

# 飞秒光频梳的任意长绝对测距理论分析

诸葛晶昌<sup>1</sup> 邢书剑<sup>1\*</sup> 高建树<sup>2</sup>

<sup>1</sup>中国民航大学航空自动化学院,天津 300300

<sup>2</sup>中国民航大学机场学院,天津 300300

**摘要** 传统脉冲干涉测距只能测量离散的长度值,提出了一种利用飞秒光频梳进行任意长绝对测距的方法,建立了多脉冲干涉的时间相干模型,分析了被测距离与多脉冲干涉条纹峰值点位置变化的关系,研究了大气条件的改变对测距结果的影响。模拟结果表明:多脉冲干涉条纹峰值点位置的偏移具有周期性,在一个周期内呈单调性改变;温度和湿度的改变与多脉冲干涉条纹的峰值间距的改变呈正比,而气压和二氧化碳含量的改变与多脉冲干涉条纹的峰值间距的改变呈反比。该分析结果对于在空气中进行长距离绝对测距具有重要意义,可利用建立的模型进行误差补偿,以提高测距精度。

**关键词** 测量;飞秒光频梳;多脉冲干涉;任意长绝对测距;误差补偿

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201636.0112004

## Theoretical Analysis of Arbitrary and Absolute Length Measurement by Using Femtosecond Optical Frequency Comb

Zhuge Jingchang<sup>1</sup> Xing Shujian<sup>1</sup> Gao Jianshu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>College of Aeronautical Automation, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China

<sup>2</sup>Airport College, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China

**Abstract** In order to solve the problem of the difficulties in obtaining consecutive values by the pulse interferometry method, a method of multiple pulse interferometry by using femtosecond optical frequency comb is proposed for the arbitrary and absolute length measurement with high precision. The main principle of the arbitrary and absolute length measurement on the basis of multiple pulse interferometry is expounded, and then the temporal correlation model of multiple pulse train interference fringes is constructed. The peak position shift which can contribute to the distance is analyzed. The effect of dispersion on the correlation fringes is also analyzed. In addition, the effects of the atmosphere environmental variations including temperature, humidity, air pressure, and CO<sub>2</sub> content on the air refractive index, which affects the measuring precision, are simulated. The simulation results show that the shift of the peak position of the multi-pulses interference fringes is periodic and monotonous in a period. The change of temperature and humidity is proportional to the change of the peak distance of the multi-pulse interference fringes, while the change of air pressure and CO<sub>2</sub> content is in opposite.

**Key words** measurement; femtosecond optical frequency comb; multiple pulse interference; arbitrary and absolute length measurement; measuring precision

**OCIS codes** 320.7090; 030.1640; 000.3110

## 1 引言

绝对距离测量是计量领域中的一个重要研究方向,实现高精度绝对测距在科学研究和工程技术领域中

收稿日期: 2015-08-10; 收到修改稿日期: 2015-08-31

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(61405246)、中央高校基本科研业务费(3122015C012)、中国民航大学科研启动基金(2014QD11X)

作者简介: 诸葛晶昌(1981—),男,博士,讲师,主要从事光学检测方面研究。E-mail: 12315414@qq.com

\*通信联系人。E-mail: xingshujian521@163.com

都具有十分重要的作用和意义。绝对测距在大规模制造领域和未来的空间卫星任务中具有广阔的应用前景,例如精密加工技术、深空导航、空间遥感、卫星编队飞行和外行星表面精密测绘等领域对绝对测距都提出了很高的要求<sup>[1-2]</sup>。

20世纪末,超短脉冲激光的研究取得了巨大的进步,特别是飞秒光频梳的出现,为科学研究和工程应用提供了强有力的工具<sup>[3-4]</sup>。飞秒光频梳以其高分辨力、高频率稳定性、高峰值功率和宽光谱特性,被广泛应用于高精度绝对测距<sup>[5-15]</sup>。1996年,Xu等<sup>[16]</sup>首次测量到飞秒激光器不同脉冲序列之间的时间平均载波包络偏移,证明了不同脉冲序列之间具有非常高的时间相干性。2000年,Minoshima等<sup>[17]</sup>首次提出利用飞秒激光进行绝对测距的创新概念,在地下隧道进行了240 m的绝对测距实验。2004年,Ye<sup>[18]</sup>提出了采用飞秒光频梳的飞行时间和条纹相干干涉的组合测量方案,从理论上证明这种技术可以测量任意长的绝对距离。2009年,Cui等<sup>[19]</sup>进行实验验证了利用飞秒光频梳的互相关信号可以实现长距离测量的可行性,实验距离长达50 m。可见利用飞秒光频梳的高时间相干性可以实现长距离测量。

本文提出一种利用飞秒光频梳进行任意长绝对测距的方法,建立了基于改进型迈克耳孙干涉原理的测距系统,建立了在空气中进行测量的多脉冲干涉模型,研究了被测距离与多脉冲干涉条纹峰值点位置变化的关系,分析了大气条件对测距结果的影响,进行了大量的数值模拟。模拟结果表明,研究结果可以用于修正长距离绝对测距结果,进一步提高测量精度。

## 2 任意长绝对测距原理

飞秒光频梳在频域上为一系列初始频率偏移为  $f_{CE0}$ , 频率间隔为  $f_{rep}$  的频率分布;在时域上为一系列等间距的超短脉冲序列,时间间隔为  $T_R = 1/f_{rep}$ , 群速度和相速度之间的载波包络相位偏移为  $\Delta\varphi_{ce} = 2\pi f_{CE0}/f_{rep}$ <sup>[20]</sup>。由于光梳的相位锁定特性,两个相邻脉冲之间的相位关系是固定的,这就使得不同序列脉冲之间可以相互干涉,但是由于脉冲是周期性出现的,在满足相干长度的范围内,只有当脉冲在空间上相互重叠时才可以干涉,且由于飞秒脉冲的脉宽非常小,所以导致测量只能在离散长度值附近很小的范围内进行。例如当脉冲宽度为100 fs时,脉冲序列之间相互重叠的空间长度最大仅为60  $\mu\text{m}$ 。

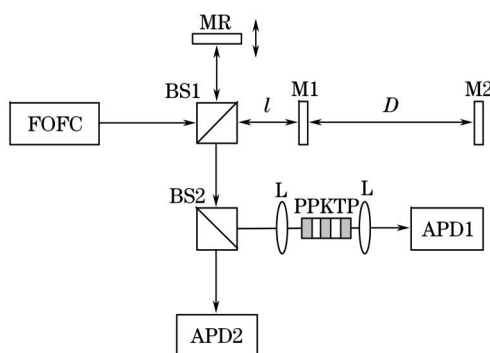


图1 测距原理

Fig.1 Principle of distance measurement

这里为实现对任意绝对长度的测量,设计了基于多脉冲干涉的测距系统,如图1所示。利用飞秒光频梳(FOFC)作为测距光源,其发出的脉冲光入射到改进型迈克耳孙干涉仪中,其中参考光被分光棱镜BS1反射至参考镜MR,进入参考臂,测量光透射过BS1进入测量臂,分别被两个测量镜M1和M2反射,被反射回来的参考光和测量光在BS1处叠加干涉,叠加之后的光经过分光棱镜BS2后可以由光电探测器(APD)分别得到一次干涉条纹和二次干涉条纹。

该干涉仪包括等臂干涉和非等臂干涉两部分,测量臂长分别为  $l$  和  $l+D$ 。通过改变参考臂长使得参考光与两束测量光分别干涉,该方法的优点是不需要标定参考臂长,并且当参考臂的扫描范围大于  $l_{pp}/2$  时,可以测量的绝对距离在理论上为任意长度。被测长度为两片测量镜之间的距离  $D$ ,其可表示为

$$D = (N \times l_{pp} + d) / 2, \quad (1)$$

$$l_{pp} = c_n \times T_R = \frac{c}{n_g \times f_{rep}}, \quad (2)$$

式中  $N$  为整数 ( $N=0,1,2,\dots$ ),  $d$  为两组测量脉冲之间的距离, 即  $d = 2D - N \times l_{pp}$ ,  $l_{pp}$  为脉冲间距,  $c$  为光在真空中的速度,  $c_n$  为光在空气中的速度,  $n_g$  为群折射率。

在时域内考虑一个脉冲, 则参考光  $E_1(t)$  可以表示为<sup>[21]</sup>

$$E_1(t) = A(t + \tau_1) \exp(i\omega_c t + i\omega_c \tau_1 + i\phi_0). \quad (3)$$

由 M1 和 M2 反射回来的测量光  $E_2(t)$  和  $E_3(t)$  可以分别表示为

$$E_2(t) = A(t + \tau_2) \exp(i\omega_c t + i\omega_c \tau_2 + i\phi_0), \quad (4)$$

$$E_3(t) = A(t + \tau_3) \exp(i\omega_c t + i\omega_c \tau_3 + i\phi_0 + iN\Delta\varphi_{cc}), \quad (5)$$

式中  $\tau = x/c_n$ ,  $x$  为光在空气中的传输距离。参考光与测量光叠加后的光  $E_{total}$  可以表示为

$$E_{total} = E_1(t) + E_2(t) + E_3(t). \quad (6)$$

由于光电探测器的响应速度相对于光频是缓慢的, 所以得到的信号是一个平均值, 与时间的慢变部分有关, 则一阶干涉信号可以表示为

$$\begin{aligned} I(\tau) = & \int_{-\infty}^{\infty} (E_{total})^2 dt = \\ & \int_{-\infty}^{\infty} [|E_1(t)|^2 + |E_2(t)|^2] dt + \int_{-\infty}^{\infty} 2 \operatorname{Re}[E_1(t)E_2^*(t)] dt + \\ & \int_{-\infty}^{\infty} [|E_1(t)|^2 + |E_3(t)|^2] dt + \int_{-\infty}^{\infty} 2 \operatorname{Re}[E_1(t)E_3^*(t)] dt, \end{aligned} \quad (7)$$

式中第一个积分和第三个积分为一个直流常数, 而第二个积分和第四个积分为干涉项, 所以只考虑干涉项, 即多脉冲干涉的一阶时间相关函数为

$$\begin{aligned} I_{total} \propto & \cos\left[\frac{\omega_c(x_2 - x_1)}{c_n}\right] \int_{-\infty}^{\infty} \left[ A(t)A\left(t + \frac{x_2 - x_1}{c_n}\right) \right] dt + \\ & \cos\left[\frac{\omega_c(x_3 - x_1)}{c_n} + N\Delta\varphi_{cc}\right] \int_{-\infty}^{\infty} \left[ A(t)A\left(t + \frac{x_3 - x_1}{c_n}\right) \right] dt. \end{aligned} \quad (8)$$

同理, 多脉冲干涉的二阶时间相关函数为

$$\begin{aligned} S_{total} \propto & \frac{1}{2} \cos\left[\frac{2\omega_c(x_2 - x_1)}{c_n}\right] \int_{-\infty}^{\infty} \left[ A(t)^2 A\left(t + \frac{x_2 - x_1}{c_n}\right)^2 \right] dt + \\ & + \cos\left[\frac{\omega_c(x_2 - x_1)}{c_n}\right] \int_{-\infty}^{\infty} \left[ A(t)^2 + A\left(t + \frac{x_2 - x_1}{c_n}\right)^2 \right] dt + \\ & \frac{1}{2} \cos\left[\frac{2\omega_c(x_3 - x_1)}{c_n} + 2N\Delta\varphi_{cc}\right] \int_{-\infty}^{\infty} \left[ A(t)^2 A\left(t + \frac{x_3 - x_1}{c_n}\right)^2 \right] dt + \\ & \cos\left[\frac{\omega_c(x_3 - x_1)}{c_n} + N\Delta\varphi_{cc}\right] \int_{-\infty}^{\infty} \left[ A(t)^2 + A\left(t + \frac{x_3 - x_1}{c_n}\right)^2 \right] dt. \end{aligned} \quad (9)$$

由(8)式和(9)式可以看出, 当  $x_1 = x_2$  和  $x_1 = x_3$  时可以分别得到两个干涉条纹的最大值, 即两个测量脉冲之间的距离  $d = x_3 - x_2$ , 为保证参考光与测量光在空间上相互重叠, 需要参考臂的扫描范围达到  $l_{pp}/2$ 。另外为了避免两个干涉条纹之间相互重叠, 需保证  $\Delta > 2 \times L_{Rcy}$  ( $L_{Rcy}$  为瑞利极限)<sup>[22]</sup>, 这样即可在一次扫描过程同时得到两个彼此分开的干涉条纹。由(8)式和(9)式可以得出测量到的两个干涉条纹之间的相位差为  $N\Delta\varphi_{cc}$ 。在确定  $N$  和  $d$  的值之后即可利用(1)式求得绝对距离  $D$ 。其中, 利用飞行时间、相位差及光强等方法都可以得到准确的  $N$  值<sup>[23]</sup>, 所以影响测距精度的关键在于参数  $d$  的测量精度, 因此这里着重对多脉冲干涉条纹峰值点位置的确定进行研究。

### 3 数值模拟

由(1)式和(2)式可知, 被测距离  $D$  与参数  $d$ 、参数  $N$  和群折射率  $n_g$  有关, 下面分别对这 3 个参数进行分析。

假设光梳在真空中的中心波长为 1560 nm,脉宽 90 fs,脉冲形状为高斯型,  $f_{\text{rep}} = 250 \text{ MHz}$ ,  $f_{\text{CEO}} = 2.5 \text{ MHz}$ 。

### 3.1 参数 $d$ 的仿真分析

假设光在真空中传播,忽略色散对脉冲在时域和频域内的影响,分别在  $d=50, 100, 150 \mu\text{m}$  时,模拟出测量到的多脉冲干涉条纹,参考臂的扫描范围为  $400 \mu\text{m}$ ,扫描步长为  $100 \text{ nm}$ ,结果如图 2 所示。可以看出:随着  $d$  的增大,多脉冲干涉条纹之间的距离也随之增大。另外当  $d=50 \mu\text{m}$  时,一阶相关信号几乎重合,难以分辨其峰值点位置,而二阶相关信号的峰值依然很明显,说明利用二阶相关信号可以测量出更小的  $d$ ,其测量范围相对会更大。

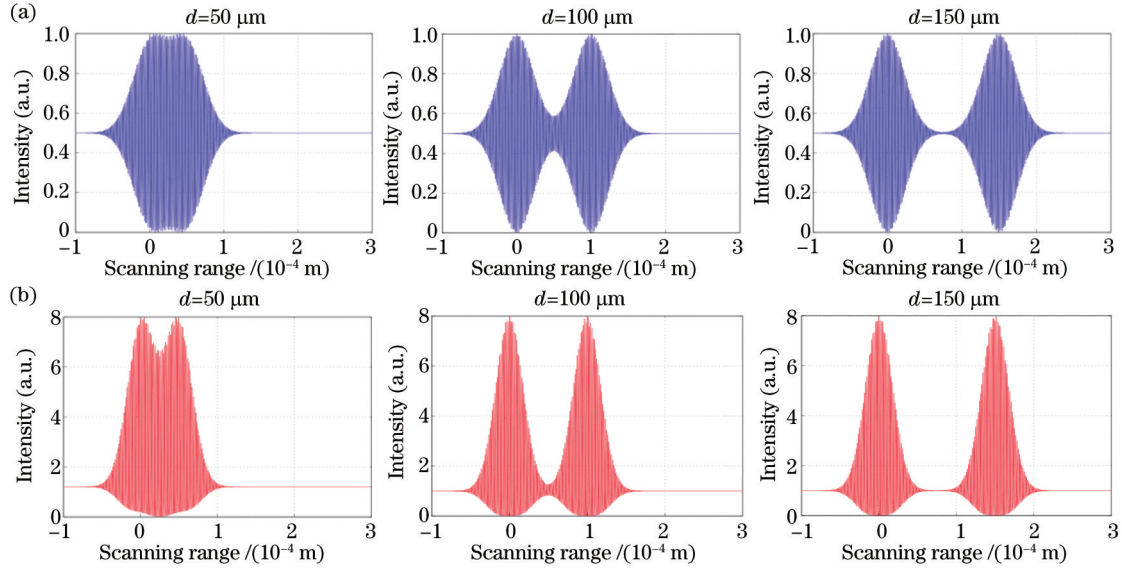


图 2 不同  $d$  对应的多脉冲干涉条纹。(a) 一阶相关信号;(b) 二阶相关信号

Fig.2 Multiple interference by different  $d$ . (a) 1<sup>st</sup> order coherent signal; (b) 2<sup>nd</sup> order coherent signal

### 3.2 参数 $N$ 的仿真分析

由(8)式和(9)式可知,当  $N \neq 0$  时,由于 M2 反射的测量光与参考光之间存在相位偏移,所以其相关函数的峰值点位置会发生偏移,从而影响到两个干涉条纹峰值间的距离  $d$ ,所以需要分析  $N$  对于干涉条纹峰值点位置的影响。当(8)式和(9)式中余弦函数因子的相位为零时,其对应一阶相关和二阶相关函数的峰值点,即

$$\frac{\omega_c d}{c_n} + N\varphi_{cc} = 0 \quad (10)$$

所以干涉条纹峰值点位置的偏移量为

$$\Delta d = -\frac{c_n N \Delta\varphi_{cc}}{\omega_c} = -\frac{f_{\text{CEO}} \lambda_c}{f_{\text{rep}}} N \quad (11)$$

由(11)式可以看出:互相关函数与自相关函数相比,其峰值条纹的位置会向左偏移一个与  $N$  相关的值,系数为  $-\frac{f_{\text{CEO}} \lambda_c}{f_{\text{rep}}}$ 。当  $N=20$  时,一阶互相关和二阶互相关信号如图 3 所示,可以看出当  $N=20$  时,两个信号的峰值点位置都向左偏移了  $0.2933 \mu\text{m}$ 。

为了便于观察,将互相关信号峰值点位置与  $N$  的关系在图 4 中表示,可以得到以下结论:当  $N$  为  $0 \sim 50$  时,互相关信号的峰值点位置会向左偏移,并且随着  $N$  的增大而逐渐增大;而当  $N$  为  $50 \sim 100$  时,互相关信号的峰值点位置会向右偏移,并且随着  $N$  的增大而逐渐减小。以上现象说明当飞秒光频梳的中心波长、重复频率和初始频率偏移都为确定值时,互相关信号的峰值点位置的偏移具有周期性,其周期与  $N$  的非模糊范围相同,同为  $\pi/\Delta\varphi_{cc}$ ,并且在  $N$  的一个非模糊范围内会随着  $N$  的改变而改变,并且具有单调性。

### 3.3 群折射率的影响

由(1)式可知,脉冲间距  $I_{\text{pp}}$  是求解  $D$  的一个重要参数,相当于一个基准长度,而多脉冲干涉条纹的峰值位置会随着  $N \times I_{\text{pp}}$  的改变而不同,由(2)式可知脉冲间距  $I_{\text{pp}}$  与群折射率  $n_g$  有关,在空气中,群折射率可表示为

$$n_g = \frac{c}{v_g} = n(f_c) + f \frac{\partial n}{\partial f} \quad (12)$$

式中  $v_g$  为群速度,  $n(f_c)$  为中心波长的空气折射率,  $f_c$  为中心频率。



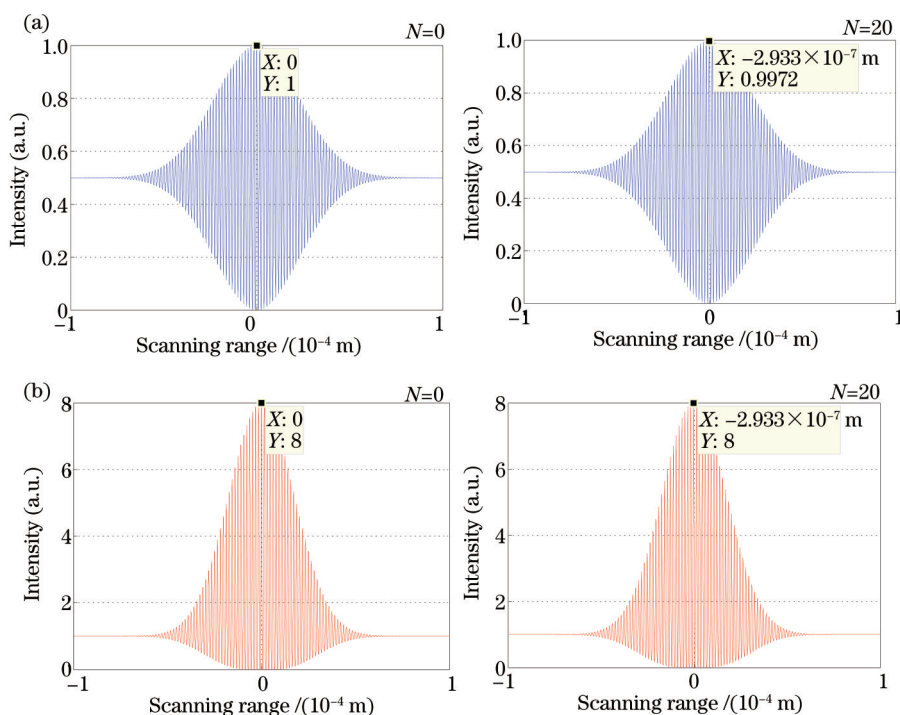


图3 互相关函数峰值点位置与N的关系。(a)一阶互相关信号;(b)二阶互相关信号

Fig.3 Peak point of interference by  $N$ . (a)1<sup>st</sup> order cross-correlation signal; (b) 2<sup>nd</sup> order cross-correlation signal

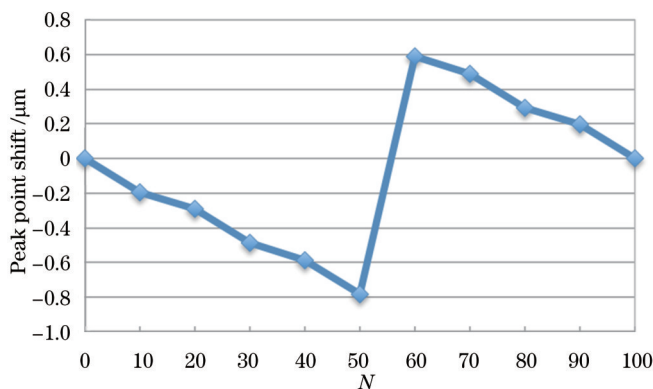


图4 互相关峰值点位置与N的关系

Fig.4 Peak point shift of interference fringes by  $N$

而温度、湿度、气压、二氧化碳含量等大气条件的变化,将引起飞秒脉冲宽光谱下各波长的空气折射率的变化,从而引起群折射率  $n_g$  发生改变<sup>[24-27]</sup>,因此有必要对大气条件的影响进行分析。

根据 Ciddor 公式和更新 Edlén 公式,可以计算出在温度 20 °C、湿度 50%、气压 101.325 kPa 和二氧化碳含量  $4.5 \times 10^{-4}$  的标准大气环境下,中心波长 1560 nm 的高斯分布光谱的空气平均群折射率变化系数,如表 1 所示。可以看出温度和湿度对群折射率的影响为负,气压和二氧化碳含量对群折射率的影响为正。由(2)式可知群折射率与脉冲间距之间为反比例关系,进而使由  $N \times l_{pp}$  决定的干涉条纹峰值点发生相应的平移,可以得出以下结论:温度和湿度的增加会导致互相关图案的峰值间距增大,而气压和二氧化碳含量的增加会导致互相关图案的峰值间距减小。

下面通过模拟在  $D=180$  m 的条件下,分别改变温度、湿度、气压、二氧化碳含量,研究各部分对测距过程中互相关图案变化的影响,空气折射率根据 Ciddor 公式进行计算。将温度 20 °C、湿度 50%、气压 101.325 kPa 和二氧化碳含量  $4.5 \times 10^{-4}$  时的互相关图案作为基准,此时互相关图案的最大值作为对比变化的零点。然后分别将温度提高 0.5 °C,湿度增加 15%,气压提高 100 Pa,二氧化碳含量提高  $1 \times 10^{-4}$  时,模拟改进型迈克耳孙干涉仪

表 1 大气条件对群折射率的影响系数

Table 1 Influence coefficient of atmosphere condition to group refractive index

	$n_g$ influence coefficient/ $10^{-9}$	
	Ciddor formula	Update Edlén formula
Temperature / $^{\circ}\text{C}$	-952.4	-952.2
Humidity /%	-8.709	-8.673
Atmospheric pressure /Pa	2.649	2.652
Carbon dioxide content / $10^{-6}$	0.145	/

测量到的多脉冲干涉条纹,并拟合出其最大值,以便观察其随大气条件的具体变化值。

图 5 中(a)~(d)分别表示多脉冲干涉条纹随着温度、湿度、大气压和二氧化碳含量的改变而产生的平移量,蓝色代表初始信号,红色代表改变之后的信号。由图 5 可以看出,在光程差为 180 m 时,互相关图案在温度

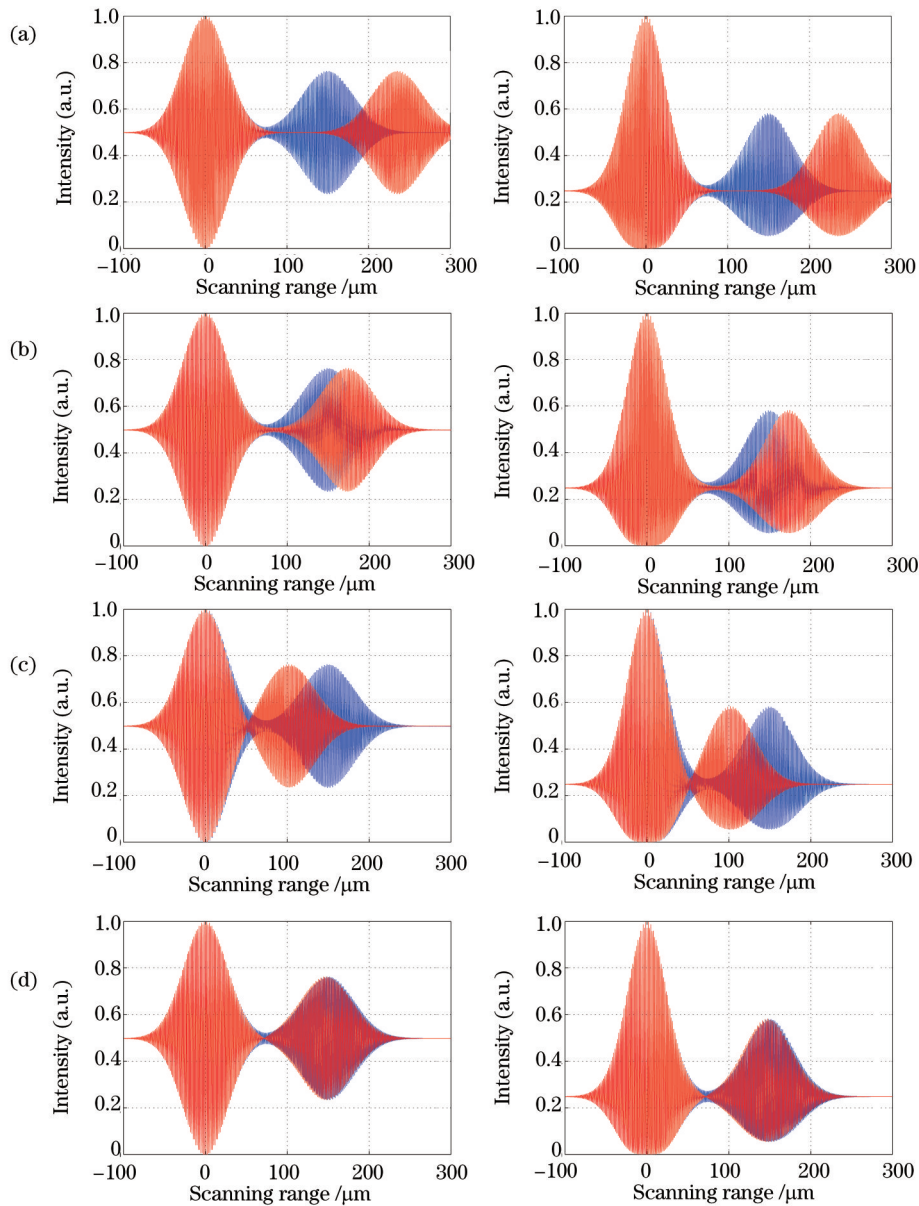


图 5 多脉冲干涉条纹随大气条件改变的平移。(a) 温度增加 0.5  $^{\circ}\text{C}$ ; (b) 湿度增加 15%;  
(c) 大气压提高 100 Pa; (d)  $\text{CO}_2$  含量增加  $100 \times 10^{-6}$

Fig.5 Multiple interference shift by atmosphere condition. (a) 0.5  $^{\circ}\text{C}$  temperature increase; (b) 15% humidity increase;  
(c) 100 Pa atmospheric pressure increase; (d)  $100 \times 10^{-6}$  carbon dioxide content increase

提高 0.5 °C 时,向右移动了 85.36  $\mu\text{m}$ ;湿度增加 15% 时,向右移动了 23.28  $\mu\text{m}$ ;气压提高 100 Pa 时,向左移动了 47.93  $\mu\text{m}$ ;二氧化碳含量增加  $1 \times 10^{-4}$  时,向左移动了 2.56  $\mu\text{m}$ 。产生这种现象的原因是:温度和湿度对群折射率的影响为负,气压和二氧化碳含量对群折射率的影响为正,而群折射率的改变与互相关信号的平移是呈反比的。

最后,在改变被测距离  $D$  的情况下,研究上述大气条件的改变对测距结果的影响。被测距离  $D$  为 0~180 m 时的仿真结果如图 6 所示,可以看出随着被测距离的增加,温度、湿度、气压、二氧化碳含量的变化与多脉冲干涉条纹峰值的移动量呈线性关系,并且在上述大气条件改变的情况下,对互相关图案的影响程度由大到小依次为温度、气压、湿度、二氧化碳含量。

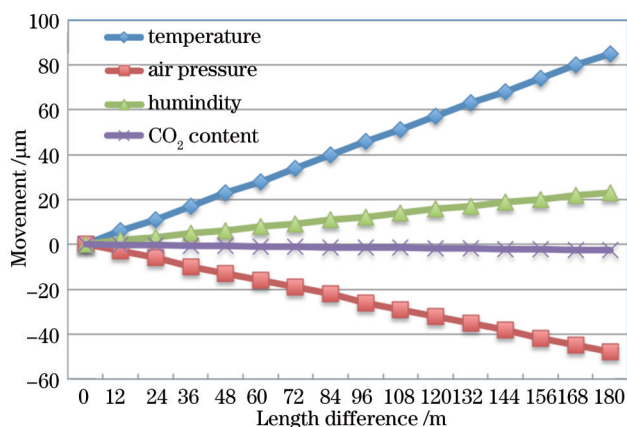


图 6 不同传输距离下大气条件改变引起的互相关信号峰值的偏移

Fig.6 Peak point shift of interference fringes by different distances

## 4 结 论

本文提出了一种利用飞秒光频梳进行任意长绝对测距的方法。建立了多脉冲干涉的测距模型,理论验证了该方法的可行性,分析了参数  $N$  对于多脉冲干涉条纹峰值点位置的影响;研究了大气条件的改变对群折射率的影响,进而讨论了大气环境条件的改变对测距结果的影响。模拟结果表明:当飞秒光频梳的中心波长、重复频率和初始频率偏移都为确定值时,多脉冲干涉条纹峰值点位置的偏移具有周期性,其周期与  $N$  的非模糊范围相同,同为  $\pi/\Delta\varphi_c$ ,并且在  $N$  的一个非模糊范围内会随着  $N$  的改变而作单调性的改变。另外,温度和湿度的增加会导致多脉冲干涉条纹的峰值间距增大,而气压和二氧化碳含量的增加会导致多脉冲干涉条纹的峰值间距减小。该分析结果对在空气中进行长距离绝对测距具有重要意义,可利用建立的模型进行误差补偿,以提高测距精度。

## 参 考 文 献

- 1 Harry GM, LIGO Scientific Collaboration. Advanced LIGO: the next generation of gravitational wave detectors[J]. Classical and Quantum Gravity, 2010, 27 (8): 084006.
- 2 Lü Jianting, Cao Xibin, Gao Dai. Relative attitude control of satellite formation flying[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2010, (1): 9-12.  
吕建婷,曹喜滨,高 岱. 卫星编队飞行的相对姿态控制[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, (1): 9-12.
- 3 Chai Lu, Hu Minglie, Fang Xiaohui, *et al.*. Advances in femtosecond laser technologies with photonic crystal fibers[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(1): 0101001.  
柴 路,胡明列,方晓惠,等. 光子晶体光纤飞秒激光技术研究进展[J]. 中国激光, 2013, 40(1): 0101001.
- 4 Huang Minshuang, Long Tengyu, Liu Huihui, *et al.*. A high-precision pulsed laser ranging time interval measurement technology based on sine curves method[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(8): 0808002.  
黄民双,龙腾宇,刘慧慧,等. 基于正弦曲线的高精度脉冲激光测距时间间隔测量技术[J]. 中国激光, 2014, 41(8): 0808002.
- 5 Wang Guochao, Wei Chunhua, Yan Shuhua. Wavelength selection and non-ambiguity range analysis for optical comb referenced multi-wavelength absolutely distance measurement[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(4): 0412002.

- 王国超, 魏春华, 颜树华. 光梳多波长绝对测距的波长选择及非模糊度量程分析[J]. 光学学报, 2014, 34(4): 0412002.
- 6 Illingworth R, IS Ruddock. Cavity length measurement for synchronously pumped, mode-locked lasers[J]. Opt Commun, 1986, 59(5): 375-378.
- 7 Chekhovsky A M, A N Golubev, MV Gorbunkov. Optical pulse distance-multiplying interferometry[J]. Appl Opt, 1998, 37(16): 3480-3483.
- 8 Oughstun K E, N A Cartwright. Physical significance of the group velocity in dispersive, ultrashortgaussian pulse dynamics[J]. Journal of Modern Optics, 2005, 52(8): 1089-1104.
- 9 Joo KN, SW Kim. Absolute distance measurement by dispersive interferometry using a femtosecond pulse laser[J]. Opt Express, 2006, 14(13): 5954-5960.
- 10 Lee J, Kim Y J, Lee K, *et al.*. Time-of-flight measurement with femtosecond light pulses[J]. Nature Photonics, 2010, 4(10): 716-720.
- 11 Balling P, Křen P, Mašika P, *et al.*. Femtosecond frequency comb based distance measurement in air[J]. Opt Express, 2009, 17(11): 9300-9313.
- 12 Cui M, Zeitouny M G, Bhattacharya N, *et al.*. High-accuracy long-distance measurements in air with a frequency comb laser[J]. Opt Lett, 2009, 34(13): 1982-1984.
- 13 Choi S, Kashiwagi K, Kojima S, *et al.*. Two-wavelength multi-gigahertz frequency comb-based interferometry for full-field profilometry [J]. Appl Phys Express, 2013, 6(10): 106601.
- 14 Matsumoto H, Wang X, Takamasu K, *et al.*. Absolute measurement of baselines up to 403 m using heterodyne temporal coherence interferometer with optical frequency comb[J]. Appl Phys Express, 2012, 5(4): 046601.
- 15 Xing Shujian, Zhang Fumin, Cao Shiyong, *et al.*. Arbitrary and absolute length measurement based on femtosecond optical frequency comb [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(17): 170603.  
邢书剑, 张福民, 曹士英, 等. 飞秒光频梳的任意长绝对测距[J]. 物理学报, 2013, 62(17): 170603.
- 16 Xu L, Hänsch T W, Spielmann C, *et al.*. Route to phase control of ultrashort light pulses[J]. Opt Lett, 1996, 21(24): 2008-2010.
- 17 Minoshima K, H Matsumoto. High-accuracy measurement of 240 m distance in an optical tunnel by use of a compact femtosecond laser [J]. Appl Opt, 2000, 39(30): 5512-5517.
- 18 Ye J. Absolute measurement of a long, arbitrary distance to less than an optical fringe[J]. Opt Lett, 2004, 29(10): 1153-1155.
- 19 Cui M, Schouten R N, Bhattacharya N, *et al.*. Experimental demonstration of distance measurement with a femtosecond frequency comb laser[J]. Journal of the European Optical Society-Rapid Publications, 2008, 3: 08003.
- 20 Wei D, Takahashi S, Takamasu K, *et al.*. Theoretical analysis of length measurement using interference of multiple pulse trains of a femtosecond optical frequency comb[J]. Japanese Journal of Applied Physics, 2011, 50(2R): 022701.
- 21 Balling P, Křen P, Mašika P, *et al.*. Femtosecond frequency comb based distance measurement in air[J]. Opt Express, 2009, 17 (11): 9300-9313.
- 22 D Wei, H Matsumoto. Measurement accuracy of the pulse repetition interval-based excess fraction(PRIEF) method: an analogy-based theoretical analysis[J]. Journal of the European Optical Society-Rapid publications, 2012, 7: 12050.
- 23 Wu Hanzhong, Cao Shiyong, Zhang Fumin, *et al.*. A new method of measuring absolute distance by using optical frequency comb[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(10): 100601.  
吴翰钟, 曹士英, 张福民, 等. 一种光学频率梳绝对测距的新方法[J]. 物理学报, 2014, 63(10): 100601.
- 24 Birch K P, Downs M J. An updated Edlén equation for the refractive index of air[J]. Metrologia, 1993, 30(3): 155.
- 25 Ciddor P E. Refractive index of air: new equations for the visible and near infrared[J]. Appl Opt, 1996, 35(9): 1566-1573.
- 26 Birch K P, Downs M J. Correction to the updated Edlén equation for the refractive index of air[J]. Metrologia, 1994, 31(4): 315.
- 27 Chi Feng, Zhu Yu, Zhang Zhiping, *et al.*. Environment compensation technologies in dual-frequency laser interferometer measurement system[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(4): 0408004.  
池 峰, 朱 煜, 张志平, 等. 双频激光干涉测量中的环境补偿技术[J]. 中国激光, 2014, 41(4): 0408004.

栏目编辑: 何卓铭