共焦布里渊显微镜轴向成像特性

钟 昆 邱丽荣* 吴寒旭 赵维谦

北京理工大学精密光电测试仪器及技术北京市重点实验室,北京 100081

摘要 搭建了共焦布里渊显微镜装置,采用 532 nm 的单模激光器激发样品布里渊散射光,显微物镜放大倍数为 100 倍,数值孔径为 0.8,采用串联扫描式多通道法布里-珀罗(F-P)干涉仪收集布里渊光。从实验中测得了装置的 共焦光强响应曲线,以及二氧化硅玻璃、硅胶和聚甲基丙烯酸甲酯(PMMA)3 种样品的布里渊光谱。采用全新的 光子数组分权值数据处理方法仿真分析了此装置的轴向成像分辨力,以及测试样品为二氧化硅玻璃-硅胶-PMMA 多层样品时,样品的频移、轴向声速和纵向弹性模量 3 种参量的轴向成像特性,并对此方法获得的 3 种参量的轴向 成像特性曲线进行了误差分析。仿真结果显示,光子数组分权值数据处理方法可使装置的轴向成像分辨力提高至 约 2 μm。在信噪比高于 1.46 dB 时,通过误差关系曲线可获得精确的布里渊频移值、轴向声速和纵向弹性模量。 关键词 显微;共焦显微;光谱成像;布里渊散射;成像特性;误差分析 **中图分类号** O433.1 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.1018001

Axial Imaging Property of Confocal Brillouin Microscopy

Zhong Kun Qiu Lirong Wu Hanxu Zhao Weiqian

Beijing Key Laboratory of Precision Photoelectric Measurement Instrument and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract Confocal Brillouin microscopy device is set up, and Brillouin scattering light of sample is excited using a single-mode laser of 532 nm wavelength. The amplification factor is $100 \times$ and the numerical aperture is 0.8. A tandem scanning multi-channel Fabry-Perot (F-P) interferometer is used to collect Brillouin light. In the experiment, the confocal light intensity response curve is measured and the Brillouin spectra of SiO₂ glass, silicon rubber, and polymethyl methacrylate (PMMA) are obtained. Using a novel photon number component factor data process method, the axial imaging resolution is simulated and analyzed. The axial imaging properties of frequency shift, axial acoustic velocity and longitudinal elastic moduli of multi-layer sample of SiO₂ glass-silicon rubber-PMMA are also presented. Error analysis of these three parameters of axial imaging property curve by this method is made as well. The simulation results show that the axial imaging resolution can be improved to about 2 μ m with this novel photon number component factor data process method. When the signal-to-noise ratio is greater than 1.46 dB, the accurate Brillouin frequency shift, axial acoustic velocity and longitudinal elastic velocity and longitudinal elastic moduli context.

Key words microscopy; confocal microscopy; spectrum imaging; Brillouin scattering; imaging property; error analysis

OCIS codes 180.1790; 180.4315; 290.5830

1 引 言

共焦布里渊成像是在普通共焦成像的基础上,把成像图的因变量由光强值替换成布里渊频移值,或布里

收稿日期: 2016-04-21; 收到修改稿日期: 2016-05-24

基金项目:国家自然科学基金优秀青年基金(51422501)、国家自然科学基金重点项目(51535002)、国家重大科学仪器设备开发专项任务(2011YQ04013607)

作者简介:钟 昆(1986—),男,博士后,主要从事布里渊散射测量、非线性光通信等方面的研究。E-mail: wanstea@qq.com **导师简介**:赵维谦(1966—),男,教授,博士生导师,主要从事精密光电测试技术与装备、激光共焦/干涉成像与检测技术、纳米测控技术等方面的研究。E-mail: zwq669@126.com

* 通信联系人。E-mail: qiugrass@126.com

渊半峰全宽、布里渊峰值光子数等,或由这些布里渊光谱参量所反映的特征量,比如声学声子速度、声学声子 损耗系数、弹性模量等。2005年,Koski KJ等^[1]实现了液体-液体、液体-聚合物共焦布里渊二维成像。实验 的成像分辨力为 20 μm,成像因变量为纵向布里渊频移和声学损耗系数。2007年,Liptak DC等^[2]研究了 多层样品的横向和纵向成像特性,成像分辨力为 5 μm。采用波长为 514.5 nm 的氩离子激光器,三通道扫描 式法布里-珀罗(F-P)干涉仪探测布里渊光谱。2008年,Scarcelli G等^[3]实现了共焦布里渊三维力学成像,分 别给出 XZ 方向二维成像图以及Z 方向轴向成像特性,没有明确给出成像分辨力,轴向扫描步进为 100 μm。 2012年,Scarcelli G等^[4]研究人眼布里渊轴向成像特性,轴向分辨力为60 μm。2014年,Palombo F等^[5]实 现了生物样品的共焦布里渊成像,未提及成像的轴向分辨力,横向分辨力约为 250 nm。

本文利用自行搭建的共焦布里渊显微镜,进行了轴向分辨力的实验和仿真研究。由于文献报道中的共 焦布里渊装置最优轴向成像分辨力的 5 µm^[2],是以分界面能同时测到 2 种光谱的完全重叠区域作为定义, 忽略了分界面光谱响应曲线上升沿和下降沿的可利用特性,本文提出了全新的光子数组分权值数据处理方 法,充分利用光谱响应曲线在分界面的过渡带特性,来提高装置的轴向成像分辨力。在实验上分别测试了二 氧化硅玻璃、硅胶和聚甲基丙烯酸甲酯(PMMA)3 种样品的布里渊频移,计算了 3 种样品的轴向声速和纵向 弹性模量。仿真分析了此装置对 3 层样品二氧化硅玻璃-硅胶-PMMA 进行轴向逐点扫描、以光子数组分权 值数据处理方法可获得的样品在布里渊频移、轴向声速和纵向弹性模量 3 种参量的轴向成像特性曲线,讨论 了此装置以光子数组分权值数据处理方法的轴向成像分辨力。由于此种数据处理方法在提高轴向成像分辨 力的同时,会造成特征参量的误差,最后对此方法的 3 种参量轴向成像特性曲线进行了误差分析。

2 共焦布里渊显微镜装置

原理如图 1 所示,装置使用中心波长为 532 nm 的单纵模激光器,出射激光为连续波,线宽小于 5 MHz, 可提供最大输出光功率为 2 W。光束为线偏振光,振动方向垂直于光学平台及消偏振分光棱镜 BS1 入射 面。光束首先通过中心波长为 532 nm 的隔离器,阻隔反向通过的光,典型阻隔比为 40 dB。激光器出射光 束光斑直径为 2.25 mm,考虑物镜后瞳满瞳,装置使用×2 倍扩束镜,将光斑直径扩展为4.5 mm。扩束后的 光束首先通过 50:50 消偏振分光棱镜 BS1,反射光束经由反射镜 M1 和 M2,进入 F-P 干涉仪参考光入光口。 透射光束透过 50:50 消偏振分光棱镜 BS2,经过带阻滤光片反射进入样品台。带阻滤光片中心波长为 532 nm,阻带带宽典型值为 17 nm,换算成波数大约为 300 cm⁻¹的光谱。样品台物镜放大倍数为 100 倍,数 值孔径为 0.8。光斑聚焦在样品上,由于光与物质相互作用,会产生 3 种散射光:弹性散射光瑞利光、非弹性 散射光布里渊光和拉曼光。散射光束以背向 180°进行收集,沿光路返回通过物镜。滤光片反射瑞利光和布里 渊光,透射光束为拉曼探测光束。反射的瑞利光和布里渊光通过 BS2 反射,在经过 BS3 时透射光束为差动共焦 定焦探测光束,反射光束通过焦距为150 mm透镜 L1 会聚经过共焦针孔 PH1。通过直径为 50 μm 共焦针孔 PH1 滤波衍射的光束可看作点光源发散,通过焦距为150 mm透镜 L2 重新形成平行光束,经由反射镜 M3、M4 和焦距为 200 mm 消色差凸透镜 L3 会聚至直径1000 μm共焦针孔 PH2,进入 F-P 干涉仪探测布里渊光。





1018001-2

光谱测量 3

光谱响应曲线和轴向成像特性的分析是以装置测得的共焦光强响应曲线为基础的,共焦光强响应曲线 描绘的是样品轴向位移与共焦针孔出射光强之间的关系[67]。实测时由物镜驱动器控制移动物镜轴向位移。 由于光束在物镜前已调为平行,轴向移动物镜与轴向移动样品台等效。光强值则由光电倍增管反映为电压 值。曲线的横坐标为物镜控制器轴向位移,纵坐标为光强电压值。首先移动轴向升降台粗调轴向位置,使得 通过电荷耦合器件(CCD)观察到的会聚光斑最小,此时光束焦点大致聚焦在样品表面。将光电倍增管放置 在针孔后并调节光电倍增管感光片和针孔位置,使光电倍增管获得最大光子数计数。利用软件扫描共焦光 强曲线,使光强曲线的峰值位置对应软件初始化时轴向位移绝对值。再反复调节针孔,使光强曲线近似 sinc 函数理想线型。图 2 为使用此方法测得的共焦光强响应曲线,其半峰全宽为 0.81 μm。

分析样品散射光中的布里渊光谱部分,可获得样品组分、弹性力学等信息[8-15]。光束的布里渊光谱通过 F-P多光束干涉仪测试获得。通过压电陶瓷换能器及相关电机控制调节 F-P 光学腔腔长,腔长不同时通过 的波长不同,由此可绘出布里渊光相对瑞利光几十千兆赫兹频移的光谱图。分析此光谱图可获得布里渊光 谱谱峰频移,从而得到样品成分、弹性模量等参数。按照此种方法,实验分别选取了二氧化硅玻璃、硅胶和 PMMA 测试其布里渊光谱,如图 3 所示,这 3 种样品的布里渊频移分别在 33.8、5.8、15.7 GHz 左右。







silicon rubber and PMMA

成像特性 4

首先讨论单位时间收集到的布里渊光子数 n 和轴向相对位移 u 之间的关系。只考虑轴向以及光瞳滤 波函数为常数,光斑焦点轴向偏离量 u 处的入射光强 I 为: $I(u) = \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{u}{4} \right)^{[6]}$ 。设布里渊散射光强为 I_{B} ,以 固定 dΩ 立体角收集在 du 微小偏移量处的布里渊散射光强值 dI_B 可表示为^[16-17]:

$$\frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{B}}}{I(u)\mathrm{d}u\,\mathrm{d}\Omega} = \frac{\pi^{2}\varepsilon^{2}p^{2}k_{\mathrm{B}}T}{4\lambda_{0}^{4}\rho v^{2}},\tag{1}$$

式中 ϵ 为介质的介电常数, ρ 为泡克尔常数, $k_{\rm B}$ 为玻尔兹曼常数, T 为绝对温度, $\lambda_{\rm O}$ 为激光中心波长, ρ 为介 质密度,v 为介质声速。当收集角 dΩ 固定时,(1)式可修改为:

$$\frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{B}}}{I(u)\mathrm{d}u} = A, \qquad (2)$$

式中A为常数,且A= $\frac{\pi^2 \varepsilon^2 p^2 k_B T d\Omega}{4\lambda_0^4 \rho v^2}$ 。再结合 I(u)的表达式,布里渊散射光强值 $I_B(u)$ 与光斑聚焦位置处 轴向偏移量 u 的关系可表示为:

$$I_{\rm B}(u) = \int_{u_1}^{u_2} A \, \operatorname{sinc}^2\left(\frac{u'-u}{4}\right) {\rm d}u', \qquad (3)$$

式中 u1 和 u2 分别为介质的上边界面和下边界面。当样品厚度为 0.5,1,2,3,5,10 µm,以及轴向共焦光强 响应曲线半峰全宽为 0.81 µm 时的光谱轴向响应曲线如图 4 所示。

用于仿真的样品是 3 层的多层样品,每层样品分别为二氧化硅玻璃层 20 μm、硅胶层 10 μm 和 PMMA 层 20 μm。将所有轴向位置以逐点扫描的方式获得的单点光谱图的布里渊光子数,与相应的轴向位置对应,可描出样品轴向布里渊光谱响应曲线如图 5 所示。由图 5 的曲线可得到,测试样品在分界面的重叠区域大约为 5 μm,与文献[2]中的最佳实验结果一致,表明两者具有相同的实验对比条件。





图 5 测试样品布里渊光谱响应曲线

Fig. 5 Brillouin spectrum response curve of test sample

Fig. 4 (a) Brillouin spectrum axial response curve when sample thickness is 0.5,1,2,3,5,10 μm respectively

以布里渊频移值作为样品空间样点微区的光学信息值,样品空间样点微区与布里渊频移值一一对应,测试样品在轴向的共焦布里渊频移成像特性曲线如图 6(a)所示。为使成像特性曲线在多层样品边界面平滑过渡以及提高轴向成像分辨力特性,采用以某轴向位置所获得的样品的布里渊光谱图中 3 种样品各自峰值处光子数与 3 处光子数的总和的比值,作为该空间位置处的此种样品组分的布里渊频移权值。设某轴向位置为 *u*_i,在该处得到的共焦布里渊光谱图在二氧化硅玻璃布里渊频移处 *f*₁ 的光子数为 *N*_{i1},硅胶布里渊频移处 *f*₂ 的光子数为 *N*_{i2},PMMA 布里渊频移处 *f*₃ 的光子数为 *N*_{i3},*u*_i 轴向位置处的 3 种光子数总数则为

$$N_i = \sum_{j=1}^{5} N_{ij}$$
,样品组分布里渊频移的权值为 $a_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i}$,此处布里渊频移的有效值 f_i 为:

$$f_{i} = \sum_{j=1}^{3} \frac{N_{ij}}{N_{i}} f_{j} = \sum_{j=1}^{3} a_{ij} f_{j}, \qquad (4)$$

在背向散射配置中,单一样品声速的计算公式为[2.17]:

$$v_{a} = \frac{\lambda_{p} f_{B}}{2n}, \qquad (5)$$

式中 λ_p 为激光中心波长, f_B 为布里渊折射率, n 为样品折射率。单一样品纵向弹性模量为^[13]:

$$C_{s} = v_{a}^{2} \rho , \qquad (6)$$

式中 ρ 为样品的密度。同样考虑由于样品的多组分特性,设二氧化硅玻璃、硅胶和 PMMA 的折射率分别为 n_{i1} 、 n_{i2} 和 n_{i3} ,密度分别为 ρ_{i1} 、 ρ_{i2} 和 ρ_{i3} 。则在轴向 u_i 位置处相应的有效折射率为 $n_i = \sum_{j=1}^{3} a_{ij}n_{ij}$,结合(5)式 可得有效声速值 v_{ai} 为:

$$v_{ai} = \frac{\lambda_p f_i}{2n_i},\tag{7}$$

有效密度为: $\rho_i = \sum_{j=1}^{3} a_{ij} \rho_{ij}$,结合(6)式可得有效纵向弹性模量为: $C_{si} = v_{si}^2 \rho_i$,

$$=v_{ai}^{2}\rho_{i}, \qquad (8)$$

表 1 所示为 3 种样品的典型折射率、密度和布里渊频移值。图 6(b)同时给出以此种方法计算得到的测试样品在轴向声速和纵向弹性模量的成像特性曲线。曲线在分界面上的过渡带宽度大约为 2 μm,过渡带以曲线上升沿或下降沿噪声作为始末位置。由于只有过渡带区域的数值无法确定为某种样品成分的特征量,所以仿真结果显示此装置的轴向成像分辨力即为过渡带带宽大约 2 μm。此种方法比能同时测到 2 种光



图 6 测试样品共焦轴向成像特性。(a)布里渊频移;(b)声速、弹性模量

Fig. 6 Confocal axial imaging properties of test sample. (a) Brillouin frequency shift; (b) acoustic velocity and elastic moduli 谱重叠区域的定义方法有了显著提高。

Table 1 Typical parameters of SiO ₂ glass, silicon rubber and PMMA					
Sample	Refractive	Density	Brillouin	Acoustic velocity	Longitudinal elastic
component	index	$/(g/cm^{3})$	frequency shift $/GHz$	/(km/s)	modulus /GPa
SiO_2 glass	1.47	2.23	33.8	6.12	83.4
Silicon rubber	1.37	0.955	5.8	1.23	1.21
PMMA	1.48	1.19	15.7	2.82	9.48

表1 二氧化硅玻璃、硅胶和 PMMA 典型参数

5 误差分析

采用光子数组分权值数据处理方法比以组分谱线重叠区域的定义方法^[2],有效提高了轴向分辨力,由 5 μm提高到了约 2 μm。由于布里渊频移的有效值来自于样品若干组分的布里渊频移加权值,所以当轴向 位移从分界面过渡区进入到单一样品区时,此种方法会引入其他组分布里渊频移处的光子数噪声加权值,造 成布里渊频移的频率误差 f_e。

设在某单一样品层轴向位移位置 u_i,实测的布里渊光谱曲线在此种样品的布里渊频移处光子数为 S+N₀,其中信号光子数为S,噪声均值为 N₀,信噪比 R_{SN}=S/N₀。由于为单一样品区,另外 2 种样品布里 渊频移处光子数噪声均值均为 N₀。由此可定义二氧化硅玻璃布里渊频移 f₁的频率误差 f_{el}:

$$f_{\rm e1} = \frac{S + N_0}{S + 3N_0} f_1 + \frac{N_0}{S + 3N_0} f_2 + \frac{N_0}{S + 3N_0} f_3 - f_1 = \frac{f_2 + f_3 - 2f_1}{R_{\rm SN} + 3},\tag{9}$$

式中 f₁、f₂和 f₃分别为3种样品的布里渊频移典型值,由表1可查得。硅胶和 PMMA 的频率误差 f_{e2}和 f_{e3}与(9)式类似。当3 层样品组分的布里渊频移典型值确定后,可由此画出信噪比 R_{SN}和频率误差的曲线 关系图如图 7(a)所示。



图 7 测试样品的误差分析曲线。(a)布里渊频移;(b)轴向声速、纵向弹性模量

Fig. 7 Error analysis curves of test sample. (a) Brillouin frequency shift; (b) axial acoustic velocity and longitudinal elastic moduli

由于信噪比 R_{sN}为 1.46 dB 时,此种组分权值数据处理方法得到的硅胶纵向弹性模量为 9.49 GPa,接近 PMMA 的典型弹性模量值,所以以此信噪比作为此种组分权值数据处理方法的信噪比容限值。当信噪比为 1.46 dB 时,数据处理后的成像特性曲线中,二氧化硅玻璃、硅胶和 PMMA 的布里渊频移值为 23.32,14.4, 17.5 GHz,并不会对实际组分造成误判。可通过图 7(a)的频移误差关系曲线修正有效布里渊频移值,修正 后 3 种物质的布里渊频移值分别为 33.80,5.79,15.64 GHz。同样可获得样品的二氧化硅玻璃的声速误差 v_{acl} 为:

$$v_{\rm ael} = \frac{\lambda_{\rho} \left[(1 + R_{\rm SN}) \cdot f_1 + f_2 + f_3 \right]}{2 \left[(1 + R_{\rm SN}) \cdot n_1 + n_2 + n_3 \right]} - \frac{\lambda_{\rho} f_1}{2n_1}, \tag{10}$$

样品的二氧化硅玻璃纵向弹性模量误差 C_{sel} 为:

$$C_{\rm sel} = \frac{\lambda_p^2 \left[(1+R_{\rm SN}) \cdot f_1 + f_2 + f_1 \right]^2 \left[(1+R_{\rm SN}) \cdot \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 \right]}{4 \left[(1+R_{\rm SN}) \cdot n_1 + n_2 + n_3 \right]^2 (R_{\rm SN} + 3)} - \frac{\lambda_p^2 f_1^2 \rho_1}{4n_1^2}, \tag{11}$$

式中 n_1 、 n_2 和 n_3 分别为3种样品的典型折射率, ρ_1 、 ρ_2 和 ρ_3 分别为3种样品的典型密度, λ_p 为激光中心波 长同理可分别得到硅胶和 PMMA 的声速误差 v_{ae2} 、 v_{ae3} 和弹性模量误差 C_{se2} 、 C_{se3} 。声速误差和弹性模量误 差曲线如图 7(b)所示。

若信噪比为 10 dB 时,由此种数据处理方法获得的二氧化硅玻璃、硅胶和 PMMA3 种样品声速分别为: 5.50,1.67,2.95 km/s。通过图 7(a)误差修正后,得到 3 种样品轴向声速的精确值为:6.12,1.12, 2.82 km/s。同样当信噪比为 10 dB 时,由此种数据处理方法获得的二氧化硅玻璃、硅胶和 PMMA3 种样品 纵向弹性模量分别为:62.0,3.0,10.9 GPa,以图 7(b)纵向弹性模量误差曲线作为修正依据,获得 3 种样品纵向弹性模量精确值为:83.3,1.2,9.4 GPa。

6 结 论

实验表明,本装置共焦布里渊显微镜可有效测得样品微区布里渊光谱,轴向光强分辨力为 0.81 μm。通 过逐点扫描可获得测试样品轴向成像特性曲线,采用光子数组分权值数据处理方法的此装置轴向成像分辨 力达到约 2 μm,可有效分析测试样品轴向微区的声速和纵向弹性模量特性。对利用此方法的 3 种轴向成像 特性进行的误差分析表明,光子数组分权值数据成像特性分析方法可有效平滑过渡分界面。仿真结果表明, 当信噪比大于 1.46 dB 时,可通过误差关系曲线有效修正布里渊频移值。

参考文献

- 1 Koski K J, Yarger J L. Brillouin imaging[J]. Appl Phys Lett, 2005, 87(6): 061903.
- 2 Liptak D C, Reber J C, Maguire J F, et al. On the development of a confocal Rayleigh-Brillouin microscope[J]. Rev Sci Instrum, 2007, 78(1): 016106.
- 3 Scarcelli G, Yun S H. Confocal Brillouin microscopy for three-dimensional mechanical imaging[J]. Nat Photonics, 2008, 2(1): 39-43.
- 4 Scarcelli G, Yun S H. In vivo Brillouin optical microscopy of the human eye[J]. Opt Express, 2012, 20(8): 9197-9202.
- 5 Palombo F, Madami M, Stone N, et al. Mechanical mapping with chemical specificity by confocal Brillouin and Raman microscopy[J]. The Analyst, 2014, 139(4): 729-733.
- 6 Zhao W Q, Tan J B, Qiu L R. Bipolar absolute differential confocal approach to higher spatial resolution [J]. Opt Express, 2004, 12(21): 5013-5021.
- 7 Zhao W Q, Tan J B, Qiu L R. Tri-heterodyne confocal microscope with axial superresolution and higher SNR[J]. Opt Express, 2004, 12(21): 5191-5197.
- 8 Yamaguchi M, Yagi T, Azuhata T, et al. Brillouin scattering study of gallium nitride: elastic stiffness constants[J]. J Phys: Condens Matter, 1997, 9(1): 241-248.
- 9 Yamaguchi M, Yagi T, Sota T, et al. Brillouin scattering study of bulk GaN[J]. J Appl Phys, 1999, 85(12): 8502-8504.
- 10 Wang Z K, Lim H S, Ng S C, *et al*. Brillouin scattering study of low-frequency bulk acoustic phonons in multilayer graphene[J]. Carbon, 2008, 46(15): 2133-2136.

- 11 Sandercock J R, Wettling W. Light scattering from surface and bulk thermal magnons in iron and nickle[J]. J Appl Phys, 1979, 50(B11): 7784-7789.
- 12 Sandercock J R, Wettling W. Light scattering from thermal magnons in iron and nickel[J]. IEEE Trans Magn, 1978, 14 (5): 442-444.
- 13 Koski K J, Akhenblit P, McKiernan K, et al. Non-invasive determination of the complete elastic moduli of spider silks [J]. Nature Materials, 2013, 12(3): 262-267.
- 14 Zhang Cong, Yu Wenfeng, Li Zhenglin, et al. Numerical study on scattering properties for the stimulated Brillouin scattering fiber[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(3): 0319005.

张 聪,余文峰,李正林,等.光纤受激布里渊散射的散射特性数值研究[J].光学学报,2015,35(3):0319005.

- 15 Feng Jing, He Xingdao, Wu Tao, *et al*. An experiment system measuring the spontaneous Raleigh-Brillouin scattering line profiles of gas[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(7): 072901.
 冯 静,何兴道,吴 涛,等.一种测量气体自发瑞利-布里渊散射频谱的系统[J].激光与光电子学进展, 2014, 51(7):
- 16 谢敬辉,赵达尊,阎吉祥.物理光学教程「M].北京:北京理工大学出版社,2012:174-179.
- 17 程光熙. 拉曼 布里渊散射[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 461-467.

072901.