

基于平面方程旋转变化的车载经纬仪测角 误差修正

江 波¹ 梅 超¹ 梁元庆^{1,2} 姜 凯¹ 周泗忠¹

¹中国科学院西安光学精密机械研究所光电跟踪与测量技术研究室, 陕西 西安 710119

²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 车载经纬仪平台的变形和自身不平会导致经纬仪的测角误差变大, 为了保证车载经纬仪的测量精度, 需要对其测量误差进行修正。采用角度测量仪器可以测量平台与水平面的倾角, 在此基础上提出了平面方程旋转变化的方法将测量平台与水平面的倾角转化为相对于测量坐标系的垂直轴倾斜角和倾斜方位角, 并分析了该计算方法对测量中对准误差的影响。分析了综合测角误差与对准误差以及平台倾角的关系, 并进行了仿真分析和实验验证。通过分析可知: 在载车调平精度 300" 以内, 车载经纬仪综合测角误差小于 16", 可实现高精度测量。

关键词 光学测量; 车载经纬仪; 误差修正; 垂直轴倾角测量; 倾斜方向角测量

中图分类号 TG156 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201535.s112002

Angle Measurement Error Correction of Vehicle-Borne Theodolite Based on the Rotation of Plane Equation

Jiang Bo¹ Mei Chao¹ Liang Yuanqing^{1,2} Jiang Kai¹ Zhou Sizhong¹

¹ The Photoelectric Measurement and Control Technology Research Department,

Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China

² University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract The base-platform deformation and uneven of vehicle-borne photoelectric theodolite can lead to the theodolite angle measurement error larger than before. In order to improve the precision, the error should be corrected. With the level measurement meter, the angle of the platform and the horizontal plane can be measured. Based on the measurement results, an analytic geometry method of plane rotation changes is put forward for converting the results to the vertical axis tilt angle and azimuth tilt angle, and then the alignment error is analyzed, which is caused by the calculation method during measurement. At last, the relationships of composition error, alignment error, and the tilt of the platform are analyzed. The simulation and experimental results show that, within the vehicle leveling accuracy of 300", the vehicle-borne theodolite comprehensive angle error is less than 16", and the high precision measurement can be realized.

Key words optical measurement; vehicle-borne theodolite; error correction; vertical axis angle measurement; tilt angle measurement

OCIS codes 120.4640; 040.1880; 120.2830

1 引 言

随着科学技术的不断进步和发展, 光电经纬仪、实况记录电视等测量设备的性能不断提高, 方便灵活的机动式测量设备成为了研究的热点^[1]。由于车载测量设备具有很强的机动能力, 可大大提高车载测量设备的环境适应性和使用便捷性, 所以根据实验场发展的需要, 车载式经纬仪越来越多的用于获取目标飞行姿态和轨道的测量^[2-4]。但是车载经纬仪的机动性会导致测量平台的变化, 基准平台的不稳定性会导致测量精

收稿日期: 2015-01-13; 收到修改稿日期: 2015-03-10

作者简介: 江 波(1981—), 男, 博士, 副研究员, 主要从事光学跟踪方面的研究。E-mail: ilysay@opt.ac.cn

度的下降,所以需要车载经纬仪平台的变形和其自身的倾斜进行测量,并反馈给车载经纬仪测量结果进行修正,从而达到实际工程使用的精度要求^[5]。

近几年国内外许多研究机构、高校均对车载经纬仪测量精度的提高进行了相关研究,姜文刚等^[6]对大型平台调平技术进行了研究,可保证在非均匀负重条件下调平误差小于 $300''$ 。姜伟伟等^[7]利用电子水平仪对经纬仪平台测量反馈调平后,可使修正后的测量精度达到 $120''$ 以内。张政等^[8-9]也对车载经纬仪误差修正进行了大量分析,在载车静止情况下,配合高精度测量手段文献^[8]中测量精度可以达到 $20''$,文献^[9]中则可以达到 $18''$ 。

本文对平台与测量坐标系倾斜参数进行分析,将测量的平台与水平面倾斜的误差量转化为经纬测量的俯仰角和方位角的参数。通过对计算方法引入的计算误差进行分析,并结合基准转换误差求解了对准误差。求解了对准误差引起的经纬仪测角误差,并对测角误差进行分析和实验验证,通过实验验证后可知,该修正方法可以满足车载经纬仪的高精度测量。

2 平台变形测量及参数变换

车载光电经纬仪倾斜姿态角度可以采用激光自准直法及电子水平仪等多种方法测量^[10-11]。采用自准直法可以实现车载平台倾斜量的测量,属于非接触测量方法,测量精度高,测量实时性好,但结构组成复杂,基准标定常会带来较大误差。电子水平仪测量变形的特点是结构及实现方法简单,成本较低,可以获得较为准确的变形数据,但测量频率较低。但无论采用这两种方法中的任一种方法,都是获得载车平台在 X 、 Y 方向的倾斜量,需要对该测量结果进行转化,才能获取载车平台的最大倾斜角和倾斜方向角。传统的几何算法相对复杂,在此提出利用平面方程转化的方法进行转化,可以简化计算。

载车平台的倾斜变形示意图如图1所示,经纬仪基座中心位于载车平台所在平面的 O 点。

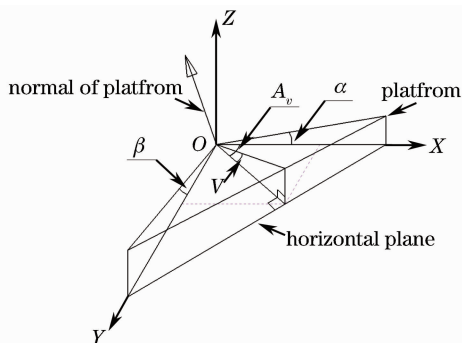


图1 载车平台与水平平台倾角测量示意图

Fig.1 Vehicle platform and horizontal plane angle measurement diagram

以垂直轴连接点为坐标原点,建立经纬仪的测量空间坐标系 O - XYZ ,假设载车平台某一时刻受力变形,与水平面的夹角由二维电子水平仪测得, X 方向的夹角为 α , Y 方向的夹角为 β 。为计算载车平台与水平面的夹角 V 和最大倾斜方向 A_v ,在 origin 处建立车载平台的平面方程。

大地水平面和初始车载平台的方程均为

$$z = 0, \quad (1)$$

当车载平台绕 Y 轴旋转 α 角度时,其平面方程变为

$$z - x \tan \alpha = 0, \quad (2)$$

此时平台再绕 X 轴旋转 β 角度时,其平面方程变为

$$z - x \tan \alpha - y \tan \beta = 0, \quad (3)$$

(3)式中平台方程对应的平面法线单位向量为 $\mathbf{j} = (-\tan \alpha, -\tan \beta, 1)$ 。向量 \mathbf{j} 在 XOY 平面上的投影与 X 轴夹角即为倾斜方向角 A_v ,

$$A_v = \arctan(\tan \beta / \tan \alpha). \quad (4)$$

最大倾斜方向角的最后计算还需要考虑投影向量所在 XOY 平面上的象限,根据不同象限将 A_v 变换成 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内的角度值。为简化计算,只考虑 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 之间的夹角计算。

水平面的法线方向为 Z 轴, 单位向量 $\mathbf{i}=(0,0,1)$, 所以两面的夹角即车载平台的倾角 V 就等于两平面法线的夹角:

$$\cos V = \frac{\mathbf{i} \cdot \mathbf{j}}{|\mathbf{i}| \cdot |\mathbf{j}|} = \frac{1}{\sqrt{(1 + \tan^2 \alpha + \tan^2 \beta)}}, \quad (5)$$

$$V = \arccos \frac{1}{\sqrt{(1 + \tan^2 \alpha + \tan^2 \beta)}}. \quad (6)$$

3 对准误差分析

与非机动式经纬仪相比, 车载经纬仪对准误差是测角误差增大的主要原因, 对准误差 ΔA_v 包含计算误差 ΔA_{v1} 和基准转换误差 ΔA_{v2} 两个因素:

$$\Delta A_v = \sqrt{\Delta A_{v1}^2 + \Delta A_{v2}^2}, \quad (7)$$

式中计算误差 ΔA_{v1} 是由于倾角测量误差代入推导公式引起的固有误差, 基准转换误差 ΔA_{v2} 是由于倾角测量装置与经纬仪未能采用同一个基准面而产生的误差, 以目前的工艺水平, 基准转换误差可控制在 0.5° 以下, 本文取 0.5° 。

计算误差 ΔA_{v1} 是关于 α 和 β 的函数, 可利用偏微分的方法求解其大小:

$$\Delta A_{v1} = dA_v = \frac{\partial A_v}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial A_v}{\partial \beta} d\beta, \quad (8)$$

将(4)式代入(8)式可得

$$\Delta A_{v1} = \left(\frac{\tan \beta}{\cos^2 \alpha} d\alpha + \frac{\tan \alpha}{\cos^2 \beta} d\beta \right) / (\tan^2 \alpha + \tan^2 \beta). \quad (9)$$

按照国标(GB/T-20920-2007)对电子水平仪的精度要求, 电子水平仪测量误差为 $\Delta A = 2'' + 0.02A$, $d\alpha$ 和 $d\beta$ 分别为两个方向的倾角测量误差, 即 ΔA , 所以(9)式可表示为

$$\Delta A_{v1} = \frac{\frac{\tan \beta}{\cos^2 \alpha} + \frac{\tan \alpha}{\cos^2 \beta}}{\tan^2 \alpha + \tan^2 \beta} \times 0.02 + \frac{\frac{\tan \beta}{\cos^2 \alpha} + \frac{\tan \alpha}{\cos^2 \beta}}{\tan^2 \alpha + \tan^2 \beta} \times 2''. \quad (10)$$

经分析, 当 $\alpha = \beta$ 时, ΔA_{v1} 的值远远大于 $\alpha \neq \beta$ 时的值。因此取 $\alpha = \beta$, 且设 α 为自变量, 以 ΔA_{v1} 的最大值来表征其误差量, 此时(10)式可化简为

$$\Delta A_{v1\max} = \frac{\alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} \times 0.02 + \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} \times 2''. \quad (11)$$

由于车载平台支撑好并自主调平后, 平台两个方向的不平度不超过 0.5° , 所以在图 2 中绘制了平台倾角 α 从 0° 变化到 0.5° 时的变化情况。由图 2 可知: $\Delta A_{v1\max}$ 会随着 α 角的变大逐渐减小, 在 α 角从 0° 增大到 0.5° 过程中, 从 10.6° 变化至 0.06° , 说明 ΔA_{v1} 与 X 、 Y 两个方向的倾斜分量有一定的关系, 在 α 角小于 0.05° 时, ΔA_{v1} 均大于 0.5° , 计算误差较大。

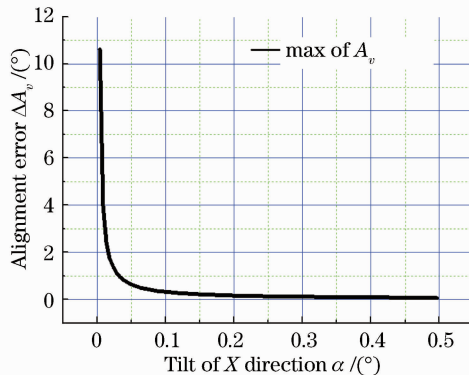


图 2 ΔA_{v1} 随 α 角的变化趋势

Fig. 2 Relationship of ΔA_{v1} and angle α

4 综合测角误差分析

根据靶场测量常用的单项误差累积法^[12],垂直轴倾斜角的修正公式是基于球面直角三角形基本定理推导的,经纬仪方位角的修正值 ΔA 与倾斜方向角 A_v 、经纬仪测量方位角 A 、平台倾角 V 、经纬仪测量俯仰角 E 、经纬仪俯仰角修正值 ΔE 有如下关系:

$$\frac{-\sin(A_v - A)\sin V}{\cos(E + \Delta E)} = \frac{-\sin \Delta A}{\sin E}. \tag{12}$$

对正弦三角函数的幂级数展开,当 V 、 ΔA 、 ΔE 很小时略去三角函数的高阶分量,则近似地有 $\sin V = V$, $\sin \Delta A = \Delta A$, $\cos(E + \Delta E) = \cos E$,所以(12)式可以简化为

$$\Delta A = V\sin(A_v - A)\tan E. \tag{13}$$

经纬仪俯仰角的修正值 ΔE 与 A_v 、 A 、 V 有如下关系:

$$\sin \Delta E / \sin V = -\cos(A_v - A). \tag{14}$$

同样对小角度的正弦三角函数进行近似处理: $\sin V = V$, $\sin \Delta E = \Delta E$, (14)式可以简化为

$$\Delta E = -V\cos(A_v - A). \tag{15}$$

根据垂直轴倾斜误差补偿公式,对准误差 ΔA_v 和倾斜方位角 A_v 、经纬仪测量方位角 A 、平台倾角 V 会使经纬仪产生测量角误差为 ΔA_c 和 ΔE_c :

$$\begin{aligned} \Delta A_c &= V\sin(A_v + \Delta A_v - A)\tan E - V\sin(A_v - A)\tan E = \\ &= V\tan E[\sin(A_v - A)\cos \Delta A_v + \cos(A_v - A)\sin \Delta A_v - \sin(A_v - A)] = \\ &= V\tan E[\sin(A_v - A)(\cos \Delta A_v - 1) + \cos(A_v - A)\sin \Delta A_v], \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= -V\cos(A_v + \Delta A_v - A) + V\cos(A_v - A) = \\ &= V[\cos(A_v - A) - \cos(A_v - A)\cos \Delta A_v + \sin(A_v - A)\sin \Delta A_v] = \\ &= V[\cos(A_v - A)(1 - \cos \Delta A_v) + \sin(A_v - A)\sin \Delta A_v]. \end{aligned} \tag{17}$$

由(16)、(17)式可知,平台倾角 V 对测量角误差 ΔA_c 和 ΔE_c 影响较大,而对准误差 ΔA_v 对测量角误差 ΔA_c 和 ΔE_c 影响相对较小。

当最大倾斜角 V 和对准误差 ΔA_v 一定时, ΔA_c 和 ΔE_c 随着测量角 A 和 E 变化而变化。除去天顶盲区工作角度,按照经纬仪的精度测量时常用的有效空间角度(方位角: $-180^\circ \sim 180^\circ$, 俯仰角: 45° 和 65°) 计算 ΔA_c 、 ΔE_c 的值,计算过程中取 $\alpha = 0.01^\circ$, $\alpha = 0.1^\circ$, $\alpha = 0.3^\circ$, 分别计算最大倾角 V 和对准误差 ΔA_v , 结果如表 1 所示。

表 1 最大倾斜角和对准误差的计算结果

Table 1 Calculation results of maximum slope angle and alignment error

	$\alpha = \beta$	V	ΔA_1	ΔA_v
1	0.01°	0.014°	3.18°	3.22°
2	0.1°	0.14°	0.32°	0.59°
3	0.3°	0.42°	0.11°	0.51°

由于不同的方位角和俯仰角下的测角误差不同,因此绘制了俯仰角 $E = 45^\circ$ 和 $E = 65^\circ$ 时 ΔA_c 、 ΔE_c 随方

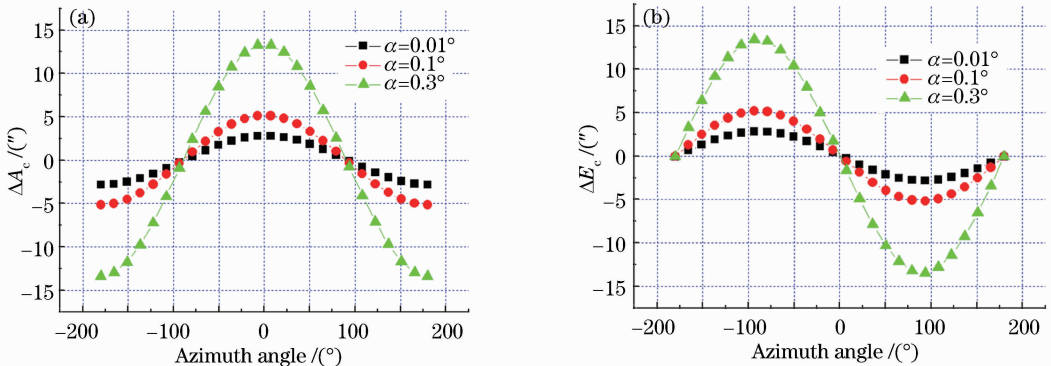


图 3 $E = 45^\circ$ 时, ΔA_c 、 ΔE_c 随方位角变化曲线

Fig. 3 When $E = 45^\circ$, relationship of ΔA_c 、 ΔE_c and angle A

位角变化而变化的曲线,如图 3 和图 4 所示,其参数与表 1 中数据相对应。

由表 1、图 3、图 4 可知:随着平台的单向倾角 α 和最大倾斜角 V 的增大,虽然补偿算法的精度提升,对准误差减小,但 ΔA_c 和 ΔE_c 总体上仍然变大,与(16)、(17)式相符,且文中给出的平台转换算法在小角度不会产生较大影响。并且极限情况下 ΔA_c 在 $\alpha=0.1^\circ=360''$, $E=65^\circ$ 时达到 $10''$, ΔE_c 的值与俯仰角没有关系,最大为 $6''$,总误差不超过 $16''$,文中给出的算法可以满足使用要求。

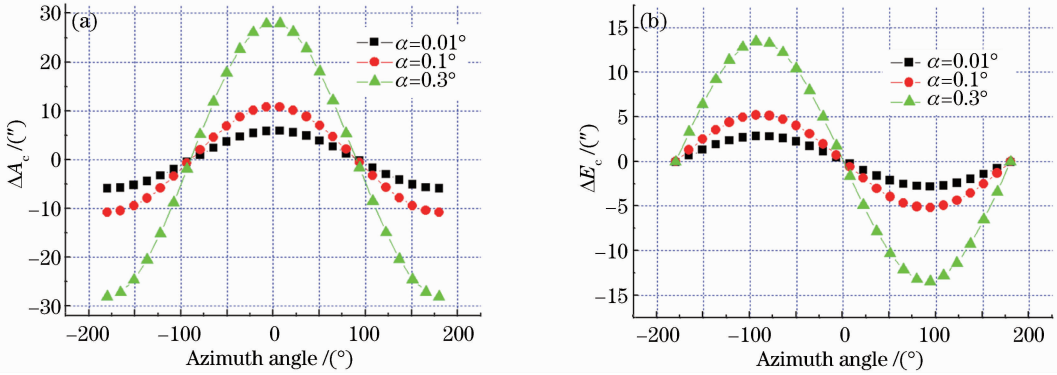


图 4 $E=65^\circ$ 时, ΔA_c , ΔE_c 随方位角变化曲线

Fig. 4 When $E=65^\circ$, relationship of ΔA_c , ΔE_c and angle A

5 实验验证

停放在野外的车载平台,通常无法保证平台的倾斜量在全工作过程内小于 $300''$ 。若采用更先进的光学标定方法,通过精密调整环节,将垂直轴倾角测量装置与经纬仪精确对准,使 ΔA_{v2} 小于 0.1° 。同时采用电子水平仪对电视自准直仪进行静态倾角标定,进一步减少自准直仪的测角误差,使倾角测量精度提高至 $2''$ 内,则

$$\Delta A_{v1} = \frac{\frac{\tan \beta}{\cos^2 \alpha} + \frac{\tan \alpha}{\cos^2 \beta}}{\tan^2 \alpha + \tan^2 \beta} \times 2'' \quad (18)$$

当 $\alpha=\beta=0.3^\circ$ 时, $\Delta A_v=0.15^\circ$, $E=65^\circ$,可计算经纬仪的测量角误差 $\Delta A_c < 8.3''$, $\Delta E_c < 4''$,综合测角误差为标定前误差的 30%,测量精度更高。

在实验室内利用某经纬仪进行实验验证,如图 5 所示。采用 AIM160 型自准直仪对平台倾斜量实时测量,该型自准直仪测角精度为 $0.5''$,数据更新频率为 25 Hz。采用 SDS11 型电子水平仪用于初始倾斜量标定,该电子水平仪的测量分辨率为 $0.2''$ 。将某型经纬仪放置车载平台上,该经纬仪为定制型测量经纬仪,镜头口径为 150 mm,焦距为 1000 mm,综合测角精度优于 $10''$ 。借用一台水平放置的平行光管通过倾斜车体比照自准直仪倾斜量数据,反复调整平行光管位置,车体倾斜 0.3° 范围内,二者测量值相差不超过 $5''$ 时,对

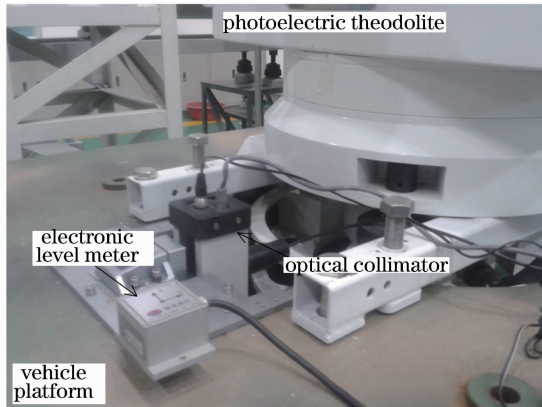


图 5 测试实验图

Fig. 5 Picture of the experiment

准误差小于 0.1° 。然后倾斜车载平台至水平度约 0.3° ，拍摄天文检测架上的预置平行光管。再将方位编码器的初始点偏转 0.5° ，重新拍摄平行光管。

利用上述算法给出的修正值对平台倾斜后测量结果修正，以水平平台倾斜前测量数据为真值，修正后的数据结果与水平平台倾斜前测量结果相比误差在 $10''$ 以内，与理论计算结果基本符合。

6 结 论

主要对车载经纬仪测量过程中由于平台倾斜造成的测角误差进行了分析，提出了新的平台倾斜量参数转化方法，与以往算法相比简单、准确。在此基础上推导了车载经纬仪测角误差的补偿算法，分析了该算法的精度，通过分析可知在载车调平精度 $300''$ 内，综合测角误差小于 $16''$ ，小于实际工程中对车载经纬仪测角误差小于 $30''$ 的要求，可以满足高精度测量要求。在实验室高精度定标的前提下对本文提出的算法进行验证，实验结果表明该算法准确有效，可以在实际工程中应用。

参 考 文 献

- 1 Feng Xiaoyong, Zhu Weikang, Qiao Yanfeng, *et al.*. A dynamic, real-time, high-precision optical method of level attitude measurement[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(3): 0312001.
冯小勇, 朱伟康, 乔彦峰, 等. 动态实时光学精密水平姿态测量方法[J]. *光学学报*, 2013, 33(3): 0312001.
- 2 Thomas J S. A proposed codification for photo-optical instrumentation[J]. *Opt Engng*, 1964, 2(2): 39-40.
- 3 Lloret P. Inertial+total station+GPS for high productivity surveying[C]. *Position Location and Navigation Symposium*, 1990. Record. The 1990's-A Decade of Excellence in the Navigation Sciences. IEEE PLANS'90, IEEE, 1990: 338-346.
- 4 Zhang Dongmei. The Research on Measurement Technology of Vehicle Plane Distortion[D]. Beijing: Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, 2006.
张东梅. 车载平台变形测量技术研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2006.
- 5 Gao Ce, Qiao Yanfeng. Real time error-correction method for photoelectrical theodolite[J]. *Opt Precision Eng*, 2007, 16 (4): 846-851.
高 策, 乔彦峰. 光电经纬仪测量误差的实时修正[J]. *光学 精密工程*, 2007, 16(4): 846-851.
- 6 Jiang Wengang, Shang Jie, Deng Zhiliang, *et al.*. Study of automatic leveling for the great platform[J]. *Electric Drive*, 2005, 35(12): 29-31.
姜文刚, 尚 婕, 邓志良, 等. 大型平台自动调平研究[J]. *电气传动*, 2006, 35(12): 29-31.
- 7 Jiang Weiwei, Gao Yunguo, Feng Dongyan, *et al.*. Corrected error of base-plane for vehicle-borne photoelectric theodolite[J]. *Acta ArmamentarII*, 2009, 30(12): 1638-1641.
姜伟伟, 高云国, 冯栋彦, 等. 车载光电经纬仪基准平面测角误差修正[J]. *兵工学报*, 2009, 30(12): 1638-1641.
- 8 Zhang Zheng. Researches on Measurement Error Correction of Vehicle Photoelectric Theodolite Working on the Quasi-Moving Base[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2007.
张 政. 车载光电经纬仪在准动基座下的测量误差修正研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2007.
- 9 Yan Gongmin. The Vehicle Position and Azimuth Determining System [D]. Xi'an: Northwestern Poly-Technical University, 2006.
严恭敏. 车载自主定位定向系统研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.
- 10 Cao Rui, Zhang Bin, Feng Qibo, *et al.*. A Method for roll-angle measurement in multi-degree-of-freedom measuring system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(12): 2344-2348.
曹 睿, 张 斌, 冯其波, 等. 多自由度误差同时测量中的滚转角测量方法[J]. *光学学报*, 2008, 28(12): 2344-2348.
- 11 Ao Lei, Tan Jiubin, Cui Jiwen, *et al.*. Fast and precise center location for circle target of CCD laser autocollimator[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, 27(2): 253-258.
敖 磊, 谭久彬, 崔继文, 等. 一种快速高精度激光 CCD 自准直仪圆目标中心的定位方法[J]. *光学学报*, 2007, 27(2): 253-258.
- 12 Zhao Xueyan, Li Yingchun. Optical Measurement in Shooting Range[M]. Beijing: Institute of Command and Technology, 2001.
赵学研, 李迎春. 靶场光学测量[M]. 北京: 装备指挥技术学院, 2001.

栏目编辑: 史 敏