进展,本文介绍了光波弱散射过程中的主要研究内容、研究方法以及研究结论。主要研究内容包括光波散射问题的理论基础、光波散射问题中常用的介质模型、光波散射过程中的统计光学特性以及光波散射过程中的逆问题。

## 2 理论基础

### 2.1 光波弱散射问题处理方法

一束单色光波沿着单位矢量  $s_0$  的方向入射到一个线性的、统计稳定的非磁性介质,如图1所示,  $D$  为介质所在区域,  $s$  为散射方向的单位矢量。单色光波函数对时间( $t$ )的依赖部分为  $\exp(-i\omega t)$ 。若介质的物理性质可以用介质的折射率  $n(\mathbf{r}', \omega)$  完全表示,则光波复电场的空间依赖部分  $U(\mathbf{r}', \omega)$  满足<sup>[8,33]</sup>

$$\nabla^2 U(\mathbf{r}', \omega) + k^2 n^2(\mathbf{r}', \omega) U(\mathbf{r}', \omega) = 0, \quad (1)$$

式中  $\mathbf{r}'$  为空间任意一点的位置矢量,  $k$  为自由空间波数,  $\omega$  为光波频率,  $c$  为光在真空中的速度,且  $k = \omega/c$ 。

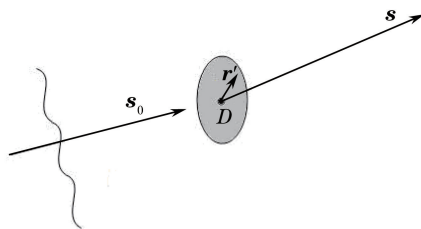


图1 光波散射示意图

Fig. 1 Diagram of light wave scattering

为了讨论的方便,将(1)式表示为

$$\nabla^2 U(\mathbf{r}', \omega) + k^2 U(\mathbf{r}', \omega) = -4\pi F(\mathbf{r}', \omega) U(\mathbf{r}', \omega), \quad (2)$$

$$F(\mathbf{r}', \omega) = k^2 [n^2(\mathbf{r}', \omega) - 1] / 4\pi, \quad (3)$$

式中  $F(\mathbf{r}', \omega)$  为介质的散射势。

在距离散射介质足够远的位置, 散射光波类似球面波。此时, 散射场  $U^{(s)}(\mathbf{r}, \omega)$  可表示为<sup>[8,33]</sup>

$$U^{(s)}(\mathbf{r}, \omega) = \int_D F(\mathbf{r}', \omega) U(\mathbf{r}', \omega) G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \omega) d^3 r', \quad (4)$$

式中  $U(\mathbf{r}', \omega)$  为入射场和散射场之和;  $G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \omega)$  为出射自由空间格林函数, 具体形式可表示为

$$G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \omega) = \exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) / |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|. \quad (5)$$

一般地, 势散射积分方程无闭式解。如果介质对光波的散射很弱, 散射场的幅度  $|U^{(s)}|$  比入射场的幅度  $|U^{(i)}|$  小得多, 可以用入射场  $U^{(i)}(\mathbf{r}', \omega)$  代替(4)式中的入射场和散射场总和  $U(\mathbf{r}', \omega)$ , 散射场  $U^{(s)}(\mathbf{r}, \omega)$  (即势散射积分方程的一级波恩近似)可表示为<sup>[8,33]</sup>

$$U^{(s)}(\mathbf{r}, \omega) = \int_D F(\mathbf{r}', \omega) U^{(i)}(\mathbf{r}', \omega) G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \omega) d^3 r'. \quad (6)$$

实际中, 通常在远离散射介质的位置进行测量, 即考虑散射光波的远场特性。此时, 可以将(5)式进行简化。图2中  $O$  为坐标原点,  $P$  为散射场中一点,  $OQ$  的位置矢量为  $\mathbf{r}'$ ,  $ON$  为  $OQ$  在  $OP$  上的投影。当  $r$  足够大时, 格林函数可近似表示为

$$G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \omega) = \exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) / |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \approx \exp(ikr) \exp(-iks \cdot \mathbf{r}') / r. \quad (7)$$

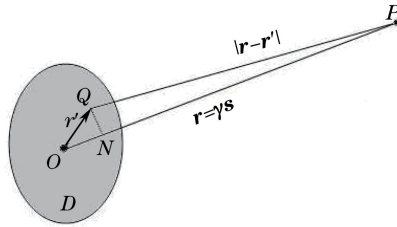


图2 格林函数远场近似图

Fig. 2 Diagram of far-field approximation of Green's function

将(7)式代入(6)式, 得到光波散射过程中的远场近似表达式为

$$U^{(s)}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\exp(ikr)}{r} \int_D F(\mathbf{r}', \omega) U^{(i)}(\mathbf{r}', \omega) \exp(-iks \cdot \mathbf{r}') d^3 r'. \quad (8)$$

由散射场的交叉谱密度函数得到散射场的统计光学特性, 定义为<sup>[8]</sup>

$$W^{(s)}(r\mathbf{s}_1, r\mathbf{s}_2, \omega) = \langle U^{(s)*}(r\mathbf{s}_1, \omega) U^{(s)}(r\mathbf{s}_2, \omega) \rangle, \quad (9)$$

式中  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$  为散射场两个方向的单位矢量, “\*”表示复共轭, “ $\langle \rangle$ ”表示系综平均。在交叉谱密度函数中, 令  $\mathbf{s}_1 = \mathbf{s}_2 = \mathbf{s}$ , 得到散射场的光谱强度为

$$S^{(s)}(r\mathbf{s}, \omega) = W^{(s)}(r\mathbf{s}, r\mathbf{s}, \omega). \quad (10)$$

根据散射场的交叉谱密度函数和散射场的光谱强度, 可以得到散射场的光谱相干度。散射场的光谱相干度定义为<sup>[8]</sup>

$$\mu^{(s)}(r\mathbf{s}_1, r\mathbf{s}_2, \omega) = \frac{W^{(s)}(r\mathbf{s}_1, r\mathbf{s}_2, \omega)}{\sqrt{S^{(s)}(r\mathbf{s}_1, \omega)} \sqrt{S^{(s)}(r\mathbf{s}_2, \omega)}}. \quad (11)$$

根据(9)~(11)式, 可研究光波散射过程中的统计光学特性。

## 2.2 常用散射介质模型

### 2.2.1 确定性介质

对于确定性介质而言, 散射势是位置的确定性函数。此时, 将(8)式代入(9)式, 得到光波经确定性介质散射后的交叉谱密度函数为<sup>[8]</sup>

$$W^{(s)}(r\mathbf{s}_1, r\mathbf{s}_2, \omega) = \frac{1}{r^2} \iint_D F^*(\mathbf{r}'_1, \omega) F(\mathbf{r}'_2, \omega) W^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) \exp[-ik(\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{r}'_2 - \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{r}'_1)] d^3 r'_1 d^3 r'_2, \quad (12)$$

式中  $W^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega)$  为入射场位于介质中两点  $\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2$  的交叉谱密度函数。为方便讨论, 将入射场的交叉谱密

度函数表示为

$$W^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) = \sqrt{S^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \omega)} \sqrt{S^{(i)}(\mathbf{r}'_2, \omega)} \mu^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega), \quad (13)$$

式中  $S^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \omega)$ 、 $S^{(i)}(\mathbf{r}'_2, \omega)$  为入射光波的光谱强度,  $\mu^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega)$  为入射光波的光谱相干度, 入射光波的光谱强度  $S^{(i)}(\mathbf{r}', \omega)$  和光谱相干度  $\mu^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega)$  可分别定义为<sup>[8]</sup>

$$S^{(i)}(\mathbf{r}', \omega) = W^{(i)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}', \omega), \quad (14)$$

$$\mu^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) = \frac{W^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega)}{\sqrt{S^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \omega)} \sqrt{S^{(i)}(\mathbf{r}'_2, \omega)}}. \quad (15)$$

假设入射光波的光谱强度与位置无关, 可得

$$S^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \omega) = S^{(i)}(\mathbf{r}'_2, \omega) = S^{(i)}(\omega). \quad (16)$$

将(16)式代入(13)式, 得到入射光波的交叉谱密度函数为

$$W^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) = S^{(i)}(\omega) \mu^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega). \quad (17)$$

将(17)式代入(12)式, 得到散射场的交叉谱密度函数为

$$W^{(s)}(r\mathbf{s}_1, r\mathbf{s}_2, \omega) = \frac{S^{(i)}(\omega)}{r^2} \iint_D F^*(\mathbf{r}'_1, \omega) F(\mathbf{r}'_2, \omega) \times \mu^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) \exp[-ik(\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{r}'_2 - \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{r}'_1)] d^3 r'_1 d^3 r'_2. \quad (18)$$

将(18)式代入(10)、(11)式, 可得到光波经确定性介质散射后的光谱强度和光谱相干度。

### 2.2.2 随机介质

与确定性介质不同, 随机介质的散射势为位置的随机函数。光波经过随机介质散射后的交叉谱密度函数为<sup>[8]</sup>

$$W^{(s)}(r\mathbf{s}_1, r\mathbf{s}_2, \omega) = \frac{S^{(i)}(\omega)}{r^2} \iint_D C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) \mu^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) \exp[-ik(\mathbf{s}_2 \cdot \mathbf{r}'_2 - \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{r}'_1)] d^3 r'_1 d^3 r'_2, \quad (19)$$

$$C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) = \langle F^*(\mathbf{r}'_1, \omega) F(\mathbf{r}'_2, \omega) \rangle_m, \quad (20)$$

式中  $C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega)$  为介质散射势的关联函数, 表征随机介质的光学特性。目前, 常用的随机介质主要分为准均匀介质、均匀介质、高斯-谢尔模型介质三种类型。

### 2.2.3 各向异性介质

实际中遇到的散射介质并非都是各向同性的。为了准确描述介质的光学特性, 引入各向异性介质的光学模型为<sup>[24]</sup>

$$C_F(x'_1, y'_1, z'_1, x'_2, y'_2, z'_2, \omega) = C_0 \exp\left[-\frac{(x'_1 + x'_2)^2}{8\sigma_{lx}^2} - \frac{(y'_1 + y'_2)^2}{8\sigma_{ly}^2} - \frac{(z'_1 + z'_2)^2}{8\sigma_{lz}^2}\right] \times \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma_{\mu x}^2} - \frac{(y'_1 - y'_2)^2}{2\sigma_{\mu y}^2} - \frac{(z'_1 - z'_2)^2}{2\sigma_{\mu z}^2}\right], \quad (21)$$

式中  $\sigma_{lx}$ 、 $\sigma_{ly}$ 、 $\sigma_{lz}$  分别为散射介质关联函数沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的有效长度,  $\sigma_{\mu x}$ 、 $\sigma_{\mu y}$ 、 $\sigma_{\mu z}$  分别为散射介质关联函数沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的有效关联长度,  $(x'_1, y'_1, z'_1)$ 、 $(x'_2, y'_2, z'_2)$  分别为散射介质中两点  $\mathbf{r}'_1$ 、 $\mathbf{r}'_2$  的直角坐标分量。当  $\sigma_{lx} = \sigma_{ly} = \sigma_{lz}$  且  $\sigma_{\mu x} = \sigma_{\mu y} = \sigma_{\mu z}$  时, 各向异性介质退化为各向同性介质。

### 2.2.4 多粒子系统

实际中, 散射介质不一定是连续的, 可能由许多分离的粒子组成, 如图 3 所示。假设散射体包含  $L$  种类型的粒子, 每种类型的粒子数为  $m(l)$  ( $l=1, 2, 3, \dots, L$ ), 每类粒子的散射势记为  $U_l(\mathbf{r}', \omega)$ , 每个粒子的位置矢量用坐标  $\mathbf{r}'_{lm}$  表征, 整个粒子系统的散射势可表示为<sup>[6]</sup>

$$F(\mathbf{r}', \omega) = \sum_{l=1}^L \sum_{m(l)} U_l(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'_{lm}, \omega). \quad (22)$$

将(22)式代入(20)式, 可得粒子系统散射势的关联函数表达式为

$$C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) = \left\langle \sum_{l=1}^L \sum_{m(l)} U_l^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_{lm}, \omega) \sum_{l=1}^L \sum_{n(l)} U_l(\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_{ln}, \omega) \right\rangle. \quad (23)$$

将(23)式代入(19)式, 得到光波经多粒子系统散射后的交叉谱密度函数。在此基础上讨论散射场的统

计光学特性。

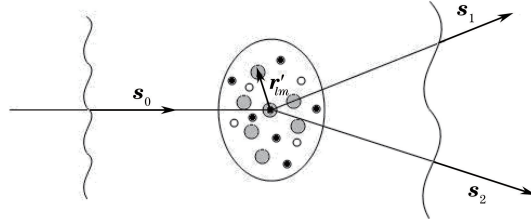


图 3 光波经过多粒子系统散射示意图

Fig. 3 Diagram of light waves scattered by multi-particle system

### 3 光波经介质散射后的远场光学特性

#### 3.1 光谱变化

传统的观点认为,在弹性散射过程中,光波的光谱不会发生变化。直到 1989 年, Wolf 等<sup>[2]</sup>发现多色光波经随机介质散射后光谱会发生变化,并且这种变化与散射介质的结构特征密切相关。此后,国内外的研究人员对多色光波散射过程中的光谱变化和光谱开关现象进行了广泛的研究。下面介绍光波经半软边介质散射后的光谱变化规律。

假设入射光波为一多色空间相干平面波,此时入射场的交叉谱密度函数和入射场光谱可分别表示为<sup>[8]</sup>

$$W^{(i)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) = S^{(i)}(\omega) \exp[ik\mathbf{s}_0 \cdot (\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1)], \quad (24)$$

$$S^{(i)}(\omega) = \langle a^*(\omega)a(\omega) \rangle, \quad (25)$$

式中  $a(\omega)$  为入射场的振幅。为了描述气泡等散射介质的光学特性, Korotkova 等<sup>[20]</sup>提出了半软边散射势介质模型。对于半软边散射势介质,可得<sup>[21]</sup>

$$\eta(\mathbf{r}', \omega) = B \sum_{m=1}^M (-1)^{m-1} C_M^m \exp[-m\beta_M r'^2 / (2\sigma^2)], \quad (26)$$

$$C_M^m = \frac{M!}{m! (M-m)!}, \quad (27)$$

$$\beta_M = -\ln[1 - (1 - e^{-1})^{\frac{1}{M}}], \quad (28)$$

式中  $\eta(\mathbf{r}', \omega)$  为散射势的电介质极化率,  $B$  为常数,  $\sigma$  为电介质极化率的有效长度,  $M$  为描述介质边界条件的特征参数。软边介质的条件为  $M=1$ , 硬边介质的条件为  $M=\infty$ , 其他条件下为半软边介质。散射势分布与  $M$  的关系如图 4 所示。

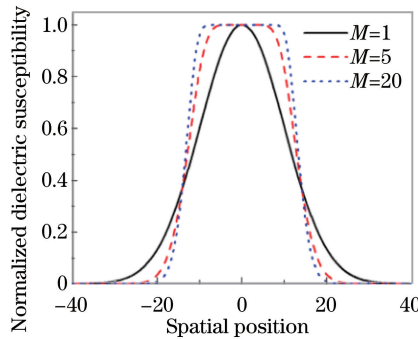


图 4 半软边介质的电介质极化率分布

Fig. 4 Susceptibility distributions of dielectrics of semisoft boundary media

在一级波恩近似条件下,光波经半软边介质散射后的光谱强度可表示为<sup>[21]</sup>

$$S^{(s)}(r\mathbf{s}, \omega) = \frac{AB^2 (\omega/c)^4}{r^2} \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\Gamma_0^2}\right] \left| \sum_{m=1}^M (-1)^{m-1} C_M^m \frac{(2\pi)^{3/2} \sigma^3}{(m\beta_M)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2m\beta_M} K^2\right) \right|^2, \quad (29)$$

式中  $A$  为常数,  $\Gamma_0$  为入射场的光谱宽度,  $\mathbf{K} = k(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0)$ 。

根据(29)式,研究光波散射过程中的远场光谱特性。图5为光波散射过程中的光谱分布规律<sup>[21]</sup>,图中黑色实线为入射场的光谱,红色虚线为散射场的光谱。系数  $A = 1, B = 1, \omega_0 = 3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}, \Gamma_0 = 0.1\omega_0, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}, M = 5, k_0 = \omega_0/c, k_0\sigma = 10$ 。

光波经半软边介质散射后,散射场的光谱与入射场光谱不同,且与散射角度  $\theta$  有关;随着散射角度的增大,散射光谱出现光谱红移或蓝移现象。在一些特定的方向,光谱分布出现从光谱红移到光谱蓝移的跳变,即光谱开关现象[图5(c)]。这是由于多色光波经介质散射后,在某个特定的散射方向,不同频率的光波具有不同的散射强度,因此在该方向的散射光谱将与入射光谱不同<sup>[2]</sup>。随着散射角度的增加,各个频率的光波被介质散射后的强度也随之发生变化,产生光谱移动和光谱开关现象,这一现象与衍射过程中的光谱变化规律相似<sup>[34]</sup>。

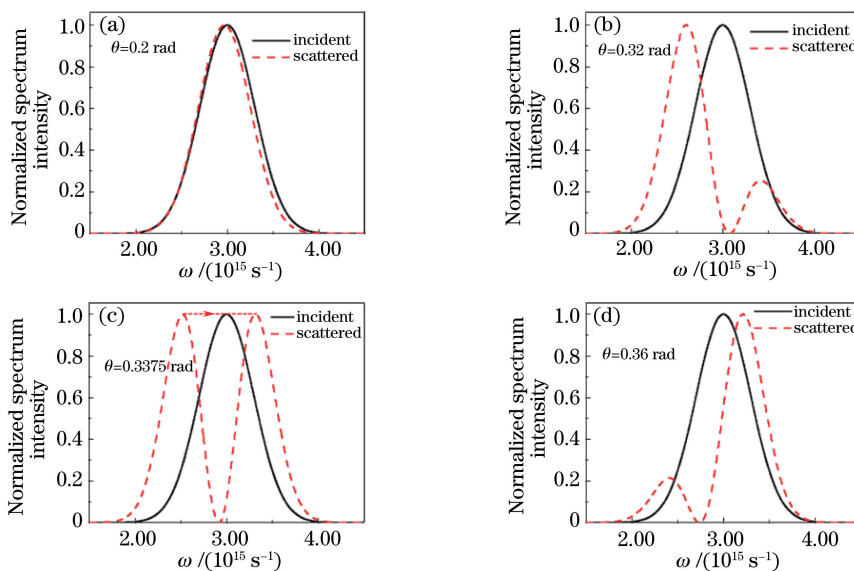


图5 不同散射角的远场散射光谱

Fig. 5 Far-field scattering spectra with different scattering angles

### 3.2 光谱相干性变化

一般情况下,光波经介质散射后,光谱相干性会发生变化。但是,在一定的条件下,完全相干平面波经介质散射后,光谱相干度保持不变。下面介绍标量光波散射过程中的光谱相干性变化规律,在此基础上得到光谱相干度保持不变的条件。

假设空间完全相干平面波沿着单位矢量  $s_0$  的方向入射到介质上,如图6所示。入射光波位于空间两点  $r'_1, r'_2$  处的性质可由两点的交叉谱密度函数表示。将(24)式代入(15)式,得到入射场的光谱相干度为

$$\mu^{(i)}(r'_1, r'_2, \omega) = \exp [iks_0 \cdot (r'_2 - r'_1) ], \tag{30}$$

此时,入射光波是空间完全相干的。

在一级波恩近似条件下,空间完全相干平面波被介质散射后,散射光波在空间两点  $rs_1, rs_2$  (其中  $s_1, s_2$

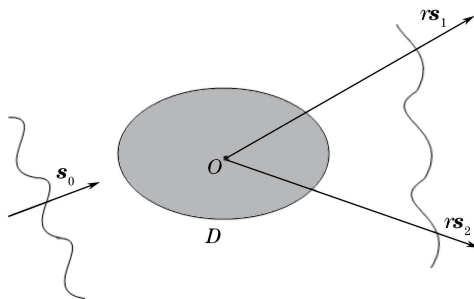


图6 光波散射示意图

Fig. 6 Diagram of light wave scattering

均为单位矢量)的交叉谱密度函数可表示为<sup>[8,35]</sup>

$$W^{(s)}(rs_1, rs_2, \omega) = \frac{S^{(i)}(\omega)}{r^2} \tilde{C}_F(-\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \omega), \quad (31)$$

式中  $\mathbf{K}_1 = k(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_0)$ ,  $\mathbf{K}_2 = k(\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_0)$ ,  $\tilde{C}_F(-\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \omega)$  为关联函数  $C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega)$  的六维傅里叶变换。

$\tilde{C}_F(-\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \omega)$  也可表示为

$$\tilde{C}_F(-\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \omega) = \iiint C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) \exp[-i(\mathbf{K}_2 \cdot \mathbf{r}'_2 - \mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{r}'_1)] d^3 r'_1 d^3 r'_2. \quad (32)$$

令  $rs_1 = rs_2 = rs$ , 得到散射场的光谱强度为

$$S^{(s)}(rs, \omega) = \frac{S^{(i)}(\omega)}{r^2} \iiint C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) \exp[-i\mathbf{K} \cdot (\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1)] d^3 r'_1 d^3 r'_2, \quad (33)$$

式中  $\mathbf{K} = k(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0)$ 。将(31)、(33)式代入(11)式,得到散射光波的光谱相干度、归一化关联系数以及关联函数六维傅里叶变换的强度可分别表示为

$$\mu^{(s)}(rs_1, rs_2, \omega) = \mu_F(\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \omega), \quad (34)$$

$$\mu_F(\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \omega) = \frac{\tilde{C}_F(-\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \omega)}{\sqrt{I_F(\mathbf{K}_1, \omega)} \sqrt{I_F(\mathbf{K}_2, \omega)}}, \quad (35)$$

$$I_F(\mathbf{K}, \omega) = \tilde{C}_F(-\mathbf{K}, \mathbf{K}, \omega), \quad (36)$$

根据(34)~(36)式,讨论光谱相干度保持不变的条件。由于入射光波是空间完全相干的,为使光谱相干度保持不变,要求散射场也是空间完全相干的,即

$$|\mu_F(\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \omega)| = 1. \quad (37)$$

将(37)式代入(35)式,可得<sup>[35]</sup>

$$|\tilde{C}_F(-\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \omega)| = \sqrt{I_F(\mathbf{K}_1, \omega)} \sqrt{I_F(\mathbf{K}_2, \omega)}. \quad (38)$$

根据(38)式,得到光波散射过程中光谱相干度保持不变的条件:如果介质关联函数六维傅里叶变换的模  $|\tilde{C}_F(-\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \omega)|$  可以分解为两个函数  $\sqrt{I_F(\mathbf{K}_1, \omega)}$  和  $\sqrt{I_F(\mathbf{K}_2, \omega)}$  的乘积,则完全相干的标量光波的相干度在散射过程中保持不变。

### 3.3 互易关系

光波经介质散射后,散射场的统计光学特性与散射介质的结构特征密切相关。研究表明,当散射介质具有准均匀分布特性时,光波经介质散射后,散射场的光学特性与散射介质的结构特征满足互易关系(即散射场的强度分布与介质关联系数的傅里叶变换成正比,散射场的光谱相干度与介质散射势强度函数的傅里叶变换成正比)。下面介绍光波散射过程中的互易关系。

准均匀介质的特征:散射势归一化关联系数  $\mu_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega)$  随着空间两点  $\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2$  的变化规律仅与两点的差值  $\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2$  有关;散射势强度  $I_F(\mathbf{r}'_1, \omega)$  随着  $\mathbf{r}'_1$  的变化速度比归一化关联系数  $\mu_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega)$  随着  $\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2$  的变化速度要慢得多。因此,准均匀介质的关联函数可以表示为<sup>[7-8,36]</sup>

$$C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) = I_F[(\mathbf{r}'_1 + \mathbf{r}'_2)/2, \omega] \mu_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega). \quad (39)$$

将(39)式代入(31)式,得到散射场的交叉谱密度函数为<sup>[7]</sup>

$$W^{(s)}(rs_1, rs_2, \omega) = \frac{S^{(i)}(\omega)}{r^2} \tilde{I}_F[k(\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1), \omega] \tilde{\mu}_F\left[k\left(\frac{\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2}{2} - \mathbf{s}_0\right), \omega\right]. \quad (40)$$

式中  $\tilde{I}_F$  为散射势强度的傅里叶变换,  $\tilde{\mu}_F$  为散射势归一化关联系数的傅里叶变换。

将(40)式代入(10)、(11)式,得到光谱强度和光谱相干度分别为

$$S^{(s)}(rs, \omega) = \frac{S^{(i)}(\omega)}{r^2} \tilde{I}_F(0, \omega) \tilde{\mu}_F[k(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0), \omega], \quad (41)$$

$$\mu^{(s)}(rs_1, rs_2, \omega) \approx \tilde{I}_F[k(\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_1), \omega] / \tilde{I}_F(0, \omega). \quad (42)$$

由(41)、(42)式可知,散射场的光谱强度与散射介质关联系数的傅里叶变换成正比,散射场的光谱相干度与散射势强度的傅里叶变换成正比,即散射过程中的互易关系。近年来,辛昱等<sup>[37]</sup>将互易关系推广到矢量光波,得到了矢量光波经介质散射后散射场的光学特性与散射介质结构特征之间的互易关系;杜新悦

等<sup>[38]</sup>将互易关系从各向同性介质推广到各向异性介质,得到了光波经各向异性介质散射过程中的互易关系。这些研究阐明了散射介质与散射场之间的关系,丰富了光波弱散射问题的研究内容。

### 3.4 等价理论

光波经不同的介质散射后散射场的统计光学特性与散射介质的结构特征密切相关,这一现象是介质结构特征测量的依据。研究发现,在特定的条件下,光波经不同的介质散射后可能产生具有某种相同特征(如相同的光谱强度分布或相同的光谱相干度分布)的场。近年来,该课题组研究了光波散射过程中的等价理论,研究表明,当两种不同散射介质的关联函数满足某种条件时,产生相同的散射光谱强度<sup>[16]</sup>。

假设散射介质的关联函数具有高斯-谢尔模型的分布特征<sup>[16,39]</sup>,即

$$C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) = B \exp\left[-\frac{\mathbf{r}'_1{}^2 + \mathbf{r}'_2{}^2}{4\sigma^2}\right] \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1)^2}{2\mu^2}\right]. \quad (43)$$

将(43)式代入(33)式,得到远场光谱密度为<sup>[16]</sup>

$$S^{(s)}(r\mathbf{s}, \omega) = \frac{2^5}{r^2} S^{(i)}(\omega) B \pi^3 \delta^3 \exp[-k^2 \delta^2 (\mathbf{s} - \mathbf{s}_0)^2 / 2], \quad (44)$$

式中

$$\frac{1}{\delta^2} = \frac{1}{4\sigma^2} + \frac{1}{\mu^2}. \quad (45)$$

由(45)式可知,对于两种不同的高斯-谢尔模型介质,当关联函数的有效长度和有效关联长度满足

$$\frac{1}{4\sigma_1^2} + \frac{1}{\mu_1^2} = \frac{1}{4\sigma_2^2} + \frac{1}{\mu_2^2}, \quad (46)$$

散射场产生相同的光谱强度分布。

图7为满足(46)式的两种不同的关联函数分布图,其中 $\mathbf{R}_S = (\mathbf{r}'_1 + \mathbf{r}'_2)/2$ ,  $\mathbf{R}_D = (\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1)$ ,它们对应着两种不同的散射介质。图8为图7对应的散射光谱强度,其中 $s_x, s_y$ 为单位矢量 $\mathbf{s}$ 在 $x, y$ 方向的分量。研究表明,当散射势关联函数满足特定的条件时,不同的关联函数可以产生相同的强度分布。

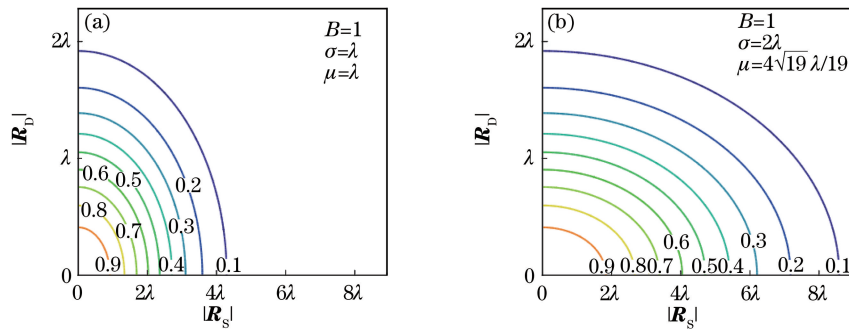


图7 两种不同的关联函数

Fig. 7 Two different correlation functions

### 3.5 平面波展开法研究光波散射问题

在讨论光波弱散射问题的过程中,假定入射光波为平面波。实际中经常遇到非匀幅波的情况,如高斯光束、高斯-谢尔模型光束以及涡旋光束等,此类光束的处理过程比较复杂。这里主要介绍平面波角谱展开方法,即将入射光场表示为由不同方向不同权重的平面波的叠加。讨论每个入射方向的入射光束,然后将它们叠加起来,得到散射场的统计光学特性。

采用角谱展开的方法,将非匀幅波表示为<sup>[40-41]</sup>

$$U^{(i)}(\mathbf{r}', \omega) = \int_{p^2+q^2 \leq 1} a(p, q, \omega) \exp(iks_0 \cdot \mathbf{r}') dp dq, \quad (47)$$

式中 $a(p, q, \omega)$ 为沿着 $\mathbf{s}_0 = (p, q, \sqrt{1-p^2-q^2})$ 方向传播的平面波的复振幅,其大小可由光源的傅里叶变换得到,即



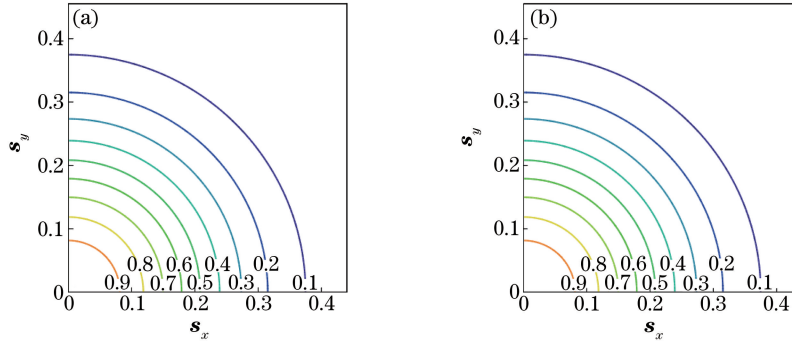


图 8 光波经过 (a) 图 7 (a) 和 (b) 图 7 (b) 对应的散射介质后产生的归一化光谱强度图  
Fig. 8 Normalized spectral intensities of light waves scattered by media corresponding to  
(a) Fig. 7(a) and (b) Fig. 7(b)

$$a(p, q, \omega) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(x, y, 0) \exp[-ik(px + qy)] dx dy. \quad (48)$$

假设入射光波为厄米-高斯光束,在  $z=0$  源平面的场可表示为

$$U(x', y', 0) = H_m(\sqrt{2}x'/\omega_0) H_n(\sqrt{2}y'/\omega_0) \exp[-(x'^2 + y'^2)/\omega_0^2], \quad (49)$$

式中  $\omega_0$  为入射光束的束腰半径,  $H_j$  为  $j$  阶厄米特多项式,  $m$  和  $n$  分别为光源在  $x$  方向和  $y$  方向上横向模式数。将(49)式代入(48)式,得到平面波的复振幅为<sup>[41]</sup>

$$a(p, q, \omega) = \frac{(-i)^{m+n}}{4\pi f^2} \exp\left(-\frac{p^2 + q^2}{4f^2}\right) H_m\left(\frac{p}{\sqrt{2}f}\right) H_n\left(\frac{q}{\sqrt{2}f}\right), \quad (50)$$

式中  $f=1/k\omega_0$ 。

假设散射介质的关联函数为

$$C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) = C_0 \exp\left(-\frac{\mathbf{r}'_1{}^2 + \mathbf{r}'_2{}^2}{4\sigma_1^2}\right) \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1)^2}{2\sigma_\mu^2}\right], \quad (51)$$

式中  $C_0$  为常数,  $\sigma_1$  为散射介质的散射势有效长度,  $\sigma_\mu$  为散射介质关联系数的有效长度。

在一级波恩近似条件下,得到厄米-高斯光束经高斯-谢尔模型介质散射后的交叉谱密度函数为<sup>[41]</sup>

$$\begin{aligned} W^{(s)}(rs_1, rs_2, \omega) &= \frac{4\pi^2 C_0 \sigma_1^6 \sigma_\mu^3 (\sigma_\mu^2 + 4\sigma_1^2)^{-\frac{3}{2}}}{f^4 r^2} \int_{p_2^2 + q_2^2 \ll 1} \frac{1}{a} \exp\left(-\frac{p_2^2 + q_2^2}{4f^2}\right) H_m\left(\frac{p_2}{\sqrt{2}f}\right) \times \\ &H_n\left(\frac{q_2}{\sqrt{2}f}\right) \exp\left(\frac{b^2 + c^2}{4a}\right) \left(1 - \frac{1}{2af^2}\right)^{\frac{m+n}{2}} H_m\left[\frac{\frac{b}{2\sqrt{2}af}}{\left(1 - \frac{1}{2af^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\right] H_n\left[\frac{\frac{c}{2\sqrt{2}af}}{\left(1 - \frac{1}{2af^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\right] \times \\ &\exp\left\{-\frac{k^2 \sigma_1^2}{2} [(s_{1x} - s_{2x} + p_2)^2 + (s_{1y} - s_{2y} + q_2)^2 + (s_{1z} - s_{2z} + \sqrt{1 - p_2^2 - q_2^2})^2 - \right. \\ &2(s_{1z} - s_{2z} + \sqrt{1 - p_2^2 - q_2^2}) + 1] \} \times \\ &\exp\left\{-\frac{k^2 \sigma_1^2 \sigma_\mu^2}{2(\sigma_\mu^2 + 4\sigma_1^2)} [(s_{1x} + s_{2x} - p_2)^2 + (s_{1y} + s_{2y} - q_2)^2 + (s_{1z} + s_{2z} - \sqrt{1 - p_2^2 - q_2^2})^2 - \right. \\ &2(s_{1z} + s_{2z} - \sqrt{1 - p_2^2 - q_2^2}) + 1] \} dp_2 dq_2, \quad (52) \end{aligned}$$

式中  $(p_2, q_2)$  为入射场方向矢量  $\mathbf{s}_0$  在  $(x, y)$  方向的分量,  $m, n$  为光源在  $x$  方向和  $y$  方向的横向模式数,  $(S_{1x}, S_{1y}, S_{1z}), (S_{2x}, S_{2y}, S_{2z})$  分别为  $s_1, s_2$  在  $(x, y, z)$  方向的分量,  $a, b, c$  为积分过程出现的系数,具体形式和推导过程参见文献[41]。

将(52)式代入(10)、(11)式,可得到散射场的光谱强度和光谱相干度。

厄米-高斯光束经高斯-谢尔模型介质散射后的归一化光谱强度和光谱相干度如图 9 所示<sup>[41]</sup>。散射场

的光谱强度分布受到厄米高斯光束横向模式数  $s_x$  的调制,当横向模式数为非零阶数时,光谱强度最大值的位置将从轴上偏移到轴外,且偏移量随着横向模式数的增加而增加,如图 9(a)所示。散射场的光谱相干度也受到厄米-高斯光束横向模式数的影响,光谱相干度出现次极大的个数与光源的横向模式数有关,如图 9(b)所示。计算时,参数  $f=0.01, \sigma_1=30\lambda, \sigma_\mu=15\lambda$ 。

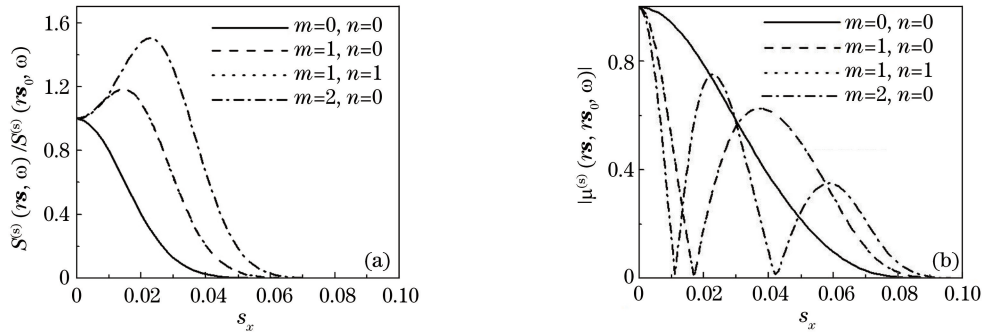


图 9 厄米-高斯光束经高斯-谢尔模型介质散射后的 (a) 归一化光谱密度和 (b) 光谱相干度

Fig. 9 (a) Normalized spectral intensities and (b) spectral coherence degrees of Hermite-Gaussian beams scattered by Gaussian-Shell modal medium

#### 4 光波散射过程中的逆问题

光波经介质散射后散射场的统计光学特性(包括光谱强度、光谱相干度等)与散射介质的结构特征密切相关,为介质结构特征的测量提供了可能。近年来,关于通过测量散射场的光学特性重构散射介质的结构特征的研究引起了国内外研究人员的广泛关注。下面结合国内外的研究进展,介绍光波散射过程中的逆问题。

##### 4.1 均匀介质的测量

假设一标量平面光波沿着单位矢量  $s_0$  的方向入射到一个线性、非磁、各向同性的介质上。如果介质对光波的散射很弱,可以在一级波恩近似条件下讨论散射场。散射场位于空间两点  $rs_1, rs_2$  处的交叉谱密度函数可以表示为<sup>[8]</sup>

$$W^{(s)}(rs_1, rs_2, \omega) = \frac{S^{(i)}(\omega)}{r^2} \iint_D C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) \exp[-i(\mathbf{K}_2 \cdot \mathbf{r}'_2 + \mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{r}'_1)] d^3r'_1 d^3r'_2, \quad (53)$$

式中  $\mathbf{K}_1 = -k(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_0), \mathbf{K}_2 = k(\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_0)$ 。

如果介质散射势关联函数为统计均匀的,介质散射势关联函数  $C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega)$  随着空间  $\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2$  的变换规律仅与  $\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1$  有关。介质散射势关联函数  $C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega)$  可表示为

$$C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) \equiv C_F(\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1, \omega). \quad (54)$$

将(54)式代入(53)式,利用变量代换  $\mathbf{R}_S = (\mathbf{r}'_1 + \mathbf{r}'_2)/2$  和  $\mathbf{R}_D = \mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1$ , 且令  $\mathbf{s}_1 = \mathbf{s}_2 = \mathbf{s}$ , 得到散射场的光谱强度为<sup>[2]</sup>

$$S^{(s)}(rs, \omega) = \frac{V}{r^2} \tilde{C}_F[k(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0), \omega] S^{(i)}(\omega), \quad (55)$$

式中  $V$  为介质的体积,且散射介质关联函数  $C_F(\mathbf{R}_D, \omega)$  的三维傅里叶变换为

$$\tilde{C}_F(\mathbf{K}, \omega) = \int C_F(\mathbf{R}_D, \omega) \exp(-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}_D) d^3R_D, \quad (56)$$

式中

$$\mathbf{K} = k(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0). \quad (57)$$

由(55)式可知,在一级波恩近似条件下,光波经均匀介质散射后,单位矢量  $\mathbf{s}$  方向的散射场的光谱强度由关联函数傅里叶变换的一个分量  $k(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0)$  决定。

将(55)式进行适当的变形,可得<sup>[29]</sup>

$$\tilde{C}_F[k(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0), \omega] = \frac{r^2 S^{(s)}(rs, \omega)}{V S^{(i)}(\omega)}. \quad (58)$$

如果已在实验中测得入射场光谱强度  $S^{(i)}(\omega)$  和散射场的光谱强度  $S^{(s)}(rs, \omega)$ , 且散射介质的体积已知, 根据(58)式可以得到均匀介质关联函数的傅里叶变换  $\tilde{C}_F[k(s-s_0), \omega]$ 。

下面讨论根据(58)式测得的关联函数傅里叶变换的范围。如图 10 所示, 光谱强度测量中, 通过改变埃瓦尔德反射球入射光波的方向  $s_0$  和散射光波的方向  $s$ , 可以得到  $\tilde{C}_F[\mathbf{K}, \omega]$  的低频分量信息,  $|\mathbf{K}|$  的取值范围为

$$|\mathbf{K}| \leq 2k = 4\pi/\lambda. \quad (59)$$

对(58)式作傅里叶逆变换, 并根据(59)式给定  $|\mathbf{K}|$  的取值范围, 得到均匀介质散射势关联函数(即介质散射势关联函数的低通滤波近似)为

$$C_F(\mathbf{R}_D, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{|\mathbf{K}| \leq 2k} \tilde{C}_F(\mathbf{K}, \omega) \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}_D) d^3 K. \quad (60)$$

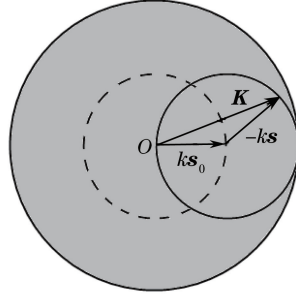


图 10 埃瓦尔德反射球

Fig. 10 Ewald's reflection sphere

#### 4.2 准均匀介质关联函数的测量

对于均匀介质, 散射场的光谱强度不能重构介质的关联函数, 须测量散射场的交叉谱密度函数, 将(53)式进行适当的变形, 可得

$$\hat{C}_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) = \frac{r^2}{(2\pi)^6 S^{(i)}(\omega)} \int_{V(\mathbf{K}_1)} \int_{V(\mathbf{K}_2)} W^{(s)}(rs_1, rs_2, \omega) \exp[i(\mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{r}'_1 + \mathbf{K}_2 \cdot \mathbf{r}'_2)] d^3 K_1 d^3 K_2. \quad (61)$$

对于准均匀介质, 散射势的关联函数可以表示为(39)式的形式。如果关联函数的强度函数和关联系数均具有高斯形的分布特征, 即

$$C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) = C_0 \exp[-|\mathbf{r}|^2 / (2\sigma_r^2)] \exp[-|\mathbf{r}'|^2 / (2\sigma_u^2)], \quad (62)$$

式中  $\mathbf{r} = (\mathbf{r}'_1 + \mathbf{r}'_2) / 2$ ,  $\mathbf{r}' = \mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1$ 。将(62)式代入(53)式, 经过计算, 得到散射场的交叉谱密度函数为<sup>[31]</sup>

$$W^{(s)}(rs_1, rs_2, \omega) = \frac{(2\pi\sigma_1\sigma_u)^3 S^{(i)}(\omega)}{r^2} C_0 \exp\left[-\frac{1}{2} |\mathbf{K}_S|^2 \sigma_r^2\right] \exp\left[-\frac{1}{2} |\mathbf{K}_D|^2 \sigma_u^2\right], \quad (63)$$

式中  $\mathbf{K}_S = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2$ ,  $\mathbf{K}_D = (\mathbf{K}_2 - \mathbf{K}_1) / 2$ 。将得到的交叉谱密度函数代入(61)式, 可以重构散射介质的结构特征。Lahiri 等<sup>[31]</sup>应用该方法重构了具有高斯统计分布的准均匀介质的结构特征, 发现当介质的尺度大于波长量级时, 重构的准确性较好。

#### 4.3 多粒子系统强度关联函数的测量

如图 11 所示, 假设散射系统由全同的粒子组成, 每个粒子的位置由  $\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \dots$  表示, 粒子系统的散射势 [(22)式]可以简化为

$$F(\mathbf{r}', \omega) = \sum_n f(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'_n, \omega), \quad (64)$$

式中  $f(\mathbf{r}', \omega)$  为单个粒子的散射势。

根据关联函数的定义, 得到多粒子系统的关联函数为<sup>[6,8]</sup>

$$C_F(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \omega) = \langle F^*(\mathbf{r}'_1, \omega) F(\mathbf{r}'_2, \omega) \rangle = \left\langle \sum_m f^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_m, \omega) \sum_n f(\mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_n, \omega) \right\rangle. \quad (65)$$

将(65)式代入(53)式, 计算六维傅里叶变换, 得到散射场的交叉谱密度函数为<sup>[30]</sup>

$$W^{(s)}(rs_1, rs_2, \omega) = \frac{S^{(i)}(\omega)}{r^2} \tilde{f}^*(-\mathbf{K}_1, \omega) \tilde{f}(\mathbf{K}_2, \omega) S(\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2), \quad (66)$$

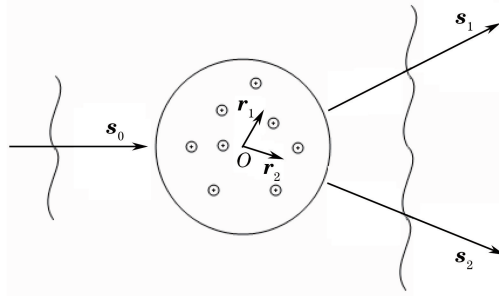


图 11 光波经过粒子系统的散射示意图

Fig. 11 Diagram of light waves scattered by particle system

式中  $\tilde{f}(\mathbf{K}, \omega)$  为每个粒子散射势的傅里叶变换,  $S(\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2)$  为粒子系统的结构因子对<sup>[42]</sup>。  $S(\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2)$  可表示为

$$S(\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2) = \langle \sum_m \sum_n \exp[-i(\mathbf{K}_2 \cdot \mathbf{r}'_n + \mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{r}'_m)] \rangle. \quad (67)$$

下面考虑系统结构因子对的测量, 根据(66)式可得到粒子系统的结构因子对为<sup>[30]</sup>

$$S(\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2) = \frac{r^2 W^{(s)}(r\mathbf{s}_1, r\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_0, \omega)}{\tilde{f}^*(-\mathbf{K}_1, \omega) \tilde{f}(\mathbf{K}_2, \omega) S^{(i)}(\omega)}. \quad (68)$$

(68)式中散射场的交叉谱密度函数可以通过实验测得。如果单个粒子的散射势及傅里叶变换已知, 可得到粒子系统的结构因子对。

## 5 结论与展望

基于近年来国内外光波弱散射的研究现状和进展, 主要介绍了光波弱散射过程中的光谱变化现象、相干性变化现象、互易关系、光波散射逆问题等光学现象, 以及等价理论、平面波展开法等研究方法。这些内容丰富了光波弱散射问题的研究, 为介质结构特征的测量提供了理论支持。

光波弱散射问题的进一步研究仍将是国内外研究人员的一个研究热点, 主要研究工作可从以下几个方面展开。

1) 继续发展和完善光波弱散射理论, 将入射光波推广到更加一般的光束, 如实际中常用的涡旋光束、艾里光束、部分相干光束、部分偏振光束等, 掌握该类光束散射中的统计光学特性。

2) 解决光波弱散射理论的实际应用问题, 即散射中的逆问题。建立散射场与散射介质结构特征之间的关系, 将弱散射理论应用于介质结构特征的测量。寻求合理、准确、便捷地重构介质结构特征的方法, 还可拓展到光波经介质弱散射的近场光学问题。

## 参 考 文 献

- 1 Chu B. Laser light scattering[M]. New York: Academic, 1974.
- 2 Wolf E, Foley J T, Gori F. Frequency shifts of spectral lines produced by scattering from spatially random media[J]. Journal of Optical Society of America A, 1989, 6(8): 1142-1149.
- 3 Cairns B, Wolf E. Comparison of the Born and the Rytov approximations for scattering on quasi-homogeneous media[J]. Opt Commun, 1990, 74(5): 284-289.
- 4 Shirai T, Asakura T. Spectral changes of light induced by scattering from spatially random media under the Rytov approximation[J]. Journal of Optical Society of America A, 1995, 12(6): 1354-1363.
- 5 Shirai T, Asakura T. Spectral changes of light and scattering phenomena[J]. Opt Rev, 1996, 3(1): 1-10.
- 6 Dogariu A, Wolf E. Spectral changes produced by static scattering on a system of particles[J]. Opt Lett, 1998, 23(17): 1340-1342.
- 7 Visser T D, Fischer D G, Wolf E. Scattering of light from quasi-homogeneous sources by quasi-homogeneous media[J]. Journal of Optical Society of America A, 2006, 23(7): 1631-1638.
- 8 Munro P R T. Introduction to the theory of coherence and polarization of light[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.

- 9 van Dijk T, Fischer D G, Visser T D, *et al.* Effects of spatial coherence on the angular distribution of radiant intensity generated by scattering on a sphere[J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 104(17): 173902.
- 10 Wang T, Zhao D M. Stokes parameters of an electromagnetic light wave on scattering[J]. *Opt Commun*, 2012, 285(6): 893-895.
- 11 Wang T, Zhao D M. Condition for far-zone spectral isotropy of an electromagnetic light wave on weak scattering[J]. *Opt Lett*, 2011, 36(3): 328-330.
- 12 Wang T, Zhao D M. Scattering theory of stochastic electromagnetic light waves[J]. *Opt Lett*, 2010, 35(14): 2412-2414.
- 13 Ding C L, Cai Y J, Korotkova O, *et al.* Scattering-induced changes in the temporal coherence length and the pulse duration of a partially coherent plane-wave pulse[J]. *Opt Lett*, 2011, 36(4): 517-519.
- 14 Ding C L, Cai Y J, Zhang Y T, *et al.* Scattering-induced changes in the degree of polarization of a stochastic electromagnetic plane-wave pulse[J]. *Journal of Optical Society of America A*, 2012, 29(6): 1078-1090.
- 15 Ding C L, Cai Y J, Zhang Y T, *et al.* Scattering of a partially coherent plane-wave pulse on a deterministic sphere[J]. *Phys Lett A*, 2012, 376(42-43): 2697-2702.
- 16 Wang T, Ji X L, Zhao D M. Equivalence theorem for the spectral density of light waves on weak scattering[J]. *Opt Lett*, 2014, 39(13): 3837-3840.
- 17 Wang T, Jiang Z F, Ji X L, *et al.* Can different media generate scattered field with identical spectral coherence?[J]. *Opt Commun*, 2016, 363: 134-137.
- 18 Zhang Y Y, Zhao D M. The coherence and polarization properties of electromagnetic rectangular Gaussian Schell-model sources scattered by a deterministic medium[J]. *Journal of Optics*, 2014, 16(12): 125709.
- 19 Zhang Y Y, Zhao D M. Scattering of multi-Gaussian Schell-model beams on a random medium[J]. *Opt Express*, 2013, 21(21): 24781-24792.
- 20 Sahin S, Gbur G, Korotkova O. Scattering of light from particles with semisoft boundaries[J]. *Opt Lett*, 2011, 36(20): 3957-3959.
- 21 Wang T, Li X Q, Ji X L, *et al.* Spectral changes and spectral switches of light waves on scattering from a semisoft boundary medium[J]. *Opt Commun*, 2014, 324: 152-156.
- 22 Wang T, Jiang Z F, Ji X L, *et al.* Spectrum of an electromagnetic light wave on scattering from an anisotropic semisoft boundary medium[J]. *Journal of Optical Society of America A*, 2016, 33(4): 625-629.
- 23 Du X Y, Zhao D M. Scattering of light by a system of anisotropic particles[J]. *Opt Lett*, 2010, 35(10): 1518-1520.
- 24 Du X Y, Zhao D M. Scattering of light by Gaussian-correlated quasi-homogeneous anisotropic media[J]. *Opt Lett*, 2010, 35(3): 384-386.
- 25 Du X Y, Zhao D M. Rotationally symmetric scattering from anisotropic media[J]. *Phys Lett A*, 2011, 375(9): 1269-1273.
- 26 Habashy T, Wolf E. Reconstruction of scattering potentials from incomplete data[J]. *J Mod Opt*, 1994, 41(9): 1679-1685.
- 27 Fischer D G, Wolf E. Inverse problems with quasi-homogeneous random media[J]. *Journal of Optical Society of America A*, 1994, 11(3): 1128-1135.
- 28 Gbur G, Wolf E. Determination of density correlation functions from scattering of polychromatic light[J]. *Opt Commun*, 1999, 168(1-4): 39-45.
- 29 Zhao D M, Korotkova O, Wolf E. Application of correlation-induced spectral changes to inverse scattering[J]. *Opt Lett*, 2007, 32(24): 3483-3485.
- 30 Wang T, Zhao D M. Determination of pair-structure factor of scattering potential of a collection of particles[J]. *Opt Lett*, 2010, 35(3): 318-320.
- 31 Lahiri M, Wolf E, Fischer D G, *et al.* Determination of correlation functions of scattering potentials of stochastic media from scattering experiments[J]. *Phys Rev Lett*, 2009, 102(12): 123901.
- 32 Li J. Determination of correlation function of scattering potential of random medium by Gauss vortex beam[J]. *Opt Commun*, 2013, 308: 164-168.
- 33 Born M, Wolf E. *Principles of optics*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- 34 Pu J X, Zhang H H, Nemoto S. Spectral shifts and spectral switches of partially coherent light passing through an aperture[J]. *Opt Commun*, 1999, 162(1-3): 57-63.
- 35 Wang T, Zhao D M. Condition for the invariance of the spectral degree of coherence of a completely coherent light wave on weak scattering[J]. *Opt Lett*, 2010, 35(6): 847-849.

- 
- 36 Carter W H, Wolf E. Scattering from quasi-homogeneous media[J]. Opt Commun, 1988, 67(2): 85-89.
- 37 Xin Y, Chen Y R, Zhao Q, *et al.* Beam radiated from quasi-homogeneous uniformly polarized electromagnetic source scattering on quasi-homogeneous media[J]. Opt Commun, 2007, 278(2): 247-252.
- 38 Du X Y, Zhao D M. Reciprocity relations for scattering from quasi-homogeneous anisotropic media[J]. Opt Commun, 2011, 284(16-17): 3808-3810.
- 39 Wang T, Zhao D M. Scattering of scalar light wave from a Gaussian-Schell model medium[J]. Chin Phys B, 2010, 19(8): 084201.
- 40 Mandel L, Wolf E. Optical coherence and quantum optics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- 41 Zhang Y Y, Zhao D M. Scattering of Hermite-Gaussian beams on Gaussian Schell-model random media[J]. Opt Commun, 2013, 300: 38-44.
- 42 Sahin S, Korotkova O. Effect of the pair-structure factor of a particulate medium on scalar wave scattering in the first Born approximation[J]. Opt Lett, 2009, 34(12): 1762-1764.