

相位差异法探测波前的误差分析及消除方法

岳 丹^{1,2} 徐抒岩¹ 聂海涛¹ 马宏财¹ 刘南南¹

¹中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033

²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 针对附加像差为离焦模式的相位差异波前探测技术在实际工程应用中遇到的各类误差问题,以探测拼接型望远镜的共相误差为例,通过数值仿真对焦面位置误差、离焦量误差、图像对准误差、曝光延时误差及噪声误差对波前探测精度的影响进行了定量分析。并提出了通过改进相位差异算法进行消除相应误差项的方法,使得波前探测的均方根误差分别由校正前的 0.06λ 、 0.0581λ 、 0.0754λ 、 0.0796λ 、 0.0737λ 分别下降为 $5.8834 \times 10^{-4}\lambda$ 、 $6.664 \times 10^{-4}\lambda$ 、 $3.5853 \times 10^{-5}\lambda$ 、 $6.1837 \times 10^{-5}\lambda$ 、 0.0013λ ,且对于各误差项在较大误差范围内,仍可以保持上述相同量级的波前探测精度。结果表明:该方法可以有效地消除误差,大幅度提高波前传感精度,对于相位差异波前探测技术在实际工程中的应用具参考意义。

关键词 成像系统; 相位差异; 波前探测; 误差分析; 拼接型望远镜; 共相误差

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201636.0111003

Error Analysis and Eliminate Methods for Wavefront Detection Based on Phase Diversity Algorithm

Yue Dan^{1,2} Xu Shuyan¹ Nie Haitao¹ Ma Hongcai¹ Liu Nannan¹

¹Department of Space Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract Aimed at the error problems during practical engineering applications of wavefront detection based on phase diversity method when additional aberration is away from the focus mode, the impacts of these errors on the wavefront detection accuracy have carried on the quantitative analysis by taking the co-phasing of the segmented telescope as an example, including focal plane position error, uncertainty of defocus amount, image alignment error, exposure delay and image noise. The method is presented to eliminate these impacts through modifying the phase diversity algorithm, the root mean square errors drop from 0.06λ 、 0.0581λ 、 0.0754λ 、 0.0796λ 、 0.0737λ down to $5.8834 \times 10^{-4}\lambda$ 、 $6.664 \times 10^{-4}\lambda$ 、 $3.5853 \times 10^{-5}\lambda$ 、 $6.1837 \times 10^{-5}\lambda$ 、 0.0013λ respectively after correction, and the wavefront detection accuracies are still maintained in the same order of magnitudes as above even when errors are in a quite large range. The results show that the proposed method can effectively eliminate the errors, vastly improve the wavefront detection accuracy and has guiding significance for the usage of phase diversity wavefront detection technology in practical engineering.

Key words imaging systems; phase diversity; wavefront detection; error analysis; segmented telescope; co-phase error

OCIS codes 110.1080; 100.5070; 010.7350; 120.4820

收稿日期: 2015-07-20; 收到修改稿日期: 2015-08-25

基金项目: 国家自然科学基金(61205143)

作者简介: 岳 丹(1989—),女,博士研究生,主要从事拼接型大口径成像系统波前检测和图像恢复方面的研究。

E-mail: danzik3@126.com

导师简介: 徐抒岩(1963—),男,研究员,博士生导师,主要从事空间大口径光学望远镜、光学系统空间在轨组装方面的研究。

E-mail: xusy@ciomp.ac.cn

1 引 言

为追求更高的观测分辨能力,近年来望远镜向着长焦距、大口径的方向不断发展^[1]。目前大口径望远镜主要分单一主镜型望远镜和拼接主镜型望远镜。对于单一主镜空间望远镜,卫星在发射过程中的振动和冲击过载及复杂空间环境导致的重力变形和热变形,均会导致单镜表面产生一定程度的位移和形变,使得波前相位产生畸变,导致成像质量的下降^[2]。对于拼接主镜空间望远镜,可以将各个子镜发射到指定轨道,进行在轨组装,能够降低发射难度,避免在发射过程中引起的镜面位移和变形,但同时引入了拼接子镜镜面的共相位检测问题。研究人员认为各拼接子镜的镜面共相位误差均方根(RMS)值必须小于30 nm,其拼接主镜才能达到等同口径单镜的光学性能^[3]。因此,在实际的空间望远镜系统中,无论是对于单一主镜的面形误差还是拼接主镜的共相误差,均需要对波前进行探测,以获得波前相位畸变信息,从而在望远镜的运行过程中实时调整支撑结构,实时改正波前误差,以达到望远镜的衍射极限分辨能力。

目前比较成熟的波前传感技术包括剪切干涉仪^[4]、波前曲率传感器^[5]、夏克-哈德曼传感器^[6]及基于远场图像的波前传感技术^[7]。剪切干涉仪光路比较复杂,光能利用率低,不适用于天文和空间观测等弱目标成像补偿系统;波前曲率传感器测量精度较低,限制了其在高分辨率系统中的应用;夏克-哈德曼传感器不适用于扩展目标或高度复杂的波前。基于远场图像的波前传感技术包括相位恢复(PR)法^[8]、相位差法(PD)^[9]等。PR算法需要已知原始目标信息,且只适用于点源,不适用于扩展目标;PD算法不需要已知目标信息,且能够在探测波前像差的同时恢复出目标像。基于PD算法的波前探测器不受光源限制,适用于点目标和扩展目标,能检测出单一主镜型的面形误差,也能检测出拼接型主镜的共相误差,并具有光路简单、成本较低等优点。因此基于PD技术的波前传感器比其他波前探测技术在空间波前传感领域拥有更为广阔的应用前景。

但在探测实际波前时,基于离焦模式的PD波前探测技术存在多种误差因素,包括焦面位置误差、离焦量误差、图像配准误差、曝光延时误差,以及相机噪声误差等,这些误差均会导致波前探测精度的下降。国外的科研工作者如Lee等^[10]、Dolne^[11]研究了图像噪声对波前探测的影响,但是对其他误差因素完善的研究鲜见报道。国内的科研工作者杨磊等^[12]分析了离焦量误差对波前探测精度的影响,但并未给出消除误差影响的方法。王欣等^[13]针对图像噪声对波前探测的影响,提出了使用低通滤波器对图像进行滤波的方法,但该方法在滤除噪声的同时也滤除了图像部分信息,使得波前探测精度反而下降。李斐等^[14]详细分析了相关误差因素,但是其消除误差影响的方法精度低,难以满足实际工程要求。本文针对基于PD技术探测实际波前过程中可能存在的各种误差因素进行了详细分析,同时从理论根本出发,通过改进PD算法本身给出了有效的误差消除办法,在不加入其他辅助校正措施的基础上,能大幅度提高波前探测精度,在一定程度上保证了附加像差为离焦模式的PD波前探测器在实际应用中的准确性和可靠性。

2 PD波前探测基本原理

以探测拼接型望远镜共相误差为例,阐述PD波前探测基本原理。图1为附加像差为离焦模式的PD波前探测器的光路示意图。离焦通道在原有光路基础上加入分光片并引入已知的离焦量 ΔZ 。

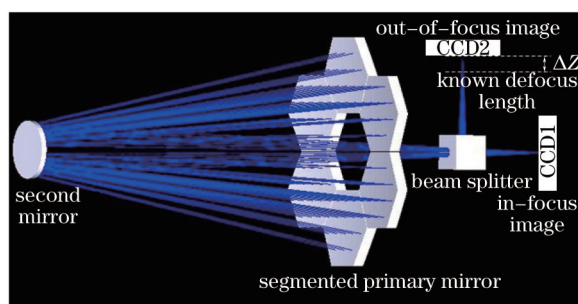


图1 相位差异波前探测原理图

Fig.1 Schematic diagram of phase diversity wavefront detection

拼接镜共相误差调整是指消除拼接各子镜之间的活塞误差及各自的倾斜像差。在仅考虑共相误差的情况下,拼接主镜的广义光瞳函数为

$$P(\varepsilon, \eta) = \sum_{n=1}^N p_n(\varepsilon, \eta) \exp\left\{i \frac{2\pi}{\lambda} [\alpha_{n1} Z_1(\varepsilon, \eta) + \alpha_{n2} Z_2(\varepsilon, \eta) + \alpha_{n3} Z_3(\varepsilon, \eta)]\right\}, \quad (1)$$

式中 Z_1 、 Z_2 和 Z_3 为泽尼克多项式的前三阶像差, α_{n1} 、 α_{n2} 及 α_{n3} 为第 n 个子镜对应的像差系数, p_n 为子孔径二值孔径函数。在近场近似条件下, 第 k 个光学通道的点扩展函数(PSF)为

$$s_k(u, v) = \left| \mathfrak{F} \left\{ \left[\sum_{n=1}^N p_n \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha_{n1} Z_1 + \alpha_{n2} Z_2 + \alpha_{n3} Z_3) \right] \right] \exp(i\phi_{dk}) \right\} \right|^2, \quad (2)$$

式中 \mathfrak{F} 代表离散傅里叶变换, ϕ_{dk} 为第 k 个光学通道引入的离焦像差, 表示为

$$\phi_{dk} = \begin{cases} 0, & k = 1 \\ \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta Z}{8(F^\#)^2}, & k = 2 \end{cases}. \quad (3)$$

在非相干光照明下, 高斯噪声模型的成像公式为^[15]

$$i_k(u, v) = o * s_k(u, v) + n_k(u, v), \quad (4)$$

式中 i_k 为第 k 个探测器采集的实际目标图像, o 为观测的真实目标, s_k 和 n_k 分别为第 k 个光学系统的点扩展函数和高斯噪声, $*$ 表示卷积。

基于最小二乘原理, PD算法构造了一个目标函数, 用来拟合使用成像模型估计的图像和实际探测到图像之间的差异, 在频域表示为

$$L = \sum_{k=1}^K \| I_k(f_u, f_v) - O(f_u, f_v) S_k(f_u, f_v) \|^2, \quad (5)$$

式中 I_k 、 O 和 S_k 分别为 i_k 、 o 和 s_k 的二维离散傅里叶变换。消去目标物体频谱函数 O , 可以得到

$$L = \sum_{f_u, f_v \in \mathcal{X}} \sum_{k=1}^K |I_k(f_u, f_v)|^2 - \sum_{f_u, f_v \in \mathcal{X}} \frac{\left| \sum_{j=1}^K I_j(f_u, f_v) S_j^*(f_u, f_v) \right|^2}{\sum_{l=1}^K |S_l(f_u, f_v)|^2}. \quad (6)$$

此时利用PD技术探测波前归结为大规模多变量非线性寻优的过程, 当目标函数取得最小值时, 搜索得到的泽尼克系数即可以表征该波前的位相信息。这里采用L-BFGS算法对目标函数进行求解。

3 误差分析

以探测拼接型望远镜共相误差为例, 定量分析各种误差对波前传感精度的影响。该拼接型望远镜光学模拟系统主镜由六块六边形的子镜构成, 主镜和子镜的有效口径分别为 4 m 和 1.46 m, 系统焦距为 32 m, 单色光波长为 600 nm。其主镜结构如图 2 所示。

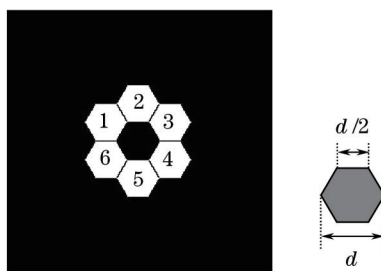


图 2 拼接主镜结构图

Fig.2 Structure chart of segmented primary mirror

若以某一城市卫星地图为观测目标, 如图 3(a)所示, 当除光学系统像差外不存在其他误差因素时, 经过成像系统后焦面和离焦面上的 CCD 采集到的图像分别如图 3(b)和(c)所示, 根据这两幅图像即可利用 PD 波前探测技术复原出被测波前。

为衡量波前探测的精度, 常用复原波前 ϕ 与被测波前 ϕ_0 之间残差的均方根误差(RMSE)

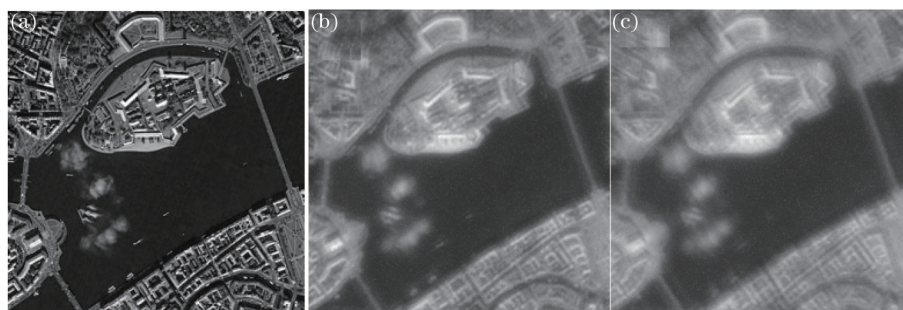


图3 真实观测目标和对应的退化图像。(a) 观测目标; (b) 焦面退化图像; (c) 离焦面退化图像

Fig.3 True object and corresponding degraded images. (a) Observed object; (b) in-focal degraded image; (c) out-of-focus degraded image

$\sigma_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{\sum \Delta\phi^2}{N_p}} = \sqrt{\frac{\sum (\phi - \phi_0)^2}{N_p}}$ 表示,其中 N_p 为光瞳面内采样点数,波前相位 $\phi = \sum_{n=1}^N (\alpha_{n1}Z_1 + \alpha_{n2}Z_2 + \alpha_{n3}Z_3)$ 。

RMSE值越小,波前探测的精度越高。通过数值仿真对各类误差因素的影响进行定量分析。

3.1 焦面位置误差

在实际的工程应用,往往难以确定焦面位置,CCD探测器位置可能位于焦前或焦后,存在位置偏差 Δd ,此时相当于给焦面图像引了峰谷(PV)值为 $2\pi\Delta d/8\lambda(F\#)^2$ 离焦像差。图4给出了焦面位置存在误差为100个波长时的波前复原结果,复原后残余波前相位的RMSE值和PV值分别为 0.06λ 和 0.4912λ 。

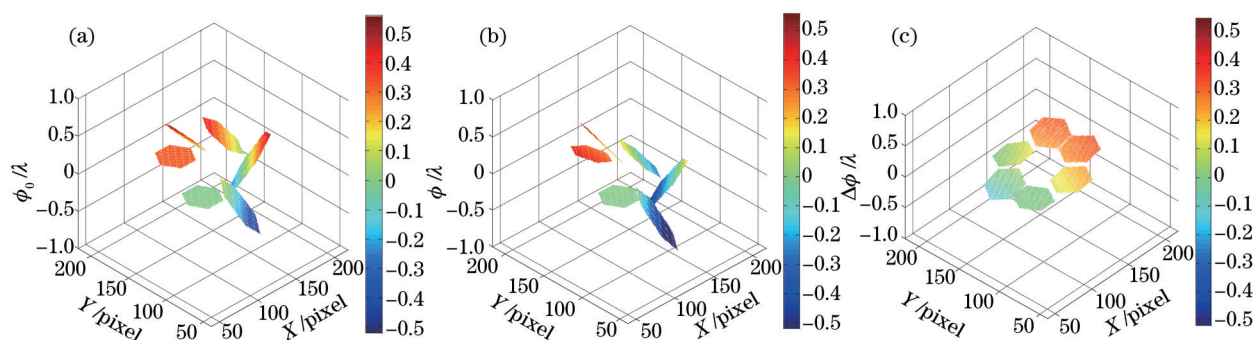


图4 焦面位置存在误差时的波前探测结果。(a) 原始波前; (b) 重构波前; (c) 残余波前

Fig.4 Wavefront detection results when the focal plane position has a deviation. (a) Original wavefront;

(b) reconstructed wavefront; (c) residual wavefront

3.2 离焦量误差

针对附加像差为离焦模式的PD波前探测器,离焦量必须精确已知。离焦量有多种获取方式,最简单的是通过移动高精度平移台将CCD相机安放在离焦位置处,也可以通过光学器件引入离焦像差。但由于仪器机械加工或实际测量误差的存在,离焦距离的真实值和测量值之间将会存在一定的偏差,导致波前探测精度的下降。

图5给出了当离焦距离的真实值和测量值之间存在100个波长误差时的波前探测结果,复原后残余波前相位

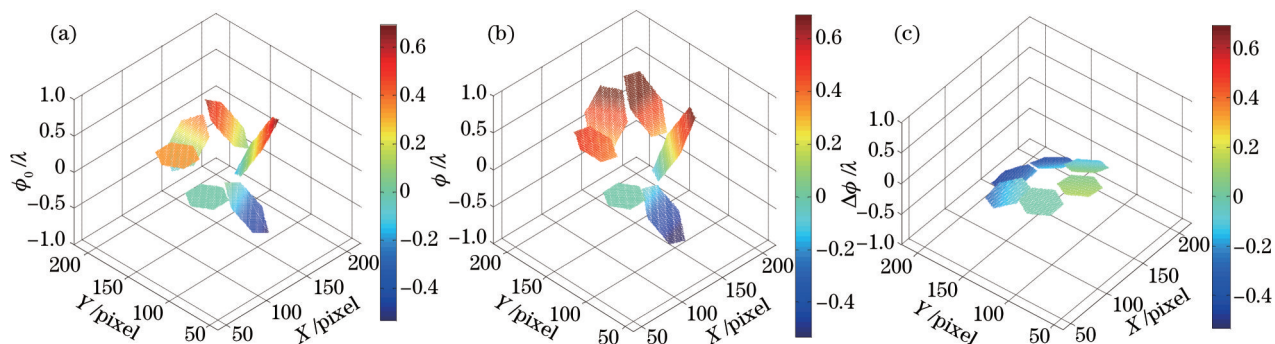


图5 离焦量存在误差时的波前探测结果。(a) 原始波前; (b) 重构波前; (c) 残余波前

Fig.5 Wavefront detection results when the defocus amount has a deviation.(a) Original wavefront;

(b) reconstructed wavefront; (c) residual wavefront

的RMSE值和PV值分别为 0.0581λ 和 0.6105λ 。

3.3 图像配准误差

PD波前探测技术不仅要求图像同步采集,而且要求各图像严格对准。但由于相机自身或者光学平台固定时产生的未对准误差,或在一幅图中将焦面和离焦面的目标截取出来进行处理时,均会导致焦面和离焦面图像在垂直和水平方向产生配准误差,且可能出现亚像素级别的情况。图6给出了存在亚像素级别配准误差的焦面和离焦面图像。该图像对的波前探测结果如图7所示,复原后残余波前相位的RMSE值和PV值分别为 0.0754λ 和 0.8584λ 。

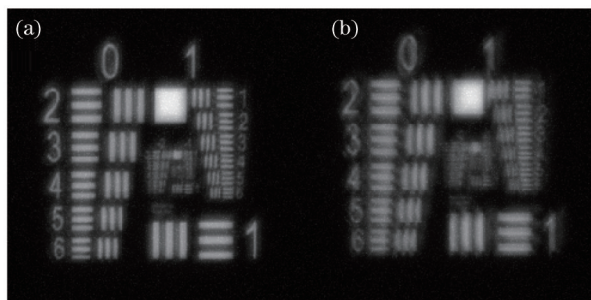


图6 具有配准误差的图像对。(a) 焦面图像; (b) 离焦面图像

Fig.6 Collected image pair with misalignment errors. (a) In-focal image; (b) out-of-focus image

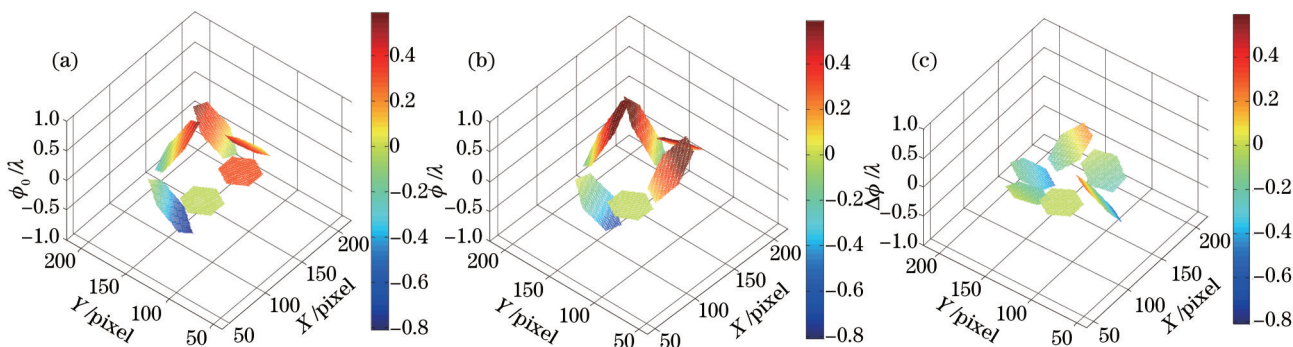


图7 焦面图像和离焦面图像存在配准误差时的波前探测结果。(a) 原始波前; (b) 重构波前; (c) 残余波前

Fig.7 Wavefront detection results when the image pair has misalignment errors. (a) Original wavefront;

(b) reconstructed wavefront; (c) residual wavefront

3.4 曝光延时误差

用于空间望远镜系统的PD波前探测器,往往无法采用双相机系统同时产生在焦和离焦图像,而是使用单相机先在焦面处采集图像,然后移动到离焦面处再采集图像,两次曝光存在时间延迟。在两次曝光延迟时间内,观测目标可能存在移动,对波前探测精度存在一定影响。依据指标,目前两次曝光延迟时间大致为 30 s ,对应目标移动为 $0.02''$,图8给出此时的波前探测结果,复原后残余波前相位的RMSE值和PV值分别为 0.0796λ 和 1.25λ 。

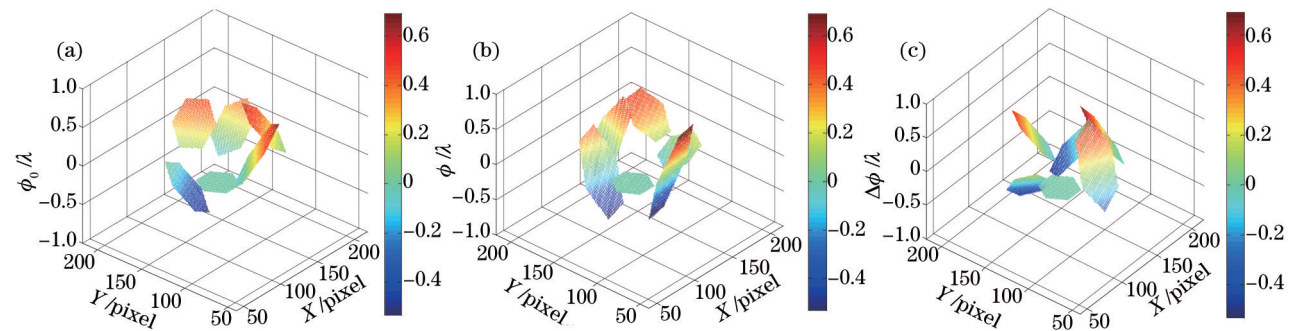


图8 两次曝光存在延时的波前探测结果。(a) 原始波前; (b) 重构波前; (c) 残余波前

Fig.8 Wavefront detection results when the exposure time has a delay. (a) Original wavefront; (b) reconstructed wavefront; (c) residual wavefront

3.5 相机噪声误差

在真实的空间环境和空间相机成像过程中, CCD相机的读出噪声以及空间环境的各种噪声对成像质量带来的影响是不可避免的。特别是 CCD 的读出噪声,包含了高斯噪声、椒盐噪声等多种噪声形式,对实际空间光学系统的成像质量产生一定的影响,进而也会影响到 PD 方法解算光学系统波前信息的精度。图 9 给出了 PD 目标函数值在有噪声和无噪声的情况下随像差系数的分布图。在无噪声的情况下, PD 目标函数曲线光滑且在预先给定值点处达到最低,噪声的存在使得最低点偏离了给定值且出现了许多局部极值点,导致在迭代优化计算中参数估计很有可能陷入局部极值点而无法得到正确的波前估计值。图 10 为在归一化的焦面和离焦面图像上添加方差为 0.005 的高斯噪声后的图像波前复原结果,此时对应信噪比为 23 dB。复原后残余波前相位的 RMSE 值和 PV 值分别为 0.0737λ 和 0.8136λ 。

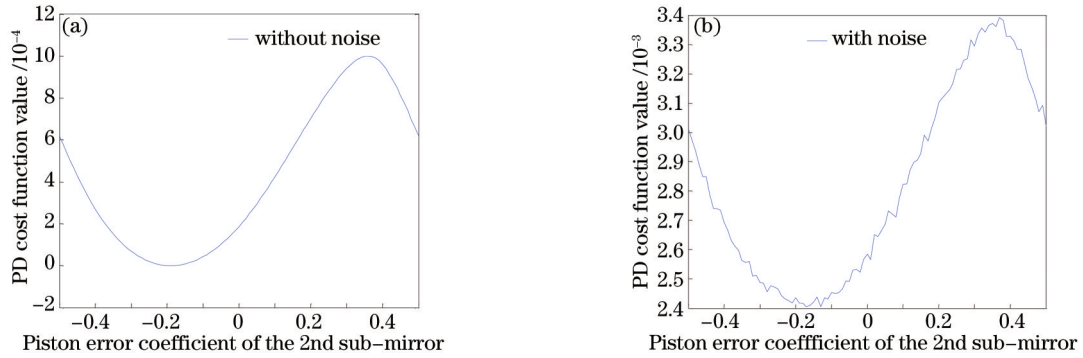


图 9 PD 目标函数值随像差系数的分布图。(a) 无噪声; (b) 有噪声

Fig.9 Plots of PD objective function values with aberration coefficients. (a) Without noise; (b) with noise

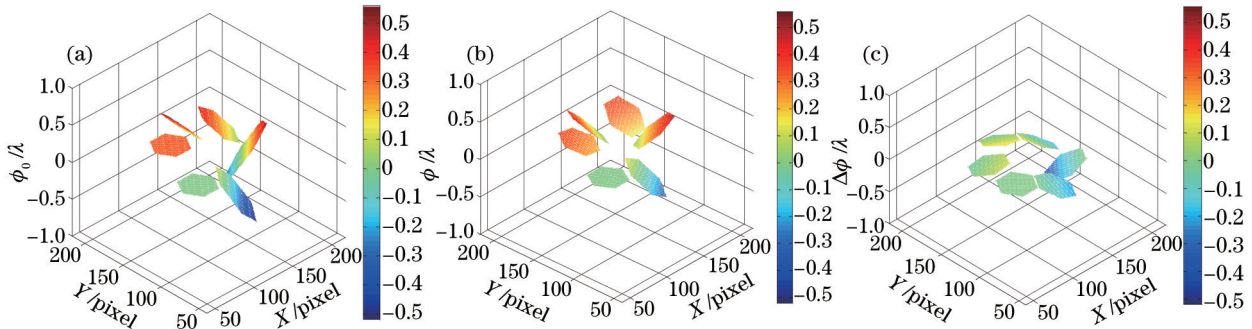


图 10 存在噪声情况下的波前探测结果。(a) 原始波前; (b) 重构波前; (c) 残余波前

Fig.10 Wavefront detection results when the images are contaminated by noise. (a) Original wavefront;

(b) reconstructed wavefront; (c) residual wavefront

4 相应误差消除方法

由以上分析可以看出, PD 技术在探测实际波前的过程中存在许多误差因素,均会导致波前传感精度的下降甚至完全解算错误。所以必须尽量消除或减少这些误差因素的影响,才能保证 PD 算法在实际工程应用中的准确性和可靠性。

4.1 焦面位置补偿

焦面位置误差 Δd 相当于给焦面图像引入了一个 PV 值为 $2\pi\Delta d/8\lambda(F^\#)^2$ 离焦像差,可以在表示焦面图像波前相位的泽尼克多项式中增加离焦项作为自动补偿参数,修正后的焦面通道光学传递函数为

$$S_1 = \mathfrak{F} \left\{ \mathfrak{F} \left[\sum_{n=1}^N p_n(\varepsilon, \eta) \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha_{n1} Z_1 + \alpha_{n2} Z_2 + \alpha_{n3} Z_3) \right] \right] \exp \left[\frac{i2\pi}{\lambda} (\beta Z_4) \right] \right\}^2, \quad (7)$$

式中 Z_4 为增加的离焦像差, β 为补偿参数。在寻优过程中均使用(7)式作为焦面通道的光学传递函数进行 PD 目标函数的计算,在求解波前系数的过程中,补偿参数 β 也可以一并求出,从而实现对焦面位置误差自适应补偿。图 11 给出了针对图 4 中原始畸变波前增加离焦项补偿后的波前探测结果,复原后残余波前相位

的RMSE值和PV值分别为 $5.8834 \times 10^{-4} \lambda$ 和 0.0043λ 。通过进一步实验验证,在焦面位置误差 $\pm 0.9 \text{ mm}$ (对应 $\pm 1500 \lambda$) 范围内,通过自适应补偿后的残余波前相位RMSE值依然保持在 10^{-4} 量级。由此可见,通过该自适应补偿方法可以在一定范围内不用精确知道焦面具体位置,为实际工程应用提供了较大的方便。

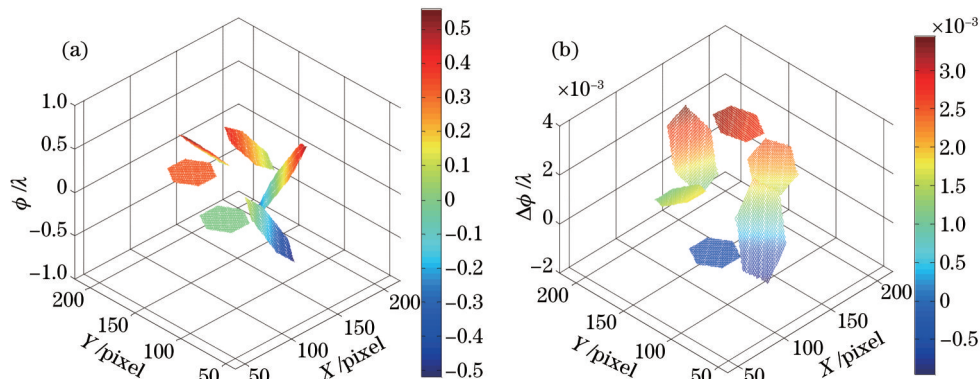


图 11 焦面位置误差补偿后的波前探测结果。(a) 重构波前;(b) 残余波前

Fig.11 Wavefront detection results when the focal plane position error is compensated. (a) Reconstructed wavefront; (b) residual wavefront

4.2 离焦量误差补偿

与焦面位置误差类似,离焦量误差 Δl 等价于在离焦面图像引入了一个PV值为 $2\pi\Delta l/8\lambda(F^\#)^2$ 离焦像差,也可在原有表示离焦面图像波前相位的泽尼克多项式中增加离焦项作为自动补偿参数,修正后的离焦面通道光学传递函数为

$$S_2 = \mathfrak{I} \left\{ \mathfrak{I} \left\{ \left\langle \sum_{n=1}^N p_n \exp \left[\frac{i2\pi}{\lambda} (\alpha_{n1} Z_1 + \alpha_{n2} Z_2 + \alpha_{n3} Z_3) \right] \right\rangle \exp \left[\frac{i2\pi}{\lambda} (\alpha_4 + \beta) Z_4 \right] \right\} \right\}^2, \quad (8)$$

在寻优过程中均使用(8)式作为离焦面通道的光学传递函数进行PD目标函数的计算,从而在求解波前系数的过程中一并求出 β ,实现对离焦量误差的自适应补偿。图12给出了针对图5中原始畸变波前增加离焦项补偿后的波前探测结果,复原后残余波前相位的RMSE值和PV值分别为 $6.664 \times 10^{-4} \lambda$ 和 0.0042λ 。进一步实验结果表明,在离焦量误差 $\pm 0.9 \text{ mm}$ (对应 $\pm 1500 \lambda$) 范围内,通过自适应补偿后的残余波前相位RMSE值依然保持在 10^{-4} 量级。由此可见,通过该补偿方法,可以在一定范围内降低对离焦量测量精度的要求,且能自适应补偿仪器机械加工等误差。

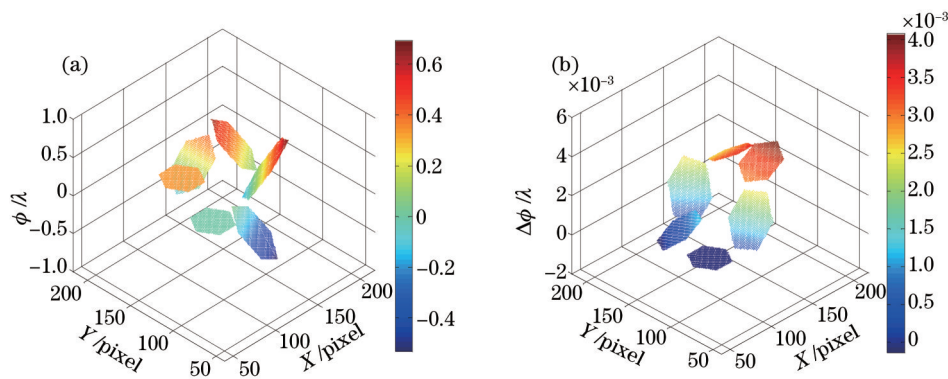


图 12 离焦量误差补偿后的波前探测结果。(a) 重构波前;(b) 残余波前

Fig.12 Wavefront detection results when the defocus amount is compensated. (a) Reconstructed wavefront; (b) residual wavefront

4.3 图像配准误差补偿

若以焦面图像为基准,离焦面图像相对于焦面图像有横向和纵向的位移 Δu 和 Δv ,则具有配准误差的离焦面图像为

$$\hat{i}_2 = i_2(u + \Delta u, v + \Delta v), \quad (9)$$

式中 i_2 为相对焦面无偏差的理想离焦面图像。(9)式在频域中对应表达式为

$$\hat{I}_2(f_u, f_v) = I_2(f_u, f_v) \exp[i2\pi(f_u \Delta u + f_v \Delta v)], \quad (10)$$

将具有配准误差的离焦图像频谱代入PD目标函数中有

$$L = \sum_{f_u, f_v \in \mathcal{X}} \left[|I_1|^2 + |\hat{I}_2|^2 - \frac{|I_1 S_1^* + \hat{I}_2 S_2^*|^2}{|S_1|^2 + |S_2|^2} \right], \quad (11)$$

可以看出图像配准误差只影响目标函数第三项的分子,展开该项有

$$|I_1 S_1^* + \hat{I}_2 S_2^*|^2 = |I_1 S_1^* + I_2 S_2^* \exp[i2\pi(f_u \Delta u + f_v \Delta v)]|^2 = |I_1 S_1^* + I_2 \hat{S}_2^*|^2, \quad (12)$$

此时图像配准误差已经转移到离焦面通道的波前相位中,对离焦面通道的光学传递函数进行进一步分析有

$$\hat{S}_2 = S_2 \exp[i2\pi(f_u \Delta u + f_v \Delta v)] = \mathfrak{F}\{s_2(u, v)\} \exp[-i2\pi(f_u \Delta u + f_v \Delta v)] = \mathfrak{F}\{s_2(u - \Delta u, v - \Delta v)\}, \quad (13)$$

再利用非相干成像系统中脉冲响应函数 h_2 、广义光瞳函数 P_2 以及点扩展函数 s_2 之间的关系得到

$$s_2(u - \Delta u, v - \Delta v) = |h_2(u - \Delta u, v - \Delta v)|^2 = |\mathfrak{F}^{-1}\{P_2(f_u, f_v) \exp[-i2\pi(f_u \Delta u + f_v \Delta v)]\}|^2, \quad (14)$$

$$\hat{P}_2 = P_2(f_u, f_v) \exp[-i2\pi(f_u \Delta u + f_v \Delta v)] = P_2(f_u, f_v) \exp\{i[\phi(\rho, \theta) + \phi_d(\rho, \theta) - 2\pi(f_u \Delta u + f_v \Delta v)]\}, \quad (15)$$

式中 ϕ 为系统像差, ϕ_d 为引入的离焦像差。由极坐标变换关系可以看出,图像配准误差 $(\Delta u, \Delta v)$ 在波前相位中所对应的正是泽尼克多项式中的第2、3项,即倾斜项。由此可以在原有表示离焦面图像波前相位的泽尼克多项式中增加倾斜项参数作为自动配准参数,从而在求解波前系数的过程中自动求解出配准参数,实现自适应配准。此时修正后的离焦通道光学传递函数为

$$S_2 = \mathfrak{F} \left\{ \mathfrak{F} \left\{ \left\langle \sum_{n=1}^N p_n \exp \left[\frac{i2\pi}{\lambda} (\alpha_{n1} Z_1 + \alpha_{n2} Z_2 + \alpha_{n3} Z_3 + \beta_1 Z_2 + \beta_2 Z_3) \right] \right\rangle \right\} \exp \left(\frac{i2\pi}{\lambda} \alpha_4 Z_4 \right) \right\}. \quad (16)$$

图13给出了针对图7中原始畸变波前自适应配准后的波前探测结果,复原后残余波前相位的RMSE值和PV值分别为 $3.5853 \times 10^{-5} \lambda$ 和 $3.5682 \times 10^{-4} \lambda$ 。由于离焦像差的引入和亚像素级别配准误差的存在,传统的图像配准方法如相位相关、交互相关^[16]等不再适用,通过在离焦面光学传递函数中添加倾斜项的自适应配准方法,不需要对两幅图像进行亚像素级别的配准而实现配准误差的自适应补偿。通过进一步实验验证,当横向和纵向的图像配准误差在 ± 16 pixel 范围内(包括亚像素级别),通过自适应补偿后的残余波前相位RMSE值依然保持在 10^{-5} 量级。

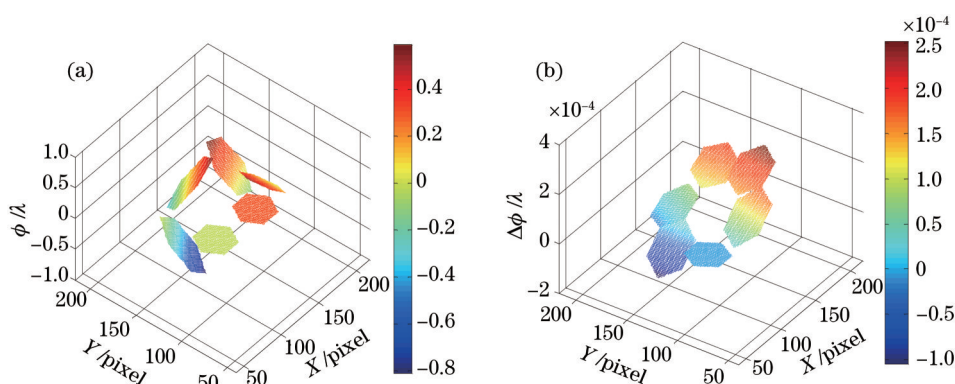


图13 图像配准误差补偿后的波前探测结果。(a) 重构波前;(b) 残余波前

Fig.13 Wavefront detection results when the image misalignments are compensated. (a) Reconstructed wavefront; (b) residual wavefront

4.4 曝光延时误差补偿

假设成像系统的目标由非相干准单色光照明,此时成像系统为线性移不变系统,由(4)式可知,目标的移动即对应像在像面的移动。因此目标移动造成的误差也等价于在波前相位中增加了倾斜项像差。若以焦面图像为基准,通过在离焦面通道对应波前中增加倾斜项作为自动配准参数,如(16)式所示,在求解波前系数的过程中即可实现对目标移动的自适应补偿。图14给出了针对图8中原始畸变波前添加倾斜项对目标

移动进行补偿后的波前探测结果,复原后残余波前相位的 RMSE 值和 PV 值分别为 $6.1837 \times 10^{-5} \lambda$ 和 $4.65 \times 10^{-4} \lambda$ 。进一步实验结果表明,由曝光延时误差导致的目标移动,若移动范围在 $\pm 0.73''$ 范围内,通过自适应补偿后的残余波前相位 RMSE 值依然保持在 10^{-5} 量级。

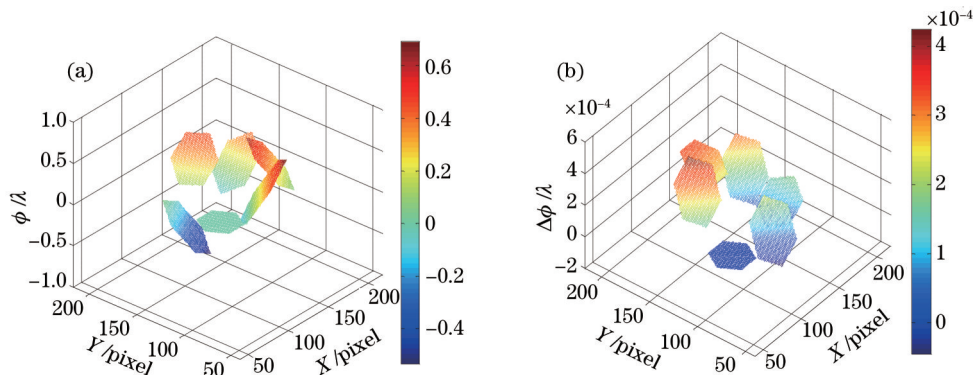


图 14 曝光延时补偿后的波前探测结果。(a) 重构波前;(b) 残余波前

Fig.14 Wavefront detection results when the exposure delay is compensated. (a) Reconstructed wavefront; (b) residual wavefront

4.5 噪声误差消除办法

文献[13、14]采用低通滤波器对图像进行降噪处理,但是在滤除噪声的同时会滤除图像部分信息,反而会降低波前探测精度甚至解算失败。最有效的方法是正则化技术,正则化技术利用显式或隐式的先验信息限制解的可行域,从而避免可行解的波动。添加正则化参数后的 PD 目标函数为

$$L = \sum_{f_u, f_v \in \chi} \sum_{k=1}^K |D_k(f_u, f_v)|^2 - \frac{\left| \sum_{j=1}^K D_j(f_u, f_v) S_j^*(f_u, f_v) \right|^2}{\sum_{l=1}^K |S_l(f_u, f_v)|^2 + \gamma}, \quad (17)$$

式中 γ 为正则化参数。若采用 Wiener 参数选择策略^[17], $\gamma = c \frac{\psi_N}{\psi_o(f_u, f_v)}$, ψ_N 为噪声功率谱, $\psi_o(f_u, f_v)$ 为目标功率谱, c 为用来平衡图像噪声大小和图像分辨率的常数。在工程中该值一般简化为定值,此处取值为 $\gamma = 10^{-5}$ 。图 15 给出了添加正则化参数的 PD 目标函数值在有噪声和无噪声情况下随像差系数的分布图。此时有噪声的目标函数分布与无噪声的目标函数分布趋势完全一致,且全局极小值点的位置无偏差。因此在寻优过程中,会搜索到正确的波前像差系数。图 16 给出了针对图 10 中的原始畸变波前的探测结果,复原后残余波前相位的 RMSE 值和 PV 值分别为 0.0013 λ 和 0.0122 λ 。若设定残余波前相位的 RMSE 值不大于 0.01 λ 波长为有效恢复,此时所能容忍噪声的最大方差为 0.008,对应信噪比约为 21 dB。

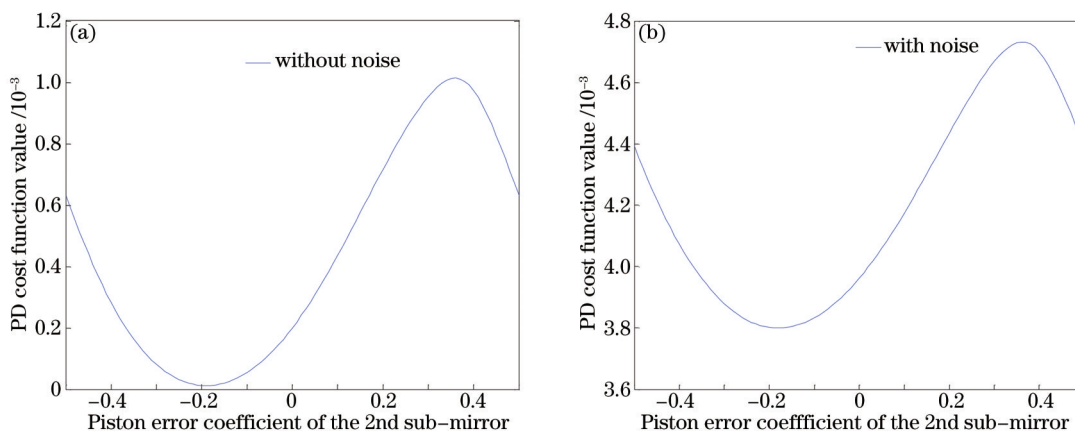


图 15 添加正则化系数的 PD 目标函数值随像差系数的分布图。(a) 无噪声;(b) 有噪声

Fig.15 Plots of PD objective function values with aberration coefficients when the regularization coefficient is added.

(a) Without noise; (b) with noise

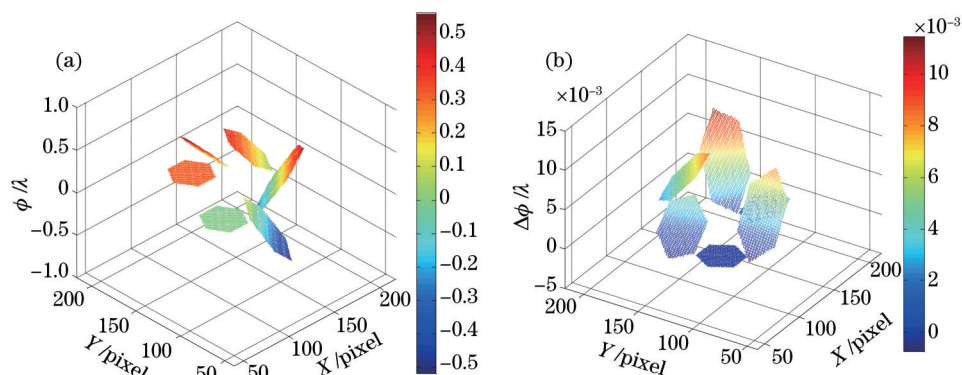


图 16 添加正则化系数后的波前探测结果。(a) 重构波前; (b) 残余波前

Fig.16 Wavefront detection results when the regularization coefficient is added. (a) Reconstructed wavefront; (b) residual wavefront

5 结 论

针对附加像差为离焦模式的 PD 波前探测技术在实际工程应用中遇到的误差问题,通过数值仿真对离焦位置误差、离焦量误差、图像配准误差、曝光延时误差和噪声误差等对波前探测精度的影响进行了定量分析。并从理论角度出发,证明了焦面位置误差、离焦量误差、图像配准误差、曝光延时误差与波前相位的关系,从改进 PD 算法本身对这些误差项进行了相应的补偿,在求解波前系数的过程中能实现对误差的自适应补偿。经补偿后的波前探测精度大幅度提高,且在较大范围内,无需精确知道焦面位置、离焦量大小,允许图像存在较大的配准误差及曝光延时误差。针对 CCD 相机噪声问题,通过添加正则化参数的方法来消除噪声的影响,并给出了噪声的最大容限。通过校正后,对应的残余波前均方根误差下降了 2~3 个数量级。通过修正 PD 算法消除相应误差项对波前探测精度的影响,对于附加像差为离焦模式的 PD 波前探测技术在实际工程中的应用具有一定的指导意义。虽以探测拼接镜共相误差为例,但所有误差消除办法对于附加相差为离焦模式的 PD 波前探测技术具有普遍适用性。

参 考 文 献

- 1 Yu Ji, Dong Bing. Experimental study of wavefront sensorless adaptive optics based on deformable mirror eigen modes[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(03): 0322004.
喻 际,董 冰. 基于变形镜本征模式的空间光学传感器波前误差校正方法研究[J]. 光学学报, 2015, 35(03): 0322004.
- 2 Cheng Qiang, Yan Feng, Xue Donglin, *et al.*. Wavefront error testing of off-axis three-mirror anastigmatic system using phase diversity technology[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(10): 1008001.
程 强,闫 锋,薛栋林,等. 利用相位差异技术检测离轴三反光学系统的波前误差[J]. 中国激光, 2012, 39(10): 1008001.
- 3 Orlov V G, Cuevas S, Garfias F, *et al.*. Co-phasing of segmented mirror telescopes with curvature sensing[C]. Astronomical Telescopes and Instrumentation. International Society for Optics and Photonics, 2000.
- 4 Wu Feibin, Tang Feng, Wang Xiangzhao, *et al.*. Phase retrieval errors analysis of Ronchi phase-shifting shearing interferometer[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 36(6): 0612004.
吴飞斌,唐 锋,王向朝,等. Ronchi 相移剪切干涉仪及其相位提取误差分析[J]. 光学学报, 2015, 35(6): 0612004.
- 5 Xi Fengjie, Xu Xiaojun, Wang Tiezhi, *et al.*. Wavefront curvature sensor with phase defocus grating[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(2): 377-378.
习锋杰,许晓军,王铁志,等. 相位光栅型波前曲率传感器[J]. 光学学报, 2007, 27(2): 377-378.
- 6 Li Hui, Wu Yuntao, Pan Fan, *et al.*. Study on electrically tunable Shack-Hartmann wavefront sensor based on liquid crystal[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(12): 1228002.
李 晖,吴云韬,潘 凡,等. 基于液晶电控可调夏克-哈特曼波前传感器的研究[J]. 光学学报, 2013, 33(12): 1228002.
- 7 Gonsalves R A. Phase retrieval and diversity in adaptive optics[J]. Opti Eng, 1982, 21(5): 829-832.
- 8 Ma Xinxue, Wang Jianli, Wang Bin, *et al.*. Quantitative analysis of the measurement precision of phase retrieval wavefront sensor[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(10): 1028001.
马鑫雪,王建立,王 斌,等. 相位恢复波前传感器测量精度的定量分析[J]. 光学学报, 2013, 33(10): 1028001.

- 9 Qiang Cheng. Precise alignment of off-axis three-mirror reflecting optical system based on phase diversity[J]. Chin Opt Lett, 2015, 13(s1): s11003.
- 10 Lee D J, Roggemann M C, Welsh B M, *et al.*. Evaluation of least-squares phase-diversity technique for space telescope wave-front sensing [J]. Appl Opt, 1997, 36(35): 9186-9197.
- 11 Dolne J J. Evaluation of the phase diversity algorithm for noise statistics error and diversity function combination[C]. SPIE. 2006, 6307: 630708.
- 12 Yang Lei, Liu Zhong, Jin Zhenyu, *et al.*. The effect of uncertainty in defocus distance on the wave-front reconstruction with the phase-diversity algorithm[J]. Astronomical Research and Technology, 2009, 6(1): 43-50.
杨磊, 刘忠, 金振宇, 等. 离焦量误差对相位差法波前重构的影响[J]. 天文研究与技术, 2009, 6(1): 43-50.
- 13 Wang Xin, Zhao Dazun. Influence of noise to phase diversity wavefront sensing[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(8): 2142-2146.
王欣, 赵达尊. 图像噪声对相位变更波前传感的影响研究[J]. 光学学报, 2009, 29(8): 2142-2146.
- 14 Li Fei, Rao Changhui. Analysis and elimination of errors in phase diversity wavefront sensing system[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2011, 23(3): 599-605.
李斐, 饶长辉. 相位差法波前传感系统自身误差的分析及消除方法[J]. 强激光与粒子束, 2011, 23(3): 599-605.
- 15 Wang Zongyang, Wang Bin, Wu Yuanhao, *et al.*. Calibration of non-common path static aberrations by using phase diversity technology [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(7): 0701007.
汪宗洋, 王斌, 吴元昊, 等. 利用相位差异技术校准非共光路静态像差[J]. 光学学报, 2012, 32(7): 0701007.
- 16 Zhou Wu, Hu Yueming. Sub-pixel image registration algorithm based on phase correlation and image resampling[J]. Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition), 2010, 38(10): 68-73.
周武, 胡跃明. 基于相位相关和重采样的亚像素图像配准算法[J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2010, 38(10): 68-73.
- 17 Paxman R G, Seldin J H. Focal-plane alignment sensing[R]. Final Report, Phillips Laboratory, 2013.

栏目编辑: 苏岑