

斜入射下薄膜体折射率不均匀度快速反演模型

简钰东 汤建勋 吴素勇 谭中奇

国防科学技术大学光电科学与工程学院, 湖南长沙 410073

摘要 体折射率不均匀是一种常见的薄膜缺陷,其反演计算对于膜系的设计和制备都有重要影响。推导出体折射率不均匀薄膜的膜系特征矩阵,建立斜入射条件下的不均匀膜光谱特性计算的近似模型,探讨模型的计算精度和计算时间,并利用模型计算椭圆角验证模型的可行性。结果表明,斜入射条件下的不均匀薄膜模型为基于宽带光谱测量数据拟合的膜层缺陷数值反演应用提供了快速有效的方法。

关键词 薄膜; 缺陷反演模型; Schröder近似; 斜入射; 不均匀薄膜

中图分类号 O484.4 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201636.0131001

Model for Rapid Reverse Determination of the Refractive Index Bulk Inhomogeneity of Thin Films at Oblique Incidence

Jian Yudong Tang Jianxun Wu Suyong Tan Zhongqi

College of Optoelectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology,
Changsha, Hunan 410073, China

Abstract Bulk inhomogeneity of refractive index is a normal kind of film defects, the reverse determination of which can be vital for the design and manufacture of coatings. The characteristic matrix of inhomogeneous thin films is derived, and an approximation model for the spectral characteristics calculation of the thin films at oblique incidence is presented using the matrix method. The calculation accuracy and time consumption of the presented approximation model are discussed in details. The effectiveness of the model is proved by calculating the ellipsometric angle. It turns out that the model for inhomogeneous films at oblique incidence presents a rapid and effective tool for the numerical optimization algorithm application into the data fitting of measured broadband spectral characteristics of actual multilayer coatings.

Key words thin films; reverse determination model for multilayer defects; Schröder approximation; oblique incidence; inhomogeneous films

OCIS codes 310.5448; 310.6188; 310.6805; 310.6860

1 引言

薄膜的体折射率不均匀性影响薄膜光谱特性,人们对此作了许多理论研究。Borgogno等^[1]基于有效介质近似在正入射条件下给出了体折射率不均匀膜光谱特性的计算模型,但不能方便地运用于薄膜光谱特性的椭圆偏测量。Parjadis等^[2]利用椭圆法计算体折射率不均匀膜光谱特性,但适用条件要求膜层厚度大于入射光的半波长。Ohlídal等^[3]借助WKBJ求解非均匀介质中电磁场来确定光谱特性,由于计算量大,应用于多层膜系时计算时间较长。Franta等^[4]利用Drude近似和 4×4 矩阵计算体折射率不均匀膜的光谱特性,对于折射率梯度较大的薄膜非常有效,但适用条件要求膜厚远小于入射波长,不适用于含微小体折射率不均匀度或膜厚较大的薄膜。Tikhonravov等^[5]基于Schröder近似给出的解析式,探讨了体折射率弱不均匀度对单层膜光谱特性的影响,只局限于正入射情况;基于Born近似利用椭圆法计算不均匀膜的光谱特性,对于复杂折射率轮廓利用积分求解薄

收稿日期: 2015-07-07; 收到修改稿日期: 2015-09-02

基金项目: 国家自然科学基金(61405250, 61205157)

作者简介: 简钰东(1988—),男,硕士研究生,主要从事光学薄膜缺陷反演方面的研究。E-mail: hollymob@163.com

导师简介: 汤建勋(1972—),男,博士,研究员,硕士生导师,主要从事激光陀螺及惯性技术方面的研究。

E-mail: tangjianxun@sina.com

膜位相厚度十分精确,但积分值要作为传递矩阵元积分上限,计算复杂^[6]。研究为体折射率不均匀膜光谱特性计算和反演提供了基础,但是斜入射条件下缺少简便的光度法矩阵计算模型。

以 Schröder 近似为基础,构建新的特征矩阵,计算斜入射条件下体折射率不均匀多层膜光谱特性,并对该近似模型的有效性和精度进行讨论。

2 斜入射时 Schröder 近似下的体折射率不均匀膜的膜系特征

1941年,德国科学家 Schröder^[7]推导出适用于计算正入射条件下含有微小体折射率不均匀度的介质膜的折射率近似理论。在推导中假定体折射率不均匀膜的折射率变化曲线在膜厚方向上是光滑的,并且在平均折射率附近变化很小。在这一假设条件下,膜层内部的干涉效应被忽略,计算只考虑膜层边界相关的干涉效应。图1为体折射率不均匀的单层膜的折射率轮廓图,其中基底折射率为 n_s ,外界折射率为 n_a , z 轴是垂直于基底沿膜厚方向的轴。不均匀膜层与基底交界处折射率为 n_i ,外界交界处折射率为 n_o ,几何厚度为 d 。设 $n(z)$ 为描述沿 z 轴方向的折射率函数,相对于平均折射率 \bar{n} 有一个微小偏差 $\eta(z)$ 。

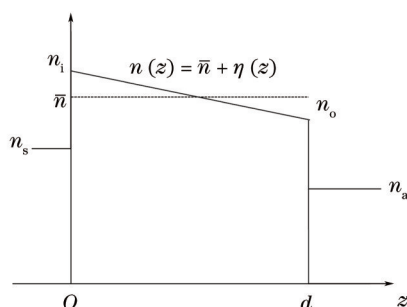


图1 体折射率不均匀单层膜的折射率轮廓图

Fig.1 Schematic of the refractive index profile of an inhomogeneous layer

正入射条件下,基于 Schröder 近似方法得到的特征矩阵为^[8]

$$M = \begin{bmatrix} (n_i/n_o)^{1/2} \cos \varphi & \frac{i \sin \varphi}{(n_o n_i)^{1/2}} \\ i(n_o/n_i)^{1/2} \sin \varphi & (n_o/n_i)^{1/2} \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中位相厚度 $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \bar{n}d$ 。斜入射时,光在不同介质中传播入射角会随着折射率而发生变化,(1)式中折射率应该修正为导纳,即

$$M = \begin{bmatrix} (\eta_i/\eta_o)^{1/2} \cos \varphi & \frac{i \sin \varphi}{(\eta_o \eta_i)^{1/2}} \\ i(\eta_o/\eta_i)^{1/2} \sin \varphi & (\eta_o/\eta_i)^{1/2} \cos \varphi \end{bmatrix}. \quad (2)$$

其中对 S、P 偏振光,导纳修正见表 1。

表 1 斜入射条件下 S 和 P 偏振光的导纳

Table 1 Admittance of S and P polarization at oblique incidence

	η_a	η_i	η_o	η	η_s
S	$n_a \cos \theta_a$	$n_i \cos \theta_i$	$n_o \cos \theta_o$	$\bar{n} \cos \bar{\theta}$	$n_s \cos \theta_s$
P	$n_a / \cos \theta_a$	$n_i / \cos \theta_i$	$n_o / \cos \theta_o$	$\bar{n} / \cos \bar{\theta}$	$n_s / \cos \theta_s$

其中 θ_a 为空气中入射角, θ_i 、 θ_o 、 $\bar{\theta}$ 分别为 $n=n_i$ 、 n_o 、 \bar{n} 处的传播角,此处的 \bar{n} 为膜层的几何平均值 $(n_i n_o)^{1/2}$, θ_s 是基底中传播角,由斯涅耳定律有

$$n_a \sin \theta_a = n_i \sin \theta_i = n_o \sin \theta_o = n_s \sin \theta_s = \bar{n} \sin \bar{\theta} = n(z) \sin \theta(z) \triangleq \alpha, \quad (3)$$

式中 $n(z)$ 为薄膜实际折射率轮廓,随厚度的变化而变化, $\theta(z)$ 为对应的传播角, α 为由入射介质和入射角确定的常系数。

(1)式中的位相厚度 φ 为

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^d n(z) \cos \theta(z) dz = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^d \sqrt{n^2(z) - \alpha^2} dz. \quad (4)$$

若折射率轮廓曲线可以表示为线性函数

$$n(z) = \frac{n_o - n_i}{d} z + n_i, 0 \leq z \leq d. \quad (5)$$

将(5)式代入(4)式得

$$\varphi = \frac{\pi}{\lambda} \frac{d}{n_o - n_i} \left[n_o \sqrt{n_o^2 - \alpha^2} - n_i \sqrt{n_i^2 - \alpha^2} + \alpha^2 \ln \left| \frac{n_i + \sqrt{n_i^2 - \alpha^2}}{n_o + \sqrt{n_o^2 - \alpha^2}} \right| \right], \quad (6)$$

若 $n(z)$ 不是线性函数, 则可以由(4)式用数值积分的方式求出 φ 。

定义体折射率不均匀度为

$$I = \frac{n_o - n_i}{n_o + n_i}, \quad (7)$$

利用 $\bar{n} = (n_i n_o)^{1/2}$ 有

$$n_o = \sqrt{\frac{1+I}{1-I}} \bar{n}, n_i = \sqrt{\frac{1-I}{1+I}} \bar{n}. \quad (8)$$

当入射光为 S 偏振光时, 对于(1)式的 $(n_i n_o)^{1/2}$ 进行修正, 由于体折射率不均匀度微小, 令其在 0 附近作泰勒展开, 有

$$(\eta_o/\eta_i)^{1/2} = \left(\frac{n_o^2 - \alpha^2}{n_i^2 - \alpha^2} \right)^{1/4} = \left[\frac{(1+I)^2 \bar{n}^2 - (1-I)^2 \alpha^2}{(1-I)^2 \bar{n}^2 - (1-I)^2 \alpha^2} \right]^{1/4} = 1 + \frac{\bar{n}^2}{\bar{n}^2 - \alpha^2} I + \frac{\bar{n}^4}{2(\bar{n}^2 - \alpha^2)^2} I^2 + o(I^2), \quad (9)$$

在一阶近似下忽略 I^2 及以上高阶分量, 则有

$$(\eta_o/\eta_i)^{1/2} \approx 1 + \frac{\bar{n}^2}{\bar{n}^2 - \alpha^2} I, \quad (10)$$

同理有

$$(\eta_i/\eta_o)^{1/2} = 1 - \frac{\bar{n}^2}{\bar{n}^2 - \alpha^2} I + \frac{\bar{n}^4}{2(\bar{n}^2 - \alpha^2)^2} I^2 + o(I^2) \approx 1 - \frac{\bar{n}^2}{\bar{n}^2 - \alpha^2} I. \quad (11)$$

对于 P 偏振光,

$$(\eta_o/\eta_i)^{1/2} = 1 + \frac{\bar{n}^2 - 2\alpha^2}{\bar{n}^2 - \alpha^2} I + \frac{(\bar{n}^2 - 2\alpha^2)^2}{2(\bar{n}^2 - \alpha^2)^2} I^2 + o(I^2) \approx 1 + \frac{\bar{n}^2 - 2\alpha^2}{\bar{n}^2 - \alpha^2} I, \quad (12)$$

$$(\eta_i/\eta_o)^{1/2} = 1 - \frac{\bar{n}^2 - 2\alpha^2}{\bar{n}^2 - \alpha^2} I + \frac{(\bar{n}^2 - 2\alpha^2)^2}{2(\bar{n}^2 - \alpha^2)^2} I^2 + o(I^2) \approx 1 - \frac{\bar{n}^2 - 2\alpha^2}{\bar{n}^2 - \alpha^2} I. \quad (13)$$

而对于(1)式中的 $\bar{n} = (n_i n_o)^{1/2}$ 修正, 对 $I=0$ 附近泰勒展开时, 一阶项 I 的系数为 0, 忽略高阶小量, 只保留零阶项, 对于 S 偏振光, 有

$$(\eta_o \eta_i)^{1/2} = (\bar{n}^2 - \alpha^2)^{1/2} - \frac{\alpha^2 \bar{n}^2}{(\bar{n}^2 - \alpha^2)^{3/2}} I^2 + o(I^2) \approx (\bar{n}^2 - \alpha^2)^{1/2} = \eta, \quad (14)$$

对于 P 偏振光, 有

$$(\eta_o \eta_i)^{1/2} = \frac{\bar{n}^2}{(\bar{n}^2 - \alpha^2)^{1/2}} + \frac{\alpha^2 \bar{n}^4}{(\bar{n}^2 - \alpha^2)^{5/2}} I^2 + o(I^2) \approx \frac{\bar{n}^2}{(\bar{n}^2 - \alpha^2)^{1/2}} = \eta. \quad (15)$$

综上, 一阶近似下体折射率不均匀薄膜的特征矩阵为

$$M = \begin{bmatrix} (1 - A \cdot I) \cos \varphi & \frac{i \sin \varphi}{\eta} \\ i \eta \sin \varphi & (1 + A \cdot I) \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (16)$$

式中

$$A = \begin{cases} \frac{\bar{n}^2}{\bar{n}^2 - \alpha^2}, & \text{S polarization} \\ \frac{\bar{n}^2 - 2\alpha^2}{\bar{n}^2 - \alpha^2}, & \text{P polarization} \end{cases}. \quad (17)$$

膜层厚度方向上折射率曲线不能用连续函数表示时,可将膜层按折射率曲线区间分成多层膜系,使膜系中每个子层膜内的折射率连续,对子层膜求解出特征矩阵,再按顺序求乘积可得整个膜层的特征矩阵,进而可以计算光谱特性。可以预见,当体折射率不均匀度 l 较大时,上述一阶近似的精度会下降,此时可以保留(9)、(11)、(12)、(13)、(14)、(15)式的二阶项,以便得到更高的计算精度。

3 模型有效性、精度和时间的讨论

由于在推导体折射率不均匀薄膜特征矩阵的过程中,采用了一阶近似条件,故要求体折射率不均匀度值较小。运用有效介质理论,将折射率不均匀膜层无限细分成厚度极薄的子层,每个子层可近似成均匀膜,再用传递矩阵法计算多层子膜系的光谱特性,是准确计算折射率不均匀薄膜光谱特性的常用方法。当划分子层足够多的时候,可以获得精确的膜层光谱特性。因此,分别改变体折射率不均匀度和入射角,利用提出的近似计算模型计算体折射率不均匀单层膜的反射率,并与利用基于有效介质理论的多层膜近似计算所得反射率对比,可判断出所提出的计算模型的适用范围及其精度。

以平均折射率为 2.3、基底厚度为 300 nm 的单层膜为例,分析其在入射波长为 300~900 nm 范围内的光谱特性。从空气入射的入射角为 15° ,设该单层膜体折射率不均匀度 l 分别为 0.01、0.03、0.05。图 2(a)为近似模型计算 S 偏振光反射率 R_s 和利用有效介质近似(将不均匀膜近似为 1000 层折射率渐变的均匀单层膜系)计算 S 偏振光反射率 R_{se} 的差值曲线,图 2(b)为 P 偏振光的情形。可以看出,对 S 和 P 偏振光,近似模型的计算反射率与有效介质计算的精确值,在整个光谱区基本一致,最大偏差分别不超过 3×10^{-4} 、 1.0×10^{-3} 、 2.3×10^{-3} ,理论上证明了提出的近似模型的有效性。

当使用光度测量数据去反演薄膜的体折射不均匀度时,要结合测量仪器精度选择合理的反演模型。例如,目前高精度分光光度计在可见光波段的透射率测量精度约为 10^{-3} ,若基于此仪器测定数据去反演,对体折射率不均匀度大于 0.03 的薄膜,上述模型带来的近似计算误差会使所得结果的物理意义下降,或者不可信。此时可以考虑将体折射率不均匀度的二阶项引入上述特征矩阵中,进一步扩大其适用范围。对于不同入射角的情形,选定体折射率不均匀度为 0.03,改变入射角为 15° 、 30° 、 45° 、 60° ,图 3 为 S 和 P 偏振光下上述两模型计算的反射率的差值曲线。可以看出,S 偏振光随入射角的增大模型精度下降,P 偏振光随入射角的增大模型精度上升,且在 15° 、 30° 、 45° 、 60° 的入射角下,最大计算偏差分别不超过 1.0×10^{-3} 、 1.2×10^{-3} 、 1.4×10^{-3} 、 1.6×10^{-3} ,证明提出的模型对各种斜入射条件都适用。从(17)式可以看出,当入射角为 0° 时,系数 $A=1$,S 偏振和 P 偏振情况的特征矩阵形式相同,特征矩阵简化为

$$M = \begin{bmatrix} (1-l)\cos\varphi & \frac{i\sin\varphi}{\bar{n}} \\ i\bar{n}\sin\varphi & (1+l)\cos\varphi \end{bmatrix}, \quad (18)$$

相当于(1)式的一阶近似,特征矩阵中直接体现出体折射率不均匀度,在反演计算中对于体折射率不均匀度的表征更为直接。

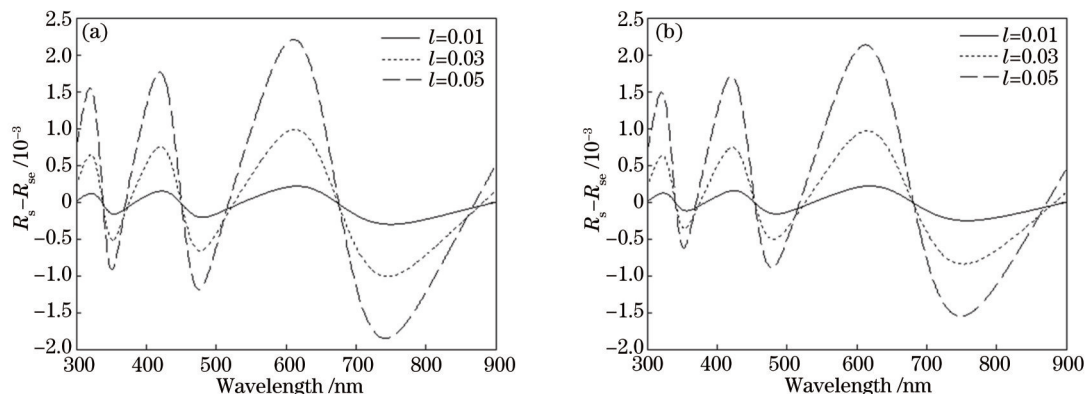


图 2 入射角为 15° 时,不同体折射率不均匀度的情况下,近似模型计算的反射率和精确反射率的差值曲线。(a) S 偏振光; (b) P 偏振光

Fig.2 Difference curves between the reflectance of the light calculated by the presented model and the exact reflectance at different inhomogeneities when the incident angle is 15° . (a) S-polarized light; (b) P-polarized light

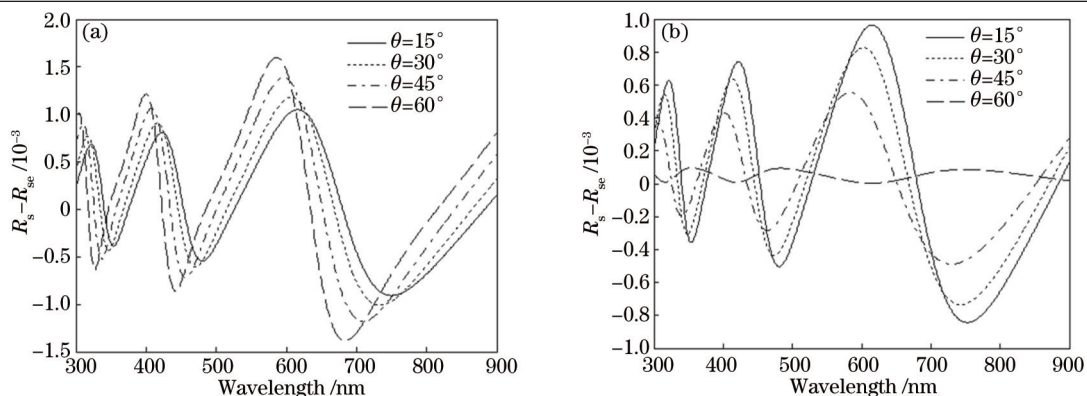


图3 体折射率不均匀度为0.03时,不同入射角的情况下,近似模型计算的反射率和精确反射率的差值曲线。
(a) S偏振光; (b) P偏振光

Fig.3 Difference curves between the reflectance of the light calculated by the presented model and the exact reflectance at different incident angles when the inhomogeneity is 0.03. (a) S-polarized light; (b) P-polarized light

在薄膜光谱特性测量中,光度法原理直观,结构与操作简单,但由于宽带光源光功率的起伏,存在难以克服的系统误差,测量精度进一步提高受限^[9-11]。椭圆偏振法将薄膜强度和相位信息转化为偏振角度测量,使测量精度大为提高,从20世纪60年代至今广泛应用于均匀薄膜的折射率与厚度的精密测量^[12-15]。Carniglia^[16]指出幅度椭圆角 Ψ 在1/4波点对于薄膜的体折射率不均匀度不敏感,而在半波点处对薄膜的体折射率不均匀度十分敏感,所以利用椭圆偏振法对薄膜的体折射率不均匀度进行测量也是一种常用方法。

为了进一步验证有效性,文献[6]中讨论的折射率不均匀单层膜为例^[6],厚度为300 nm,平均折射率为2.3,基底折射率为1.46,空气折射率为1.00,入射角为65°时,对比体折射率不均匀度为-0.03和均匀膜的幅度椭圆角的计算曲线。计算这一单层膜光谱特性所用方法是Born近似,结果如图4(a)所示。图4(b)为使用提出的近似模型计算所得到的透射率曲线,可以看出两者完全一致,证明了该模型的正确性。

同时,不同于Schröder近似只考虑介质膜边界处折射率的突变,Born近似精确包含膜层内部的干涉影响,忽略在介质内求解电磁场过程中的小量,对于折射率轮廓复杂的不均匀膜,Born近似有很好的适用效果^[6]。但是由于在计算中需要大量积分运算,其计算时间远大于Schröder近似的计算时间,特别是在多层膜光谱特性反演计算时更加明显。以上述单层膜层为例,利用程序循环,分别利用文献[6]中的Born近似模型和提出的Schröder近似模型,多次计算其单层膜透射率,在Matlab上[处理器为AMD Athlon(tm) II×2 250]对比各自的计算时间,结果如图5所示。可以看出,提出的模型的计算时间约为文献[6]的1/4,在保证计算精度的同时,极大地提高了计算速度,计算效率上的优势十分显著,使得各种复杂的数值优化算法更易在基于宽带光谱数据拟合的薄膜反演应用中得到实施,这将极大地提高薄膜缺陷反演结果的可行性和可靠性。

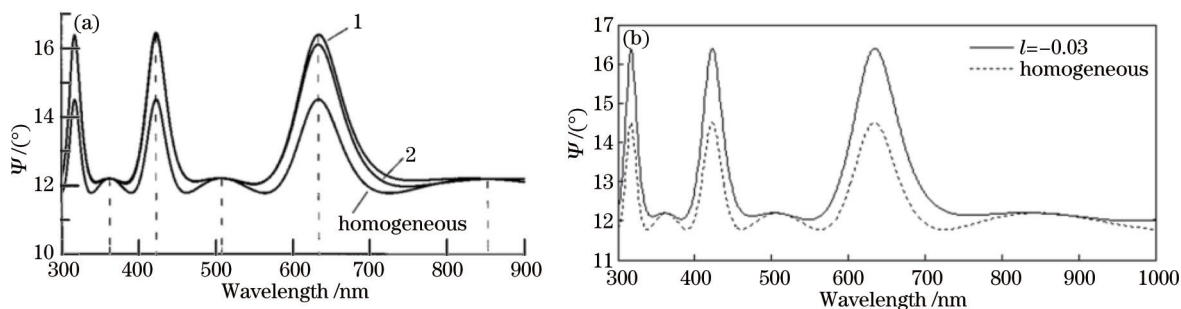


图4 (a)文献[6]中计算的幅度椭圆角 Ψ 对比; (b)提出的模型计算的 Ψ 对比

Fig.4 Comparison of the ellipsometric angle Ψ (a) in Ref.[6] and (b) calculated by the model presented above

另外,提出的模型要求薄膜厚度不能远小于波长,因为厚度远小于波长时,镀制薄膜时工艺变化参数非常小,体折射率不均匀可以忽略不计,薄膜更接近均匀膜。

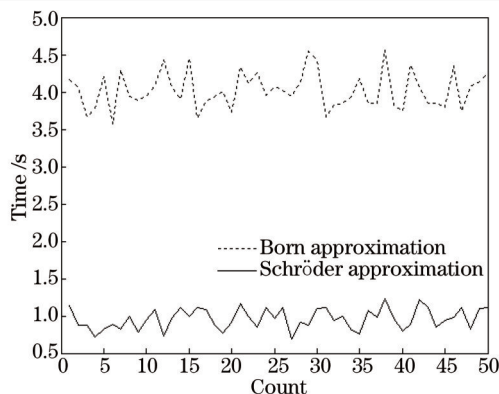


图5 不同方法计算时间的对比

Fig.5 Comparison of different methods of calculation time

4 结 论

从 Schröder 近似出发,利用体折射率不均匀度的概念,通过修正导纳的推广,建立斜入射条件下体折射率不均匀度一阶和二阶近似的反演计算模型。一方面利用有效介质理论的多层膜近似方法,理论上证明该模型的有效性;另一方面以椭圆计算曲线为对比横向验证其有效性。提出的体折射率不均匀薄膜光谱特性计算模型,形式上与均匀膜的特征矩阵法类似,同时考虑不同入射角度对计算精度的影响;在保证计算精度的同时,相比现有含大量积分运算的 Born 近似方法极大缩短了计算时间,为各种数值优化算法在多层膜体折射率不均匀度缺陷反演的应用提供可行性,增强反演结果的可靠性。

参 考 文 献

- 1 J P Borgogno, B Lazarides, E Pelletier. Automatic determination of the optical constants of inhomogeneous thin films[J]. *Applied Optics*, 1982, 22(15): 4020-4029.
- 2 G P de Larivière, J M Frigerio, J Rivory, *et al.*. Estimate of the degree of inhomogeneity of the refractive index of dielectric films from spectroscopic ellipsometry[J]. *Applied Optics*, 1992, 31(28): 6056-6061.
- 3 I Ohlídal, D Franta. Matrix formalism for imperfect thin films[J]. *Acta Physica Slovaca*, 2000, 50(4): 489-500.
- 4 D Franta, I Ohlídal. Calculation of the optical quantities characterizing inhomogeneous thin films using a new mathematical procedure based on the matrix formalism and Drude approximation[C]. *SPIE*, 2001, 4356: 207-212.
- 5 A V Tikhonravov, M K Trubetskov, B T Sullivan, *et al.*. Influence of small inhomogeneities on the spectral characteristics of single thin films[J]. *Applied Optics*, 1997, 36(28): 7188-7198.
- 6 A V Tikhonravov, M K Trubetskov, A V Krasilnikova. Spectroscopic ellipsometry of slightly inhomogeneous nonabsorbing thin films with arbitrary refractive-index profiles: Theoretical study[J]. *Applied Optics*, 1998, 37(25): 5902-5911.
- 7 H Schröder. Bemerkung zur theorie des lichtdurchgangs durch inhomogene durchsichtige schichten[J]. *Ann Phys(Leipzig)*, 1941, 431(1): 55-58.
- 8 Tang Jinfa, Gu Peifu, Liu Xu, *et al.*. *Modern Technology of Optical Thin Film* [M]. Hanzhou: Zhejiang University Press, 2006: 410.
唐晋发, 顾培夫, 刘旭, 等. *现代光学薄膜技术* [M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2006: 410.
- 9 A V Tikhonravov, M K Trubetskov, G DeBell. On the accuracy of optical thin film parameter determination based on spectrophotometric data[C]. *SPIE*, 2003, 5188: 190-199.
- 10 Wu Suyong, Long Xingwu, Huang Yun, *et al.*. Methods for decreasing optical parameters reverse determination uncertainty of thin films caused by spectral measurement errors[J]. *Chinese J Lasers*, 2009, 36(8): 2171-2177.
吴素勇, 龙兴武, 黄云, 等. 减小由光谱测量数据误差造成的薄膜光学参数反演不确定度的方法[J]. *中国激光*, 2009, 36(8): 2171-2177.
- 11 Shang Peng, Xiong Shengming, Li Linghui, *et al.*. Optical constants and properties of dual-ion-beam sputtering Ta₂O₅/SiO₂ thin film by spectroscopy[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(5): 0531002.
尚鹏, 熊胜明, 李凌辉, 等. 光谱法确定离子束溅射 Ta₂O₅/SiO₂ 薄膜光学常数及其性能[J]. *光学学报*, 2014, 34(5): 0531002.
- 12 Wu Suyong, Long Xingwu, Yang Kaiyong. Technique to minimize the characterization deviations of optical parameters of thin films caused

- by ellipsometric measurement systematic errors[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(6): 0631001.
- 吴素勇, 龙兴武, 杨开勇. 一种最小化薄膜光学参数表征偏差的椭偏测量系统误差处理技术[J]. *光学学报*, 2012, 32(6): 0631001.
- 13 F L McCrackin, E Passaglia, R R Stronberg, *et al.*. Measurement of the thickness and refractive index of very thin films and the optical properties of surfaces by ellipsometry[J]. *J Res Natl Bur Stand*, 1963, 67A: 363-377.
- 14 Liu Jinjing, Luo Xiaoyang, Liu Daoya, *et al.*. Investigation on optical property and negative refractive index in double-layer chiral structure of optical region[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(1): 0116003.
- 刘锦景, 罗孝阳, 刘道亚, 等. 光频段双层手征结构光学特性及负折射率研究[J]. *光学学报*, 2014, 34(1): 0116003.
- 15 Li Jiang, Li Pei, Huang Feng, *et al.*. Accurate determination of optical constants of amorphous absorbing thin films by spectroscopic ellipsometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(4): 0431001.
- 李 江, 李 沛, 黄 峰, 等. 光谱型椭偏仪精确表征非晶吸收薄膜的光学常数[J]. *光学学报*, 2015, 35(4): 0431001.
- 16 C K Carniglia. Ellipsometric calculations for nonabsorbing thin films with linear refractive-index gradients[J]. *J Opt Soc Am*, 1990, A7: 848-856.

栏目编辑: 张 雁