

双曲正弦-高斯光束的像散透镜聚焦性质 与暗空心光束产生

朱 浩¹ 唐慧琴²

¹ 贵州理工学院理学院, 贵州 贵阳 550003

² 中南大学物理与电子学院, 湖南 长沙 410083

摘要 基于广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式, 推导了双曲正弦-高斯光束通过像散透镜聚焦的场分布解析表达式, 并用数值计算研究了双曲正弦-高斯光束在像散透镜焦平面上或焦平面附近的光强分布与相位特性。理论分析与数值计算结果表明, 选择适当的光束参数与像散透镜结构参数, 可以使双曲正弦-高斯光束经像散透镜后转换为具有涡旋的暗空心光束, 其拓扑荷指数为 1。此外, 还对影响场强度分布与相位分布的光束参数与透镜参数进行了分析讨论。特别地, 透镜的像散是双曲正弦-高斯光束经像散透镜聚焦产生暗空心涡旋光束的关键控制因素, 利用合适的像散透镜可获得相当长度的理想暗空心光管。

关键词 物理光学; 光束整形; 双曲正弦-高斯光束; 像散透镜; 暗空心光束; 相位奇异性

中图分类号 O43 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201636.1005001

Focusing Sinh-Gaussian Beams Using Astigmatic Lens and Generation of Dark Hollow Beam

Zhu Jie¹ Tang Huiqin²

¹ College of Science, Guizhou Institute of Technology, Guiyang, Guizhou 550003, China

² School of Physics and Electronics, Central South University, Changsha, Hunan 410083, China

Abstract Based on the generalized Huygens-Fresnel diffraction integral formula, field distribution expression of sinh-Gaussian beams passing through astigmatic lens is derived. The intensity distribution and the phase characteristic of sinh-Gaussian beam on focal plane or near focal plane of astigmatic lens are numerically calculated. Theoretical analysis and numerical calculation results indicate that the appropriate beam parameters and astigmatic lens structure parameters can make sinh-Gaussian beam passing through astigmatic lens transform into dark hollow beam with vortex. Its topological charge index is 1. Besides, the beam parameters and the lens coefficients affecting the field intensity distribution and phase distribution are discussed. It is found that the astigmatism of lens plays a critical role in converting sinh-Gaussian beam into a dark hollow beam with vortex through focusing of astigmatism lens, and a super-long dark hollow beam can be obtained with the astigmatic lens.

Key words physical optics; laser beam shaping; sinh-Gaussian beams; astigmatic lens; dark hollow beam; phase singularity

OCIS codes 340.6720; 110.7440; 100.5070

1 引言

光波场有两类相位奇异或位错, 一类是点位错或光涡旋, 即波场中的孤立点, 在此点处波场复振幅的实部与虚部同时为零, 因而光强度也为零; 另一类是边缘或刃型位错, 即横平面上某线的两侧相位有 π 的突变^[1-2]。其中, 与光涡旋相关的空心结构被广泛应用于光学的许多领域, 如应用于信息编码领域, 可以增加信

收稿日期: 2016-06-01; 收到修改稿日期: 2016-08-01

基金项目: 贵州理工学院高层次人才引进科研启动经费

作者简介: 朱 浩(1987—), 女, 博士, 副教授, 主从事物理光学、光束传输与变换等方面的研究。

E-mail: jiezh_16@163.com

息存储密度；该结构也可作为光镊、光学扳手等工具，用于微观粒子的操控与囚禁，在生命科学和纳米技术中发挥重要的作用。近年来，空心光涡束的产生、传输等问题一直是研究者广泛关注的重要研究课题，除了采用计算全息术、螺旋相位板、叉形光栅及空间光调制器等传统方法产生涡旋空心光束^[2-8]外，许多新方案也不断出现，如孙川等^[9]利用双环透镜聚焦平行光产生了局域空心光束，施建珍等^[10]设计了用波晶片产生可调矩形空心光束的方案。另外，边缘位错与光涡旋的相互作用问题也已有深入探讨^[11-14]，但是调查发现，除了讨论厄米-高斯模到拉盖尔-高斯模的转换，以及冯博等^[15]就光波场中多边位错向螺旋位错的转化外，边缘位错与光涡旋的相互转换问题鲜有报道。实际上，双曲正弦-高斯光束、正弦(余弦)-高斯光束等可携有单个或多个边缘位错，Casperson 等^[16-17]和 Tovar 等^[18]证明这类光束是波动方程在直角坐标系下的解析解，而且还设计了用正弦类高斯光阑或光腔产生这类光束的方案。此外，研究者对正弦-高斯光束或双曲正弦-高斯光束的传播性质演变等问题也进行了广泛深入的研究^[19-26]。

实际情况下，光学系统存在像差或失调等缺陷是不可避免的，而这些缺陷或不足总是会降低光束质量，因而应该设法消除这些缺陷以对光学系统进行补救^[27-29]。本文以双曲正弦-高斯光束通过像散透镜聚焦系统为例，解释了透镜像散在光束整形中的利用价值。按照柯林斯公式，在获得双曲正弦-高斯光束经过具有像散透镜光场的解析表达式的基础上，分析了双曲正弦-高斯光束经像散透镜聚焦后实现环形空心光束输出的光束参数及透镜参数的控制条件，数值分析了输出平面上光束的光强分布与相位分布的变化情况。

2 基本原理

设在入射平面上双曲正弦-高斯光束的场的复振幅分布形式为

$$E_0(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right) \sinh\left(\frac{\beta_x x + \beta_y y}{w_0}\right), \quad (1)$$

式中 w_0 为基模高斯光束的束腰宽度， β_x 和 β_y 是与正弦部分有关的实参数。显然，横平面上的直线 $\beta_x x + \beta_y y = 0$ 是双曲正弦-高斯光束的唯一边缘位错线，其两边的场的复振幅有 π 的相差。

为了便于讨论，本文考虑简单像散情形，这时透镜的简单像散波像差函数可表示为^[23-24]

$$W(x_0, y_0) = C_6(x^2 - y^2), \quad (2)$$

式中 C_6 为像散系数。

根据广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式，传输场振幅可表示为

$$\begin{aligned} E(x, y, z) = & \frac{i}{\lambda B} \exp\left[-\frac{ikD}{2B}(x^2 + y^2)\right] \iint dx_0 dy_0 E_0(x_0, y_0, 0) \\ & \exp\left[-\frac{ikA}{2B}(x_0^2 + y_0^2) + \frac{ik}{B}(xx_0 + yy_0) - ikW(x_0, y_0)\right], \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$ 为波数， λ 为光波波长， A, B, C, D 是变换矩阵元，对于经透镜聚焦时，其形式为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

式中 f 为焦距。

将(1)和(2)式代入(3)式，得：

$$\begin{aligned} E(x, y) = & \frac{i}{2\lambda B} \exp[-iF(x_w^2 + y_w^2)] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 dy_0 \exp\left[-(1 - i\alpha_+) \frac{x_0^2}{w_0^2} - (1 - i\alpha_-) \frac{y_0^2}{w_0^2}\right] \\ & \left\{ \exp\left[-i(2Fx_w + i\beta_x) \frac{x_0}{w_0} - i(2Fy_w + i\beta_y) \frac{y_0}{w_0}\right] - \exp\left[-i(2Fx_w - i\beta_x) \frac{x_0}{w_0} - i(2Fy_w - i\beta_y) \frac{y_0}{w_0}\right] \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $q_w = q/w_0$ ($q = x$ or y) 为输出平面上的横向标度坐标， $F = F_N \frac{f}{z}$, $F_N = \frac{\pi w_0^2}{\lambda f}$ 为菲涅耳常数。而

$$\alpha_{\pm} = \left(\frac{f}{z} - 1 \pm 2fC_6\right) F_N. \quad (6)$$

高斯积分公式为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha x^2 + \beta x) dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \exp\left(\frac{\beta^2}{4\alpha}\right), \operatorname{Re}(\alpha) > 0, \quad (7)$$

利用(7)式完成(5)式中的积分并整理后可得：

$$E(x, y, z) = E_0 \exp\left[-iF(x_w^2 + y_w^2) - \frac{F^2 x_w^2}{1-i\alpha_+} - \frac{F^2 y_w^2}{1-i\alpha_-}\right] \sin\left(\frac{F\beta_x x_w}{1-i\alpha_+} + \frac{F\beta_y y_w}{1-i\alpha_-}\right), \quad (8)$$

式中 $E_0 = \frac{\pi w_0^2}{\sqrt{(1-i\alpha_+)(1-i\alpha_-)}} \exp\left[\frac{\beta_x^2}{4(1-i\alpha_+)} + \frac{\beta_y^2}{4(1-i\alpha_-)}\right]$ 为像散透镜输出平面上的全局因子。

显然,经像散透镜聚焦后,双曲正弦-高斯光束演变为复宗量正弦-高斯光束形式。(8)式为本文的主要结果,之后的分析中将依据(8)式讨论双曲正弦-高斯光束经像散透镜聚焦后在输出平面上的光强分布及光波相位分布等特性。

3 分析与讨论

根据上节结果可以讨论双曲正弦-高斯光束经像散透镜聚焦后在横平面上的光强 $I(x, y, z) = |E(x, y, z)|^2$ 和相位分布 $\Phi(x, y, z) = \arctan\{\operatorname{Im}[E(x, y, z)]/\operatorname{Re}[E(x, y, z)]\}$ 。如上节所述, β_x 和 β_y 值较小时, 输入平面上双曲正弦-高斯光束光强分布是两斑花样结构。若透镜无像散, 则 $\alpha_+ = \alpha_- = \alpha$, 而(8)式变换为

$$E(x, y, z) = E_0 \exp\left[-iF(x_w^2 + y_w^2) - \frac{F^2(x_w^2 + y_w^2)}{1-i\alpha}\right] \sin\left[\frac{F(\beta_x x_w + \beta_y y_w)}{1-i\alpha}\right], \quad (9)$$

因此正如输入平面上的光强分布,像散透镜输出平面上的光强仍是由边缘位错线 $\beta_x x + \beta_y y = 0$ 分隔的两斑花样。

而当透镜具有简单像散时,(8)式可进一步变换为

$$E(x, y, z) = E_0 \exp\left[-iF(x_w^2 + y_w^2) - \frac{F^2 x_w^2}{1-i\alpha_+} - \frac{F^2 y_w^2}{1-i\alpha_-}\right] \sin\left[F\left(\frac{\beta_x x_w}{1+\alpha_+^2} + \frac{\beta_y y_w}{1+\alpha_-^2}\right) + iF\left(\frac{\alpha_+ \beta_x x_w}{1+\alpha_+^2} + \frac{\alpha_- \beta_y y_w}{1+\alpha_-^2}\right)\right]. \quad (10)$$

基于复正弦函数性质 $\sin(u+i\nu) = \sin u \cosh \nu + i \cos u \sinh \nu$, (u, ν 为实数), (10)式代表的场分布出现零场强度的坐标条件是如下两个方程:

$$\frac{\beta_x x_w}{1+\alpha_+^2} + \frac{\beta_y y_w}{1+\alpha_-^2} = 0, \quad \frac{\alpha_+ \beta_x x_w}{1+\alpha_+^2} + \frac{\alpha_- \beta_y y_w}{1+\alpha_-^2} = 0, \quad (11)$$

同时满足,显然只有唯一解 $x_w = y_w = 0$ (坐标原点),即双曲正弦-高斯光束经像散透镜后,其强度由输入平面上过原点的零强度暗线演变为输出平面上的孤立零强度暗点。孤立零强度暗点的出现意味着双曲正弦-高斯光束经像散透镜后光场演变成了涡旋相位奇异,而透镜的像散是实现这种演变的关键因素,因此透镜像散可用来将边缘位错转换为螺旋位错,即在光束整形方面具有可资利用的正效应。

特别地,在焦点 $z=f$ 处, $\alpha_+ = -\alpha_- = 2fC_6$, (8)式简化为

$$E(x, y, z) = E_0 \exp\left[-iF(x_w^2 + y_w^2) - \frac{F^2 x_w^2}{1-i\alpha_+} - \frac{F^2 y_w^2}{1+i\alpha_+}\right] \sin\left(F \frac{\beta_x x_w + \beta_y y_w}{1+\alpha_+^2} + i\alpha_+ F \frac{\beta_x x_w - \beta_y y_w}{1+\alpha_+^2}\right), \quad (12)$$

显然只有原点($x=y=0$)才是像散透镜输出平面上的光强度为零的孤立点,而且光束分布结构主要取决于 F 、 β_x (β_y) 及 $2fC_6$ 3 个参数。

按照(12)式,当光束参数 $\beta_x = \beta_y = 1/3$ 、菲涅耳数 $F_N = 50$ 、复合参数 $2fC_6 = 1$ 时,双曲正弦-高斯光束在像散透镜焦平面($z=f$)上的归一化光强、相位分布与场复振幅曲线如图 1 所示。从图 1(a)可见,在像散透镜焦平面上,双曲正弦-高斯光束的场强分布可呈现出理想的空心结构,即沿亮环的强度分布几乎是相同或均匀的,需要说明的是,此处给出的是归一化强度分布且空间坐标 x_w 和 y_w 已按输入束腰宽度标度化。相位分布数值结果明显表明,在场(环)中心处出现了拓扑荷指数为 1 的正则光涡旋(场复振幅分布过原点的零

值实、虚线各只有一条且正交),如图 1(b)和(c)所示,这也与(10)式和(11)式理论分析得出的结果一致。值得注意的是,图 1(b)给出的螺旋位错线是分段或弯折的。

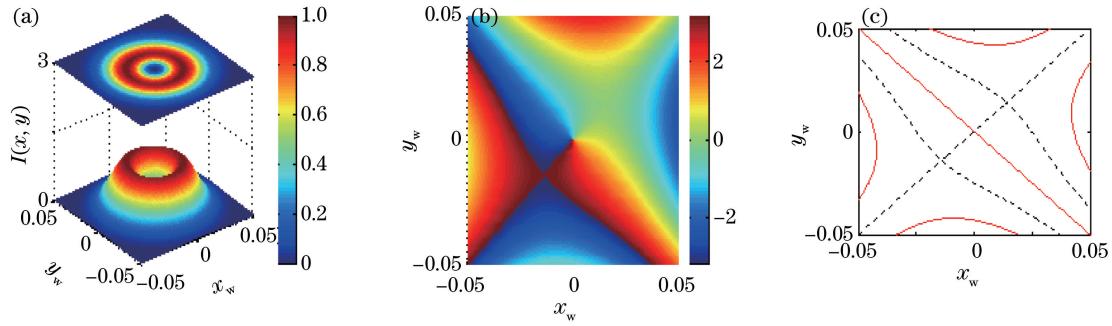


图 1 双曲正弦-高斯光束在像散透镜焦平面($z=f$)上的(a)归一化光强、
(b)相位分布和(c)场复振幅零实部(实线)和零虚部(虚线)曲线

Fig. 1 (a) Normalized intensity profiles, (b) phase distributions and (c) field complex amplitude zero real part (solid lines) and zero imaginary part (dashed lines) of sinh-Gaussian beams passing through astigmatic lens on focal plane ($z=f$)

实际上,计算表明,只要 $|\beta_x| (|\beta_y|)$ 小于 $1/2$,适当选择其他参数都可获得较理想的空心光束输出,而对于更大的 $|\beta_x| (|\beta_y|)$,则无论其他参数如何选择,都不可能获得理想的空心光束,这是给 $|\beta_x| (|\beta_y|)$ 所加的条件。另外,对于给定的 F_N 、 $|\beta_x| (|\beta_y|)$ 和 f ,要得到较理想的空心光束,由(12)式及数值计算结果可知,像散系数 C_6 与焦距 f 满足关系 $2fC_6 \approx 1$ 时,空心光束具有较理想的结构,如图 2 所示。考虑到实际透镜的焦距范围,要求有较大的透镜像散 C_6 ,例如 f 在几十到数百毫米范围时, C_6 应在 10^{-3} mm^{-1} 量级甚至更高。另外,从图 2(a)可知,没有像散时聚焦光束仍如输入光束一样是两斑结构,这与前面分析的结果一致。显然,当 $2fC_6=1$ 时,输出光束有理想结构的空心强度分布,如图 2(c)所示;而当 $2fC_6$ 偏离 1 时,理想的空心强度分布逐渐消失[图 2(b)和(d)]。

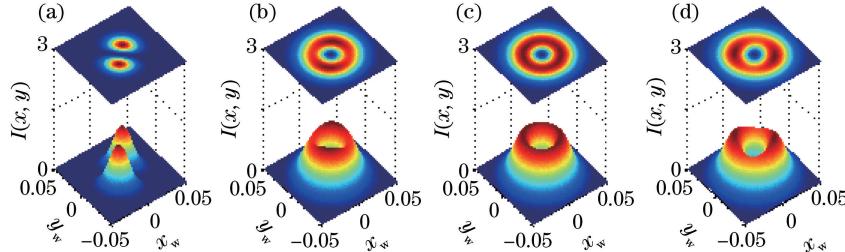


图 2 当 $\beta_x=\beta_y=1/3, F_N=50$ 时,不同像散条件下双曲正弦-高斯光束在像散透镜焦平面($z=f$)上的光强分布。

(a) $2fC_6=0$; (b) $2fC_6=0.9$; (c) $2fC_6=1$; (d) $2fC_6=1.1$

Fig. 2 While $\beta_x=\beta_y=1/3$, $F_N=50$, light intensity distribution of sinh-Gaussian beams passing through astigmatic lens on the focal plane ($z=f$) with different astigmatic conditions. (a) $2fC_6=0$; (b) $2fC_6=0.9$; (c) $2fC_6=1$; (d) $2fC_6=1.1$

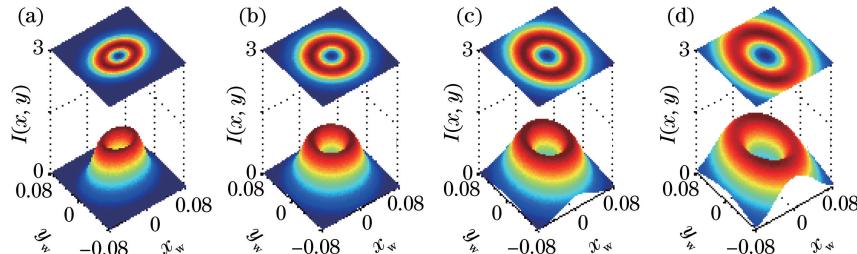


图 3 当 $\beta_x=\beta_y=1/3, 2fC_6=1, F_N=30$ 时,像散透镜聚焦双曲正弦-高斯光束时不同位置处的光强分布。

(a) $z/f=4/5$; (b) $z/f=1$; (c) $z/f=6/5$; (d) $z/f=3/2$

Fig. 3 While $\beta_x=\beta_y=1/3$, $2fC_6=1$, $F_N=30$, light intensity distribution of sinh-Gaussian beams passing through astigmatic lens on the focal plane with different propagation distances. (a) $z/f=4/5$; (b) $z/f=1$; (c) $z/f=6/5$; (d) $z/f=3/2$

输出光束理想空心光斑结构对传输距离 z 的依赖关系如图 3 所示,对于给定的光束参数 β_x (β_y)、透镜参数 $2fC_6$ 和菲涅耳数 F_N ,输出光束在足够大的传输距离内具有理想空心结构,即有相当大的焦深。从图 3 可知, z/f 在 $4/5\sim6/5$ 范围内时,输出光束都有相当好的均匀环形光强分布,因而空心光管的长度可达 $2f/5$ 。如取典型值,即菲涅耳数 $F_N=30$,激光波长 $\lambda=632.8$ nm,焦距 $f=500$ mm,对应的输入束腰宽度 $w_0\approx1.73$ mm,此时的像散系数 C_6 近似为 10^{-3} mm $^{-1}$,从而获得的空心光管长度 $2f/5\approx200$ mm。

不同光束参数 β_x (β_y) 和菲涅耳数 F_N 时,输出光束的光斑结构如图 4 所示。由图 4(a)~(c) 可见,对于给定的光束参数 $\beta_x=\beta_y=1/3$ 和透镜参数 $2fC_6=1$,随着菲涅耳数 F_N 的逐渐增加,焦平面上的空心光束的环形结构逐渐变小,但总是具有理想空心结构;这是因为对于给定的其他条件, F_N 大意味着透镜焦距小,故有更强的聚光能力。但当 $|\beta_x|$ 偏离 $|\beta_y|$ [图 4(d)] 时,输出光束的理想空心结构消失。因此,为了实现理想空心光束输出,应尽量使参数 β_x 和 β_y 接近。

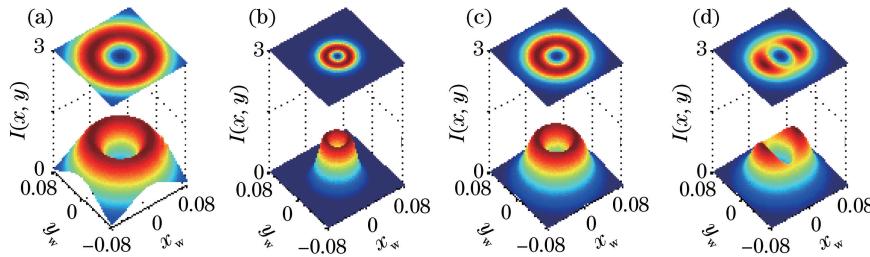


图 4 当 $2fC_6=1$ 时,双曲正弦-高斯光束在像散透镜焦平面($z=f$)上的光强分布。(a) $\beta_x=\beta_y=1/3, F_N=20$;
(b) $\beta_x=\beta_y=1/3, F_N=50$; (c) $\beta_x=\beta_y=1/3, F_N=30$; (d) $\beta_x=1/3, \beta_y=4\beta_x/5, F_N=30$

Fig. 4 While $2fC_6=1$, light intensity distribution of sinh-Gaussian beams passing through astigmatic lens on the focal plane ($z=f$). (a) $\beta_x=\beta_y=1/3, F_N=20$;
(b) $\beta_x=\beta_y=1/3, F_N=50$; (c) $\beta_x=\beta_y=1/3, F_N=30$; (d) $\beta_x=1/3, \beta_y=4\beta_x/5, F_N=30$

总之,为了使双曲正弦-高斯光束转变为理想空心光束,光束的结构参数(w_0, β_x, β_y)及透镜的简单像散程度(C_6 参数)与焦距 f 要谨慎设计,上述讨论结果给出了控制这些参数范围的参考建议。

4 结 论

报道了利用像散透镜将边缘位错光束聚焦转换为具有涡旋相位奇异空心光束的方案,基于广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式,推导了双曲正弦-高斯光束经像散透镜聚焦的场分布解析表达式,研究了双曲正弦-高斯光束在像散透镜焦平面上及焦平面附近的光强分布与相位特性。结果表明:双曲正弦-高斯光束经无像散透镜聚焦后,其场强度分布基本结构仍为由暗场边缘位错线分隔的两斑花样;透镜有像散时,具有单一边缘位错的双曲正弦-高斯光束经像散透镜聚焦后,能够转换为具有光涡旋和理想强度花样的空心光束。同时,对影响光束强度分布结构的像散透镜参数与光束参数进行了分析讨论,并用数值计算证实了理论分析结果。特别地,透镜的像散是双曲正弦-高斯光束经像散透镜后能形成空心光束的关键条件,在一定条件下能形成相当长的理想暗空心光管。值得注意的是,本文利用简单像散透镜将边缘位错聚焦转换为理想空心光束是用双曲正弦-高斯光束为例进行的,对其他一般边缘位错光束的转换值得进一步深入分析探讨。

参 考 文 献

- 1 Nye J F, Berry M V. Dislocations in wave trains[J]. Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical and Physical Sciences, 1974, 336(1605): 165-190.
- 2 Yao A M, Padgett M J. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications[J]. Advances in Optics and Photonics, 2011, 3(2): 161-204.
- 3 Yin J P, Gao W J, Zhu Y F. Generation of dark hollow beams and their applications[J]. Progress in Optics, 2003, 45: 119-204.
- 4 Ostrovsky A S, Rickenstorffparrao C, Arrizon V. Generation of the perfect optical vortex using a liquidcrystal spatial light modulator[J]. Optics Letters, 2013, 38(4): 534-536.

- 5 Huang S J, He C, Wang T Y. Generation of sidelobe-free optical vortices utilizing object-oriented computer generated holograms[J]. Journal of Optics, 2014, 16(3): 035402.
- 6 Wang Yadong, Gan Xuetao, Ju Pei, et al. Control of topological structure in high-order optical vortices by use of noncanonical helical phase[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(3): 034204.
王亚东, 甘雪涛, 俱沛, 等. 利用非传统螺旋相位调控高阶涡旋光束的拓扑结构[J]. 物理学报, 2015, 64(3): 034204.
- 7 Deng D G, Fu X Y, Wei C Y, et al. Far-field intensity distribution and M2 factor of hollow Gaussian beams[J]. Applied Optics, 2005, 44(33): 7187-7190.
- 8 Cai Y J, Zhang L. Coherent and partially coherent dark hollow beams with rectangular symmetry and paraxial propagation properties[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2006, 23(7): 1398-1407.
- 9 Sun Chuan, He Yanlin, Wu Fengtie. Bottle beam generation with a double ring lens by focusing parallel light[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(12): 1208001.
孙川, 何艳林, 吴逢铁. 双环透镜聚焦平行光产生局域空心光束[J]. 光学学报, 2015, 35(12): 1208001.
- 10 Shi Jianzhen, Xu Shuwu, Ji Xianming, et al. Generation of the tunable rectangular hollow beams by using wave plates[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(9): 0926001.
施建珍, 徐淑武, 纪宪明, 等. 用波晶片产生可调矩形空心光束[J]. 光学学报, 2015, 35(9): 0926001.
- 11 Petrov D V. Vortex-edge dislocation interaction in a linear medium[J]. Optics Communications, 2001, 188(5-6): 307-312.
- 12 Yan H W, Lü B D. Vortex-edge dislocation interaction in the presence of an astigmatic lens[J]. Optics Communications, 2009, 282(5): 717-726.
- 13 Yan H W, Lü B D, Gao Z H, et al. Interaction of two edge dislocations in free-space propagation[J]. Chinese Physics B, 2011, 20(1): 014201.
- 14 Chen H T, Gao Z H, Yang H J, et al. Interaction between a vortex and an edge dislocation nested in a cos-Gaussian beam passing through a tilted lens[J]. Journal of Modern Optics, 2012, 59(6): 579-586.
- 15 Feng Bo, Gan Xuetao, Liu Sheng, et al. Transformation of multi-edge-dislocations to screw-dislocations in optical field[J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(9): 094203.
冯博, 甘雪涛, 刘圣, 等. 光波场中多边位错向螺旋位错的转化[J]. 物理学报, 2011, 60(9): 094203.
- 16 Caspelson L W, Hall D G, Tovar A A. Sinusoidal-Gaussian beams in complex optical systems[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1997, 14(12): 3341-3348.
- 17 Caspelson L W, Tovar A A. Hermite-sinusoidal-Gaussian beams in complex optical systems[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1998, 15(4): 954-961.
- 18 Tovar A A, Caspelson L W. Production and propagation of Hermite-sinusoidal-Gaussian laser beams[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1998, 15(9): 2425-2432.
- 19 Zhang Bin, Ma Hong, Lü Baida. M2-factor and coherent-mode decomposition of sinh-Gaussian beams[J]. Acta Physica Sinica, 1999, 48(10): 1869-1874.
张彬, 马虹, 吕百达. 双曲正弦高斯光束的M2因子和相干模分解[J]. 物理学报, 1999, 48(10): 1869-1874.
- 20 Eyyuboglu H T, Baykal Y. Hermite-sine-Gaussian and Hermite-sinh-Gaussian laser beams in turbulent atmosphere[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2005, 22(12): 2709-2718.
- 21 Eyyuboglu H T, Tanyer H. Hermite hyperbolic/sinusoidal Gaussian beams in ABCD systems[J]. Optik, 2007, 118(6): 289-295.
- 22 Ding P H, Qu J, Meng K, et al. The beam quality of nonparaxial Hermite-sine-Gaussian beam [J]. Optics Communications, 2008, 281(3): 395-400.
- 23 He Xuemei, Lü Baida. Dynamic evolution of composite coherence vortices by superimpositions of partially coherent hyperbolic-sine-Gaussian vortex beams in non-Kolmogorov atmospheric turbulence[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(5): 054201
何雪梅, 吕百达. 部分相干双曲正弦-Gauss 涡旋光束叠加形成的合成相干涡旋在非 Kolmogorov 大气湍流中的动态演化[J]. 物理学报, 2012, 61(5): 054201.
- 24 Tang H Q, Zhu K C. Generation of dark hollow beam by focusing a sine-Gaussian beam using a cylindrical lens and a focusing lens[J]. Optics & Laser Technology, 2013, 54(30): 68-71.
- 25 Zhu Kaicheng, Tang Huiqin, Zheng Xiaojuan, et al. Gyrorator transform of generalized sinh-Gaussian beam and generation of dark hollow light beam with vortex[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(10): 104210.

- 朱开成, 唐慧琴, 郑小娟, 等. 广义双曲正弦-高斯光束的 Gyrator 变换性质和暗空心光束产生[J]. 物理学报, 2014, 63(10): 104210.
- 26 Zhu K C, Tang H Q, Tang Y, *et al*. Gyrator transform of generalized sine-Gaussian beams and conversion an edge-dislocation into a vortex[J]. Optics & Laser Technology, 2014, 64(7): 11-16.
- 27 Alda J, Bernabeu E. Characterization of aberrated laser beams[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1997, 14(10): 2737-2747.
- 28 Yan H W, Lü B D. Propagation of spectral Stokes singularities of stochastic electromagnetic beams through an astigmatic lens[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2010, 27(3): 375-381.
- 29 Chen H T, Gao Z H, Yang H J, *et al*. Propagation of Riemann-Silberstein vortices through an astigmatic lens[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2012, 29(11): 2406-2414.