

# 拓扑电荷在大气湍流中的守恒距离

曾 军 李晋红

太原科技大学 物理系, 山西 太原 030024

**摘要** 基于非 Kolmogorov 谱模型和广义惠更斯-菲涅耳原理,以双曲余弦高斯(ChG)涡旋光束为例,对部分相干 ChG 涡旋光束在非 Kolmogorov 大气湍流传输中拓扑电荷的守恒距离做了详细的研究。研究表明,广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$  越大,广义指数参量  $\alpha$  越小,湍流内尺度  $l_0$  越小,空间相关长度  $\sigma_0$  越小,束腰宽度  $w_0$  越大,则拓扑电荷守恒距离越小,而湍流外尺度  $L_0$  和双曲余弦部分参数  $\Omega_0$  对拓扑电荷守恒距离无影响。

**关键词** 物理光学;拓扑电荷守恒距离;衍射积分;相干涡旋;非 Kolmogorov 大气湍流

**中图分类号** O436.1 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201535.s101005

## Distance for Conservation of Topological Charge in Atmospheric Turbulence

Zeng Jun Li Jinhong

*Department of Physics, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, China*

**Abstract** Based on the non-Kolmogorov spectrum and the generalized Huygens-Fresnel principle, taking the cosh-Gaussian (ChG) vortex beams as a typical example, the distance for the conservation of topological charge of partially coherent ChG vortex beams propagating through non-Kolmogorov atmospheric turbulence is studied. With the increment of general structure constant  $\tilde{C}_n^2$  and the waist width  $w_0$ , as well as the decrement of the general exponent  $\alpha$ , the inner scale  $l_0$  and spatial correlation length  $\sigma_0$ , the distance for the conservation of topological charge will decrease, whereas outer scale  $L_0$  and part parameters of hyperbolic cosine  $\Omega_0$  has no effect on the distance for the conservation of topological charge.

**Key words** physical optics; the distance for the conservation of topological charge; diffraction integral; coherent vortices; non-Kolmogorov atmospheric turbulence

**OCIS codes** 010.1300; 010.1330; 050.4865; 080.4865; 200.2605

## 1 引 言

基于涡旋具有螺旋型波前和拓扑电荷等特殊性质,它已在光镊<sup>[1-2]</sup>、光学扳手<sup>[3-4]</sup>、微粒操控<sup>[5]</sup>、光子计算<sup>[6]</sup>、光数据存储<sup>[7-8]</sup>、量子密码系统<sup>[9]</sup>、激光通信<sup>[10]</sup>等多方面展示出诱人前景,成为当前研究热点之一。近年来,涡旋光束的研究对象已从完全相干光扩展到部分相干光。Gbur 和 Visser<sup>[11]</sup>理论上预言了部分相干光的光谱相干度具有孤立的奇点,该点即为相干涡旋。Gbur 和 Tyson<sup>[12]</sup>利用多位相屏模拟法对拉盖尔高斯涡旋光束通过大气湍流传输做了分析,研究指出光涡旋含有的拓扑电荷是一个相对稳定的量,在光通信中拓扑电荷有望作为信息传递载体。付文羽等<sup>[13]</sup>表示涡旋光束的光谱相干度及光强分布与光束的拓扑电荷数有关。陈子阳等<sup>[14]</sup>详细介绍了涡旋光束拓扑电荷数对干涉条纹分布的影响。王浩等<sup>[15]</sup>分析了拓扑电荷数值在涡旋光干涉过程中对涡旋产生与湮灭的影响。Zhu 等<sup>[16]</sup>研究了携带任意拓扑电荷数的贝塞尔高

**收稿日期:** 2015-01-24; **收到修改稿日期:** 2015-03-01

**基金项目:** 国家自然科学基金(61405136, 61178067)、山西省青年科技研究基金(2012021016, 2013021010-4)

**作者简介:** 曾 军(1990-),男,硕士研究生,主要从事奇点光学方面的研究。E-mail: zengjuntyu@163.com

**导师简介:** 李晋红(1980-),男,博士,副教授,主要从事激光与光通信和奇点光学方面的研究。E-mail: jinhongli@live.cn

(通信联系人)

斯涡旋光束在大气湍流中的传输特性,分析了大气湍流程度和拓扑电荷数目对光束质量的影响。Li 等<sup>[17]</sup>对相干涡旋在大气湍流中的动态演化过程进行了大量的研究,指出相干涡旋的位置和数目与拓扑电荷符号有关,并分析了大气湍流中上行和下行传输路径对相干涡旋的影响即下行传输时相干涡旋拓扑电荷守恒距离要长于上行传输<sup>[18]</sup>。但 Gbur, Zhu 和 Li 等都只是对拓扑电荷在理想大气湍流中的情形进行了研究,虽然 He 等<sup>[19]</sup>对相干涡旋在非 Kolmogorov 大气湍流中的演化情况进行了研究,但工作重点放在了相干涡旋的动态演化行为和趋势上,对于拓扑电荷守恒距离并未进行具体研究,文献中也只有 Li 提到了传输路径的不同会影响拓扑电荷守恒距离,其他参量对拓扑电荷守恒距离的影响并未提及到。本文基于非 Kolmogorov 谱模型,以部分相干双曲余弦高斯(ChG)涡旋光束为例,研究讨论了广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$ 、广义指数参量  $\alpha$ 、湍流内尺度  $l_0$ 、湍流外尺度  $L_0$ 、空间相关长度  $\sigma_0$ 、束腰宽度  $\omega_0$  和双曲余弦部分参数  $\Omega_0$  对拓扑电荷守恒距离的影响。

## 2 理论模型

对部分相干光而言,一般不存在光强为零的光涡旋,但却存在光谱相干度或互相干函数为零的相干涡旋<sup>[11,20]</sup>。从相应的涡旋光束的场分布出发,引入相应的大气折射率起伏功率谱模型,推导出部分相干涡旋光束的交叉谱密度函数的解析表达式,结合光谱相干度的定义确定相干涡旋的位置,用以研究相干涡旋在自由空间和大气湍流中的拓扑电荷的守恒距离。

在空间频率域中 ChG 涡旋光束在入射面  $z=0$  处的场分布<sup>[21]</sup>为

$$E(\mathbf{s}, 0) = \cosh[\Omega_0(s_x + s_y)] \exp\left(-\frac{s_x^2 + s_y^2}{\omega_0^2}\right) [s_x + i \operatorname{sgn}(m)s_y]^{m-1}, \quad (1)$$

式中  $\Omega_0$  为双曲余弦部分参数,  $(s_x, s_y)$  为二维平面矢量  $\mathbf{s}$  在  $x, y$  方向的分量,  $\omega_0$  为高斯部分的束腰宽度,  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  为符号函数,  $m$  是拓扑电荷,在文中取  $m = -1$ 。

引入谢尔相关项<sup>[22]</sup>,在入射面  $z=0$  处部分相干 ChG 涡旋光束的交叉谱密度函数为

$$W(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, 0) = \langle \mathbf{E}^* \cdot \mathbf{E} \rangle = [s_{1x}s_{2x} + s_{1y}s_{2y} - i(s_{1x}s_{2y} - s_{2x}s_{1y})] \exp\left(-\frac{s_1^2 + s_2^2}{\omega_0^2}\right) \times \cosh[\Omega_0(s_{1x} + s_{1y})] \cosh[\Omega_0(s_{2x} + s_{2y})] \exp\left[-\frac{(s_1 - s_2)^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (2)$$

式中  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$  分别为源面二点坐标矢量,  $(s_{ix}, s_{iy})$  为二维平面矢量  $\mathbf{s}_i$  在  $x, y$  方向的分量,  $*$  为复共轭,  $\sigma_0$  为空间相关长度。

由广义惠更斯-菲涅耳原理<sup>[23]</sup>,部分相干光通过非 Kolmogorov 大气湍流传输的交叉谱密度函数为

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) = \left(\frac{k}{2z\pi}\right)^2 \iint d^2\mathbf{s}_1 \iint d^2\mathbf{s}_2 W(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, 0) \exp\left\{-\frac{ik}{2z}[(\boldsymbol{\rho}_1 - \mathbf{s}_1)^2 - (\boldsymbol{\rho}_2 - \mathbf{s}_2)^2]\right\} \times \langle \exp[\psi^*(\boldsymbol{\rho}_1, \mathbf{s}_1) + \psi(\boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{s}_2)] \rangle, \quad (3)$$

式中  $\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2$  分别为传输距离  $z$  处二点坐标矢量,  $k$  是波数,与波长  $\lambda$  的关系为  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\langle \cdot \rangle$  表示湍流介质扰动而引起的相位起伏,可用 Rytov 位相结构函数的二次近似表示<sup>[24]</sup>为

$$\langle \exp[\psi^*(\boldsymbol{\rho}_1, \mathbf{s}_1) + \psi(\boldsymbol{\rho}_2, \mathbf{s}_2)] \rangle = \exp\{-T(\alpha, z)[(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2 + (\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2) + (\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2)^2]\}, \quad (4)$$

式中

$$T(\alpha, z) = \frac{\pi^2 k^2 z}{6(\alpha - 2)} A(\alpha) \tilde{C}_n^2 \left\{ -2\kappa_0^{(4-\alpha)} + \exp\left(\frac{\kappa_0^2}{\kappa_m^2}\right) \kappa_m^{(2-\alpha)} [(\alpha - 2)\kappa_m^2 + 2\kappa_0^2] \Gamma\left(2 - \frac{\alpha}{2}, \frac{\kappa_0^2}{\kappa_m^2}\right) \right\}, \quad (5)$$

为大气特征量<sup>[25]</sup>,用来表征大气湍流的影响,其大小由大气湍流的折射率起伏谱密度函数决定,是一个独立参数,其中  $A(\alpha) = \Gamma(\alpha - 1) \cos(\alpha\pi/2) / (4\pi^2)$ ,  $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ ,  $L_0$  为湍流外尺度,  $\kappa_m = c(\alpha)/l_0$ ,  $l_0$  为湍流内尺度,  $c(\alpha) = \{\Gamma[(5 - \alpha)/2] A(\alpha) 2\pi/3\}^{1/(\alpha-5)}$ ,  $\Gamma(\cdot)$  为伽马函数,  $\alpha$  为广义指数参量,  $\tilde{C}_n^2$  为广义结构常量,单位是  $m^{3-\alpha}$ 。当  $\alpha = 11/3, L_0 = \infty, l_0 = 0$  时,得到  $A(11/3) = 0.033, \tilde{C}_n^2 = C_n^2$ ,此为常规 Kolmogorov 大气湍流功率谱密度  $\Phi_n(\kappa, 11/3) = 0.033 C_n^2 \kappa^{-11/3}$ 。

为计算方便,作坐标变换  $\boldsymbol{\mu} = (\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2) / 2, \mathbf{v} = \mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2$ ,并利用积分公式<sup>[26]</sup>

$$\left\{ \begin{array}{l} \int \exp(-px^2 + 2qx) dx = \sqrt{\frac{\pi}{p}} \exp\left(\frac{q^2}{p}\right) \\ \int x \exp(-px^2 + 2qx) dx = \sqrt{\frac{\pi}{p}} \left(\frac{q}{p}\right) \exp\left(\frac{q^2}{p}\right) \\ \int x^2 \exp(-px^2 + 2qx) dx = \frac{1}{2p} \sqrt{\frac{\pi}{p}} \left(1 + \frac{2q^2}{p}\right) \exp\left(\frac{q^2}{p}\right) \\ \cosh x = \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2} \end{array} \right. , \quad (6)$$

把(2)式、(4)式和(6)式代入(3)式作复杂的积分运算,得到部分相干 ChG 涡旋光束在非 Kolmogorov 大气湍流传输中的交叉谱密度函数为

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) = \left(\frac{k}{4z}\right)^2 \frac{1}{AC} \exp\left[-\frac{ik}{2z}(\boldsymbol{\rho}_1^2 - \boldsymbol{\rho}_2^2)\right] \exp[-T(\alpha, z)(\rho_1 - \rho_2)^2] (M_1 + M_2 + M_3 + M_4), \quad (7)$$

式中

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1 = \left(\frac{E_x^2 + E_y^2}{C^2} + \frac{1}{C} - \frac{I_x^2 + I_y^2}{4H^2} - \frac{1}{4H} - i \frac{I_x E_y - E_x I_y}{CH}\right) \exp\left(\frac{B_x^2 + B_y^2}{4A} + \frac{E_x^2 + E_y^2}{C}\right) \\ M_3 = \left(\frac{G_x^2 + G_y^2}{C^2} + \frac{1}{C} - \frac{J_x^2 + J_y^2}{4H^2} - \frac{1}{4H} - i \frac{J_x G_y - G_x J_y}{CH}\right) \exp\left(\frac{F_x^2 + F_y^2}{4A} + \frac{G_x^2 + G_y^2}{C}\right) \end{array} \right. , \quad (8)$$

$$A = \frac{1}{2\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + T(\alpha, z), \quad (9)$$

$$B_x = \frac{ik}{2z}(\rho_{1x} + \rho_{2x}) - T(\alpha, z)(\rho_{1x} - \rho_{2x}), \quad (10)$$

$$C = \frac{2}{\omega_0^2} + \frac{k^2}{4Az^2}, \quad (11)$$

$$D_x = \frac{ik}{z}(\rho_{1x} - \rho_{2x}) + 2\Omega_0, \quad (12)$$

$$E_x = \frac{1}{2}\left(D_x - \frac{ik}{2Az}B_x\right), \quad (13)$$

$$F_x = B_x + \Omega_0, \quad (14)$$

$$G_x = \frac{1}{2}\left[\frac{ik}{z}(\rho_{1x} - \rho_{2x}) - \frac{ikF_x}{2Az}\right], \quad (15)$$

$$H = A + k^2\omega_0^2/8z^2, \quad (16)$$

$$I_x = \frac{1}{2}\left(B_x - \frac{ik\omega_0^2 D_x}{4z}\right), \quad (17)$$

$$J_x = \frac{1}{2}\left[F_x + \frac{k^2\omega_0^2(\rho_{1x} - \rho_{2x})}{4z^2}\right], \quad (18)$$

根据对称性,将  $B_x, D_x, E_x, I_x, F_x, G_x, J_x$  中的  $\rho_{1x}$  和  $\rho_{2x}$  换成  $\rho_{1y}$  和  $\rho_{2y}$  就分别得到  $B_y, D_y, E_y, I_y, F_y, G_y, J_y$ 。将  $M_1, M_3$  中  $D_x, E_x, I_x, D_y, E_y, I_y$  表达式的  $\Omega_0$  换成  $-\Omega_0$  即可得到  $M_2, M_4$ 。由(7)式可以看出,部分相干 ChG 涡旋光束在非 Kolmogorov 大气湍流传输中的交叉谱密度函数与传输距离  $z$ , 湍流量(广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$ , 广义指数参量  $\alpha$ , 湍流内尺度  $l_0$ , 湍流外尺度  $L_0$ ) 以及光束控制参数(空间相关长度  $\sigma_0$ 、束腰宽度  $\omega_0$  和双曲余弦部分参数  $\Omega_0$ ) 等有关。当  $\tilde{C}_n^2 = 0$  时, (7)式退化为部分相干 ChG 涡旋光束在自由空间传输中的交叉谱密度函数

$$W_{\text{free}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) = \left(\frac{k}{4z}\right)^2 \frac{1}{A_0 C_0} \exp\left[-\frac{ik}{2z}(\boldsymbol{\rho}_1^2 - \boldsymbol{\rho}_2^2)\right] (M_{10} + M_{20} + M_{30} + M_{40}), \quad (19)$$

当  $\tilde{C}_n^2 = 0$  时,  $T(\alpha, z) = 0$ 。(19)式中的  $A_0$  是令(9)式  $A$  表达式中的  $T(\alpha, z) = 0$  得到,  $C_0$  是将(11)式  $C$  表达式中的  $A$  用  $A_0$  替换得到, 将  $T(\alpha, z) = 0$  代入(8)式的  $M_1$  和  $M_2$  表达式中就可分别得到(19)式中的  $M_{10}$  和  $M_{30}$ , 再根据上文提到的对称性, 由  $M_{10}$  和  $M_{30}$  就可以分别得到  $M_{20}$  和  $M_{40}$ 。

根据光谱相干度定义<sup>[27]</sup> 有

$$\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) = \frac{W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z)}{[I(\boldsymbol{\rho}_1, z)I(\boldsymbol{\rho}_2, z)]^{1/2}}, \quad (20)$$

式中  $I(\boldsymbol{\rho}_i, z) = W(\boldsymbol{\rho}_i, \boldsymbol{\rho}_i, z)$  ( $i = 1, 2$ ) 表示点  $(\boldsymbol{\rho}_i, z)$  处的光强。相干涡旋的位置由以下方程组<sup>[11]</sup> 确定

$$\text{Re}[\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z)] = 0, \quad (21)$$

$$\text{Im}[\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z)] = 0, \quad (22)$$

式中 Re 和 Im 分别表示取实部和虚部运算, 相干涡旋拓扑电荷的符号及大小由符号法则<sup>[28]</sup> 决定, 即位相的改变分别为逆时针方向和顺时针方向增加, 对应拓扑电荷符号分别为“+”和“-”, 位相增加  $2m\pi$ , 则拓扑电荷值为  $m$ 。

### 3 数值计算与分析

在传输过程中, 当某一点的位置坐标同时满足(21)式和(22)式时, 就表示该点存在相干涡旋, 即图 1 中相干涡旋的位置坐标都是由(21)式和(22)式求得。同时也可以通过图 1 中的位相插图对相干涡旋的位置进行宏观验证, 插图中“●”和“○”所在的位置坐标即为对应相干涡旋所在的位置坐标。

图 1 给出了部分相干 ChG 涡旋光束在自由空间[(a), (b)]和非 Kolmogorov 大气湍流[(c), (d)]传输中相干涡旋位置随传输距离  $z$  的变化, 插图为某些相干涡旋对应的位相图。计算参数为  $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 3 \text{ cm}$ ,  $\sigma_0 = 3 \text{ cm}$ ,  $\Omega_0 = 20$ ,  $\alpha = 3.2$ ,  $l_0 = 1 \text{ cm}$ ,  $L_0 = 1 \text{ m}$ ,  $\tilde{C}_n^2 = 0$  [(a), (b)]和  $\tilde{C}_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{3-\alpha}$  [(c), (d)], 部分计算参数的选择参见文献[19]。从图 1(a)和(b)中可看出, 部分相干 ChG 涡旋光束在自由空间传输中, 开始时只有一个拓扑电荷为-1 的相干涡旋(图中标为 A), 这段传输距离内拓扑电荷守恒; 随传输距离  $z$  的增加, 在  $z = 2 \text{ km}$  处有一个新的相干涡旋产生(图中标为 B), 通过图 1(b)中的位相插图可知, 该相干涡旋处的位相沿逆时针方向增加  $2\pi$ , 根据符号法则可以判定其拓扑电荷为+1, 此时总的拓扑电荷变为 0, 此处起拓扑电荷不再守恒, 随后不会再有新的相干涡旋产生, 即拓扑电荷总量不会再发生变化, 故拓扑电荷守恒距离

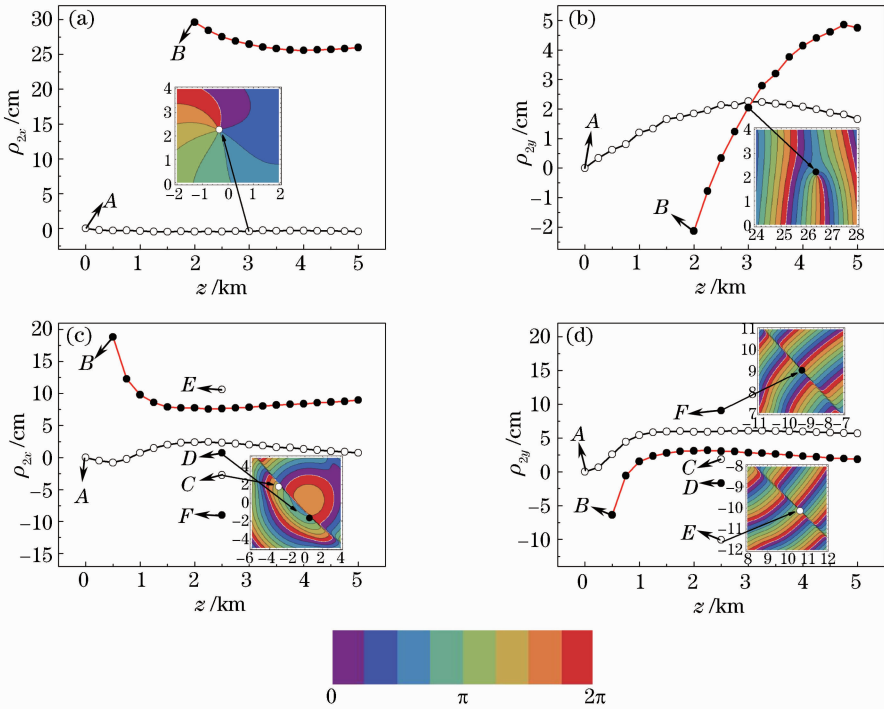


图 1 部分相干 ChG 涡旋光束在自由空间[(a), (b)]和非 Kolmogorov 大气湍流[(c), (d)]传输中相干涡旋位置随传输距离  $z$  的变化图, “●”和“○”分别表示拓扑电荷为+1 和 -1。(a), (c)为  $\rho_{2x}$  方向; (b), (d)为  $\rho_{2y}$  方向  
Fig.1 Position of coherent vortices of partially coherent ChG vortex beams propagating through the free space [(a), (b)] and non-Kolmogorov atmospheric turbulence [(c), (d)] versus the propagation distance  $z$ , ‘●’  $m = +1$  and ‘○’  $m = -1$ . (a), (c)  $\rho_{2x}$  direction; (b), (d)  $\rho_{2y}$  direction

$z_c = 2$  km。图 1(a)和(b)中空点(相干涡旋 A)所在的曲线描述的是涡旋光束自身携带的相干涡旋在自由空间传输过程中的运动轨迹,实点(相干涡旋 B)所在的曲线描述的是涡旋光束在自由空间传输过程中新产生的相干涡旋的运动轨迹。由图 1(c)和(d)可知,部分相干 ChG 涡旋光束在非 Kolmogorov 大气湍流中传输时,有与图 1(a)和(b)相似的相干涡旋 A 和相干涡旋 B 出现,但在非 Kolmogorov 大气湍流中相干涡旋 B 在  $z = 0.5$  km 处产生,与图 1(a)和(b)相比拓扑电荷守恒距离  $z_c$  变短。除此之外,在  $z = 2.5$  km 处产生两对相干涡旋(拓扑电荷分别为  $-1, +1$  和  $-1, +1$  的相干涡旋),称为相干涡旋 C、D 和相干涡旋 E、F,但很快它们又在  $z = 2.75$  km 处发生湮灭,它们的产生与湮灭过程不会对拓扑电荷的总量产生影响,即不会改变拓扑电荷守恒距离。总的来说,相干涡旋在自由空间和非 Kolmogorov 大气湍流的动态演化相同点有:开始时只有一个相干涡旋,随着传输距离  $z$  的增加,有一个新相干涡旋产生并改变拓扑电荷的总量,拓扑电荷最终都不再守恒;不相同点有:与自由空间相比,在非 Kolmogorov 大气湍流中拓扑电荷守恒距离要短,相干涡旋既有产生又有湮灭,即相干涡旋的演化过程更复杂。由此可以知道在其他参量相同的情况下,传输介质对拓扑电荷守恒距离有影响。

图 2 为部分相干 ChG 涡旋光束在非 Kolmogorov 大气湍流传输中拓扑电荷守恒距离  $z_c$  随广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$ 、广义指数参量  $\alpha$ 、湍流内尺度  $l_0$  和湍流外尺度  $L_0$  的变化。从图 2 中可知,在其他条件都相同的情况下,随广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$  的增大、广义指数参量  $\alpha$  的减小及湍流内尺度  $l_0$  的减小,拓扑电荷守恒距离减小,而湍流外尺度  $L_0$  的变化则不会影响拓扑电荷守恒距离。

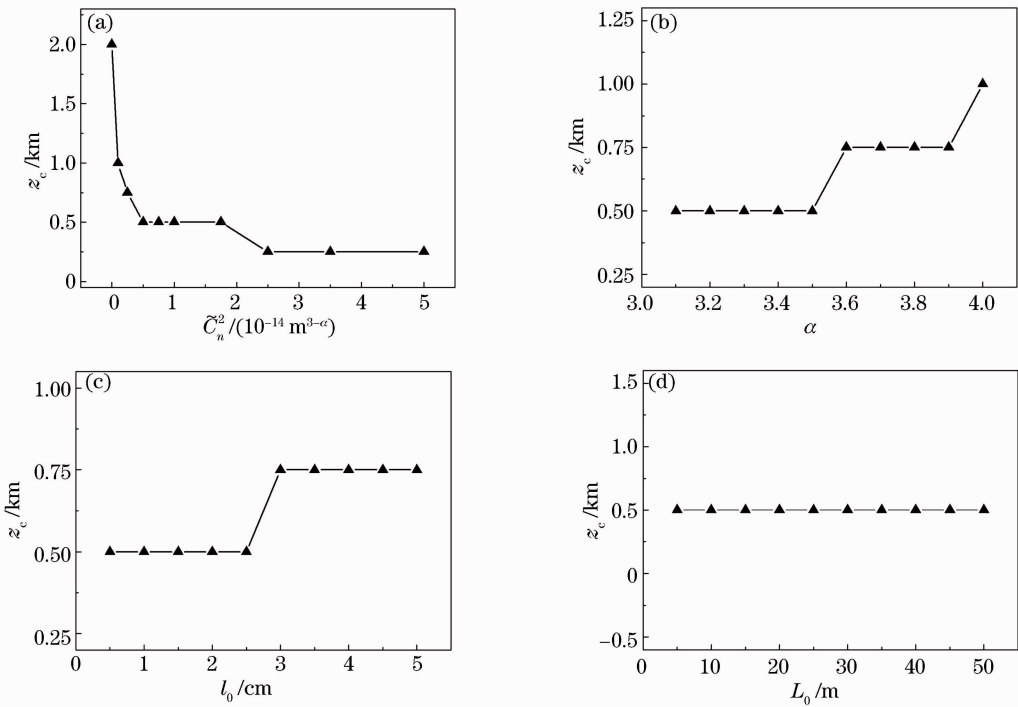


图 2 部分相干 ChG 涡旋光束在非 Kolmogorov 大气湍流传输中拓扑电荷守恒距离  $z_c$  随不同参量的变化图。

(a) 广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$ ; (b) 广义指数参量  $\alpha$ ; (c) 湍流内尺度  $l_0$ ; (d) 湍流外尺度  $L_0$

Fig. 2 Variation of the distance  $z_c$  for conservation of topological charge of partially coherent ChG vortex beams in non-Kolmogorov atmospheric turbulence versus the different parameters. (a) General structure constant  $\tilde{C}_n^2$ ; (b) general exponent  $\alpha$ ; (c) inner scale  $l_0$ ; (d) outer scale  $L_0$

图 3 为部分相干 ChG 涡旋光束在非 Kolmogorov 大气湍流传输中拓扑电荷守恒距离  $z_c$  随空间相关长度  $\sigma_0$ 、束腰宽度  $w_0$  和双曲余弦部分参数  $\Omega_0$  的变化。从图 3 中可知,在其他条件都相同的情况下,随空间相关长度  $\sigma_0$  的减小或束腰宽度  $w_0$  的增大,拓扑电荷守恒距离减小,而双曲余弦部分参数  $\Omega_0$  的变化则不会影响拓扑电荷守恒距离。

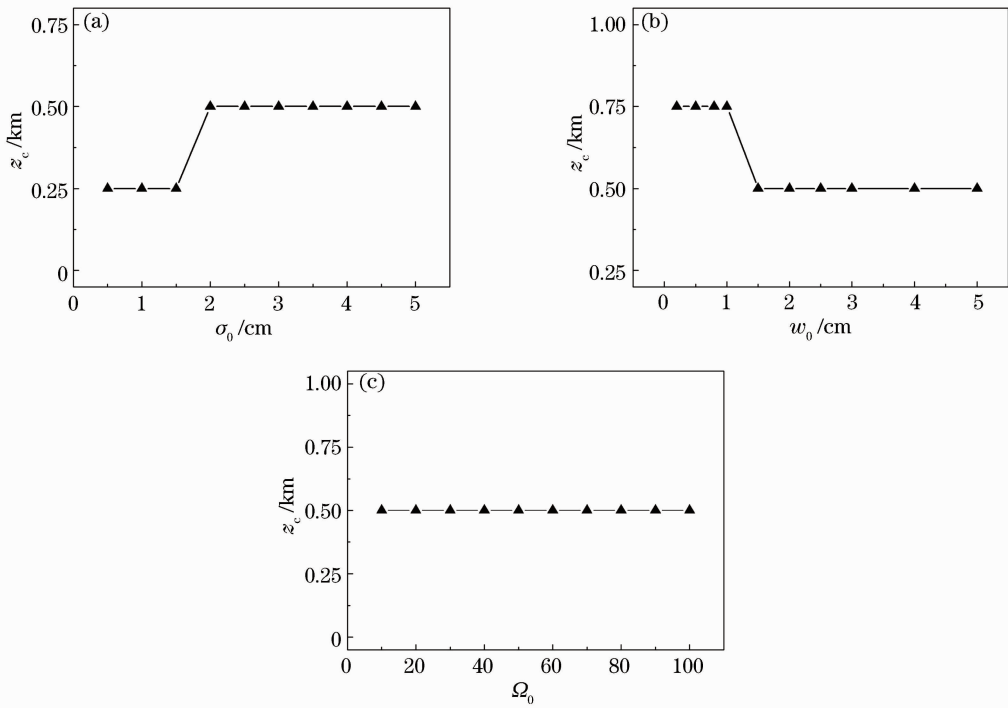


图3 部分相干 ChG 涡旋光束在非 Kolmogorov 大气湍流传输中拓扑电荷守恒距离  $z_c$  随不同参量的变化图。

(a) 空间相关长度  $\sigma_0$ ; (b) 束腰宽度  $w_0$ ; (c) 双曲余弦部分参数  $\Omega_0$

Fig. 3 Variation of the distance  $z_c$  for conservation of topological charge of partially coherent ChG vortex beams in non-Kolmogorov atmospheric turbulence versus the different parameters. (a) Spatial correlation length  $\sigma_0$ ; (b) waist width  $w_0$ ; (c) part parameters of hyperbolic cosine  $\Omega_0$

## 4 结 论

基于非 Kolmogorov 谱模型和广义惠更斯-菲涅耳原理,以 ChG 涡旋光束为例,推导出部分相干 ChG 涡旋光束通过自由空间和非 Kolmogorov 大气湍流传输的交叉谱密度函数的解析表达式,具体讨论了广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$ 、广义指数参量  $\alpha$ 、湍流内尺度  $l_0$ 、湍流外尺度  $L_0$ 、空间相关长度  $\sigma_0$ 、束腰宽度  $w_0$  和双曲余弦部分参数  $\Omega_0$  对拓扑电荷守恒距离的影响。研究表明,部分相干 ChG 涡旋光束在自由空间和非 Kolmogorov 大气湍流中传输时有新的相干涡旋产生,随传输距离  $z$  的增加,拓扑电荷不再守恒;与自由空间相比,在非 Kolmogorov 大气湍流中拓扑电荷守恒距离要短。随着广义结构常量  $\tilde{C}_n^2$  的增加,广义指数参量  $\alpha$  的减小,湍流内尺度  $l_0$  的减小,空间相关长度  $\sigma_0$  的减小,束腰宽度  $w_0$  的增加,拓扑电荷守恒距离会减小;而湍流外尺度  $L_0$  和双曲余弦部分参数  $\Omega_0$  的改变不会影响拓扑电荷守恒距离。文中所得结论对拓扑电荷作为信息载体在光通信中的应用有参考价值。

## 参 考 文 献

- 1 Ashkin A, Dziedzic J, Bjorkholm J, *et al.*. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles[J]. Opt Lett, 1986, 11(5): 288-290.
- 2 Ashkin A. Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime[J]. Biophysical Journal, 1992, 61(2): 569-582.
- 3 He H, Friese M, Heckenberg N, *et al.*. Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity[J]. Phys Rev Lett, 1995, 75(5): 826-829.
- 4 Simpson N, Dholakia K, Allen L, *et al.*. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner[J]. Opt Lett, 1997, 22(1): 52-54.
- 5 Lee W, Yuan X C, Cheong W. Optical vortex beam shaping by use of highly efficient irregular spiral phase plates for optical micromanipulation[J]. Opt Lett, 2004, 29(15): 1796-1798.
- 6 Beržanskis A, Matijošius A, Piskarskas A, *et al.*. Conversion of topological charge of optical vortices in a parametric frequency converter

- [J]. *Opt Commun*, 1997, 140(4): 273–276.
- 7 Voogd R J, Singh M, Braat J J. The use of orbital angular momentum of light beams for optical data storage[C]. *SPIE*, 2004, 5380: 387–392.
- 8 Liu Yidong, Gao Chunqing, Gao Mingwei, *et al.*. Realizing high density optical data storage by using orbital angular momentum of light beam[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 56(2): 854–858.  
刘义东, 高春清, 高明伟, 等. 利用光束的轨道角动量实现高密度数据存储的机理研究[J]. *物理学报*, 2007, 56(2): 854–858.
- 9 Levenson M D, Ebihara T J, Dai G, *et al.*. Optical vortex masks for via levels[J]. *Journal of Micro/Nanolithography, MEMS, and MOEMS*, 2004, 3(2): 293–304.
- 10 Paterson C. Atmospheric turbulence and orbital angular momentum of single photons for optical communication[J]. *Phys Rev Lett*, 2005, 94(15): 153901.
- 11 Gbur G, Visser T D. Coherence vortices in partially coherent beams[J]. *Opt Commun*, 2003, 222(1): 117–125.
- 12 Gbur G, Tyson R K. Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation[J]. *J Opt Soc Am A*, 2008, 25(1): 225–230.
- 13 Fu Wenyu, Li Gaoqing, Liu Xiaojun. Propagation of partially coherent vortex beams in the turbulent atmosphere[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(11): 2958–2962.  
付文羽, 李高清, 刘小军. 部分相干涡旋光束在大气湍流中的远场传输特性[J]. *光学学报*, 2009, 29(11): 2958–2962.
- 14 Chen Ziyang, Zhang Guowen, Rao Lianzhou, *et al.*. Determining the orbital angular momentum of vortex beam by Young's double-slit interference experiment[J]. *Chinese J Lasers*, 2008, 35(7): 1063–1067.  
陈子阳, 张国文, 饶连周, 等. 杨氏双缝干涉实验测量涡旋光束的轨道角动量[J]. *中国激光*, 2008, 35(7): 1063–1067.
- 15 Wang Hao, Yang Dexing, Gan Xuetao, *et al.*. Analysis of interference of planar vortex beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(2): 517–522.  
王 浩, 杨德兴, 甘雪涛, 等. 平面涡旋光干涉的分析[J]. *光学学报*, 2009, 29(2): 517–522.
- 16 Zhu K, Zhou G, Li X, *et al.*. Propagation of Bessel-Gaussian beams with optical vortices in turbulent atmosphere[J]. *Opt Express*, 2008, 16(26): 21315–21320.
- 17 Li J H, Lü B D. Propagation of Gaussian Schell-model vortex beams through atmospheric turbulence and evolution of coherent vortices[J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2009, 11(4): 045710.
- 18 Li Jinhong, Lü Baida. Comparative study of partially coherent vortex beam propagations through atmospheric turbulence along a uplink path and a downlink path[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(7): 074205.  
李晋红, 吕百达. 部分相干涡旋光束通过大气湍流上行和下行传输的比较研究[J]. *物理学报*, 2011, 60(7): 074205.
- 19 He Xuemei, Lü Baida. Dynamic evolution of composite coherence vortices by superimpositions of partially coherent hyperbolic-sine-Gaussian vortex beams in non-Kolmogorov atmospheric turbulence[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(5): 054201.  
何雪梅, 吕百达. 部分相干双曲正弦-Gauss 涡旋光束叠加形成的合成相干涡旋在非 Kolmogorov 大气湍流中的动态演化[J]. *物理学报*, 2012, 61(5): 054201.
- 20 Gbur G, Visser T D, Wolf E. 'Hidden' singularities in partially coherent wavefields[J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2004, 6(5): S239.
- 21 Molina-Terriza G, Rekolons J, Torner L. The curious arithmetic of optical vortices[J]. *Opt Lett*, 2000, 25(16): 1135–1137.
- 22 Ishimaru A. Phase fluctuations in a turbulent medium[J]. *Appl Opt*, 1977, 16(12): 3190–3192.
- 23 Andrews L C, Phillips R L. *Laser Beam Propagation through Random Media*[M]. Bellingham: SPIE Press, 2005: 808.
- 24 Wang S C H, Plonus M A. Optical beam propagation for a partially coherent source in the turbulent atmosphere[J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1979, 69(9): 1297–1304.
- 25 Huang Yongping, Zhang Bin, Dan Youquan, *et al.*. Changes of  $M^2$ -factor for Hermite-Gaussian beams in turbulent atmosphere[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2011, 23(1): 59–64.  
黄永平, 张 彬, 但有全, 等. 湍流大气中厄米-高斯光束  $M^2$  因子的变化[J]. *强激光与粒子束*, 2011, 23(1): 59–64.
- 26 Jeffrey A, Zwillinger D. *Table of Integrals, Series, and Products*[M]. New York: Academic Press, 2007.
- 27 Mandel L, Wolf E. *Optical Coherence and Quantum Optics*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- 28 Freund I, Shvartsman N. Wave-field phase singularities: The sign principle[J]. *Phys Rev A*, 1994, 50(6): 5164–5172.

栏目编辑: 刘丰瑞