

# 海洋湍流中部分相干环状光束的空间相干性

蒲 欢 季小玲 杨 婷

四川师范大学物理系, 四川 成都 610068

**摘要** 基于广义惠更斯-菲涅耳原理, 推导出了部分相干环状光束在海洋湍流中传输时光束相干度的解析公式, 详细研究了光束相干度以及相干度宽度随传输距离、海洋湍流参数和光束参数的变化。研究表明: 部分相干环状光束在自由空间和弱海洋湍流中传输时其光束相干度会出现振荡现象, 但随着海洋湍流增强最终趋于类高斯分布。在弱海洋湍流情况下, 光束相干度宽度在某一传输距离处达到极大值, 并且它与环状光束遮拦比和光束相干参数有关。但是, 在强海洋湍流情况下, 光束遮拦比和相干参数对光束相干度的影响不大。所得结果对工作于水下湍流环境中的部分相干环状光束的应用具有意义。

**关键词** 海洋光学; 相干度; 海洋湍流; 部分相干环状光束; 相干度宽度

**中图分类号** O436 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201535.s101002

## Spatial Coherence of Partially Coherent Annular Beams in Oceanic Turbulence

Pu Huan Ji Xiaoling Yang Ting

Department of Physics, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610068, China

**Abstract** Based on the extended Huygens-Fresnel principle, the analytical expression for the coherence degree of partially coherent annular beams propagating through oceanic turbulence is derived. The changes of the coherence degree and the width of the coherence degree of partially coherent annular beams versus the propagation distance, the oceanic turbulence parameters and the beam parameters are investigated in detail. It is shown that the oscillatory behavior of the coherence degree may appear with partially coherent annular beams propagating in free space or weak oceanic turbulence, but the coherence degree takes a Gaussian-like profile as the strength of oceanic turbulence increases. On the other hand, under weak oceanic turbulence condition, the width of the coherence degree reaches a maximum at a certain propagation distance, which depends on the obscure ratio and the correlation parameter of annular beams. However, under strong oceanic turbulence condition, the coherence degree is nearly independent of the obscure ratio and the correlation parameter of annular beams. The results are useful for applications of partially coherent annular beams in oceanic turbulence.

**Key words** oceanic optics; coherence degree; oceanic turbulence; partially coherent annular beam; width of the coherence degree

**OCIS codes** 010.4450; 010.4455; 010.7060; 030.1640

## 1 引 言

近年来有大量关于大气湍流对激光传输特性影响的研究<sup>[1-8]</sup>, 但涉及海洋湍流对激光传输特性的研究相对较少<sup>[9-12]</sup>。环状光束日益受到人们关注, 非稳腔产生的高功率激光束就是环状光束, 因此研究环状光束的传输特性很重要。文献[13]研究表明: 环状光束在大气湍流中传输时其空心光强会随着湍流的增强而

**收稿日期:** 2015-03-04; **收到修改稿日期:** 2015-04-30

**基金项目:** 国家自然科学基金(61475105)

**作者简介:** 蒲 欢(1991-), 女, 硕士研究生, 主要从事激光大气传输方面的研究。E-mail: puhuan\_sicnu@163.com

**导师简介:** 季小玲(1963-), 女, 教授, 博士, 主要从事激光传输与控制方面的研究。E-mail: jixl100@163.com

(通信联系人)

逐渐消失,最终成类高斯分布。文献[14]研究了部分相干环状光束在大气湍流中光束相干度和相干度宽度的远场特性,但未涉及部分相干环状光束相干性随传输距离的变化。文献[15]研究表明:电磁高斯谢尔模型光束通过湍流大气传输到一定距离时其相干度有效宽度达到最大值。但迄今为止,还未涉及海洋湍流对部分相干环状光束空间相干性影响的研究。

本文根据本课题组推导出的海洋湍流下球面波的相干长度解析表达式<sup>[16]</sup>,推导出了部分相干环状光束在海洋湍流中传输时光束相干度的解析公式,数值计算了光束相干度随海洋湍流参数、光束参数和传输距离的变化,并详细研究了部分相干环状光束的相干度宽度随传输距离、海洋湍流参数和光束参数的变化,得到了一些有意义的结果,并给予了合理的物理解释。

## 2 部分相干环状光束在海洋湍流中的相干度及其二阶矩宽度

完全相干环状光束可由宽度不同的完全相干平顶光束(光束 1 和光束 2)之差构成。设光束 1 和光束 2 在  $z=0$  处的复振幅分别为  $U_{01}$  和  $U_{02}$ ,则完全相干环状光束在源场( $z=0$ )处的复振幅表达式为

$$U_0(x',0) = U_{01}(x',0) - U_{02}(x',0), \quad (1)$$

$$U_{01}(x',0) = \sum_{m=1}^M a_m \exp\left[-\left(mp_m \frac{x'^2}{\omega_0^2}\right)\right]. \quad (2)$$

将(2)式中的  $\omega_0$  换成  $\omega'_0$ ,即可得到  $U_{02}(x',0)$ ,  $\omega_0$  和  $\omega'_0$  分别为两个平顶光束的束宽,且  $\omega_0 > \omega'_0$ ,则  $\omega'_0$  和  $\omega_0$  可视为环状光束的内、外半径。令  $\omega'_0 = \varepsilon\omega_0$ ,  $\varepsilon$  称为遮拦比,  $0 < \varepsilon < 1$ 。  $\alpha_t = (-1)^{t+1} \frac{M!}{t!(M-t)!}$ ,  $p_t = \sum_{m=1}^M \frac{\alpha_t}{t}$ , ( $t = m, m'$ ),  $M$  为平顶光束的阶数。再在完全相干环状光束上引入一项高斯型的谱相干度  $\mu^{(0)}(x'_1, x'_2, 0)$  就可得到部分相干环状光束。因此,部分相干环状光束在迪卡儿坐标系中场源  $z = 0$  处的交叉谱密度函数可表示为

$$W^{(0)}(x'_1, x'_2, 0) = U_0^*(x'_1, 0)U_0(x'_2, 0)\mu^{(0)}(x'_1, x'_2, 0) = W_{011}(x'_1, x'_2, 0) + W_{022}(x'_1, x'_2, 0) - W_{012}(x'_1, x'_2, 0) - W_{021}(x'_1, x'_2, 0), \quad (3)$$

式中

$$W_{011}(x'_1, x'_2, 0) = \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \exp\left[-\left(mp_m \frac{x_1'^2}{\omega_0^2} + m'p_{m'} \frac{x_2'^2}{\omega_0^2}\right)\right] \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (4)$$

$$W_{012}(x'_1, x'_2, 0) = \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \exp\left[-\left(mp_m \frac{x_1'^2}{\omega_0^2} + m'p_{m'} \frac{x_2'^2}{\omega_0^2}\right)\right] \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (5)$$

其中,  $\sigma_0$  为部分相干环状光束的空间相干长度。将(4)式中的  $\omega_0$  换成  $\omega'_0$ ,即得到  $W_{022}(x'_1, x'_2, 0)$ ;将(5)式中的  $\omega_0$  和  $\omega'_0$  互换,即得到  $W_{021}(x'_1, x'_2, 0)$ 。

部分相干环状光束通过海洋湍流传输在  $z$  平面处的相干度可表示为<sup>[17]</sup>

$$\mu(x_1, x_2, z) = \frac{W(x_1, x_2, z)}{[S(x_1, z)S(x_2, z)]^{1/2}}, \quad (6)$$

式中  $W(x_1, x_2, z)$  为部分相干环状光束通过海洋湍流传输在  $z$  平面处的交叉谱密度,它可写为

$$W(x_1, x_2, z) = W_{11}(x_1, x_2, z) + W_{22}(x_1, x_2, z) - W_{12}(x_1, x_2, z) - W_{21}(x_1, x_2, z), \quad (7)$$

$S(x, z)$  为  $z$  平面处光谱强度,  $S(x, z)$  可由(7)式中取  $x_1 = x_2 = x$  得到。

根据广义惠更斯-菲涅耳原理和 Rytov 相位结构函数的二次近似,  $W_{011}(x'_1, x'_2, 0)$  通过海洋湍流传输在  $z$  平面处可表示为<sup>[18]</sup>

$$W_{11}(x_1, x_2, z) = \frac{k}{2\pi z} \iint dx'_1 dx'_2 W_{011}(x'_1, x'_2, 0) \exp\left\{\left(\frac{ik}{2z}\right)\left[(x_1^2 - x_2^2) - 2(x_1 x'_1 - x_2 x'_2) + (x_1'^2 - x_2'^2)\right]\right\} \times \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2 - (x'_1 - x'_2)(x_1 - x_2) + (x_1 - x_2)^2}{\rho_0^2}\right], \quad (8)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\lambda$  为波长,  $\rho_0$  为球面波通过海洋湍流时的相干长度,其表达式为<sup>[16]</sup>

$$\rho_0 = \left[3.603 \times 10^{-7} k^2 z \xi^{-1/3} \frac{\chi_T}{2\omega^2} (0.419\omega^2 - 0.838\omega + 0.419)\right]^{-3/5}, \quad (9)$$

其中,  $\xi$  表示海水单位质量湍流动能耗散率, 其范围为  $10^{-1} \sim 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ,  $\chi_T$  表示海水温度方差耗散率, 其范围为  $10^{-4} \sim 10^{-10} \text{ K}^2/\text{s}$ ,  $\omega$  表示海水湍流功率谱温度与盐度的比率, 其范围为  $[-5, 0]$ ,  $-5$  和  $0$  分别对应于温度和盐度变化引起的光学湍流。

经过复杂的积分运算, (8) 式可简化为

$$W_{11}(x_1, x_2, z) = \frac{k}{2z} \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \frac{\alpha_m \alpha_{m'}}{\beta_1 \beta_2} \exp \left\{ \frac{ik(x_1^2 - x_2^2)}{2z} - \frac{(x_1 - x_2)^2}{\rho_0^2} + \left[ \frac{(x_1 - x_2)}{2\rho_0^2 \beta_1} + \frac{ik}{2z\beta_1} x_1 \right]^2 \right\} \times \exp \left\{ \left[ \frac{(1 - \eta_1)(x_1 - x_2)}{2\rho_0^2 \beta_2} + \frac{ik(x_2 - \eta_1 x_1)}{2z\beta_2} \right]^2 \right\}, \quad (10)$$

式中  $\beta_1^2 = \frac{m p_m}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} - \frac{ik}{2z}$ ,  $\beta_2^2 = \frac{m' p_{m'}}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} + \frac{ik}{2z} - \eta_1^2 \beta_1^2$ ,  $\eta_1 = \frac{1}{2\beta_1^2} \left( \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2} \right)$ 。同理, 可得到  $W_{22}(x_1, x_2, z)$ 、 $W_{12}(x_1, x_2, z)$  和  $W_{21}(x_1, x_2, z)$  的解析表达式。

考虑  $z$  平面处两点 ( $x_1 = 0, x_2 = x$ ) 间的空间相干度, (6) 式变成

$$\mu(0, x, z) = \frac{W(0, x, z)}{[S(0, z)S(x, z)]^{1/2}}. \quad (11)$$

本文采用二阶矩宽度定义部分相干环状光束的相干度宽度  $w_c$ , 即

$$w_c^2 = 4 \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\mu(0, x, z)| dx / \left[ \int_{-\infty}^{\infty} |\mu(0, x, z)| dx \right], \quad (12)$$

$w_c$  越大表示光束空间相干性越好。(12) 式不能够解析求解, 但可利用(12)式数值计算研究部分相干环状光束的相干度宽度变化。

### 3 数值计算结果以及分析

本文数值计算中, 除了特别给出计算参数外, 其他计算参数均取为:  $k = 10^7 \text{ m}^{-1}$ ,  $\omega_0 = 0.04 \text{ m}$ ,  $M = 10$ ,  $z = 500 \text{ m}$ ,  $\epsilon = 0.8$ ,  $\alpha = 0.03$ , 其中  $\alpha = \sigma_0/\omega_0$  为部分相干环状光束的相干参数。图 1 为不同海洋湍流强度下  $|\mu(0, x, z)|$  随  $x/w_0$  的变化曲线, 其中海洋湍流参数取为: (a)  $\xi = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ,  $\chi_T = 10^{-8} \text{ K}^2/\text{s}$ ; (b)  $\xi = 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ,  $\omega = -3$ ; (c)  $\omega = -1$ ,  $\chi_T = 10^{-8} \text{ K}^2/\text{s}$ 。由图 1 可知: 在自由空间和弱海洋湍流中, 部分相干环状光束的  $|\mu(0, x, z)|$  随  $x/w_0$  振荡变化, 但随着  $\omega$  的增大[图 1(a)]、 $\chi_T$  的增大[图 1(b)]以及  $\xi$  的减小[图 1(c)], 即海洋湍流强度的增强, 振荡逐渐减弱最终趋于类高斯分布。

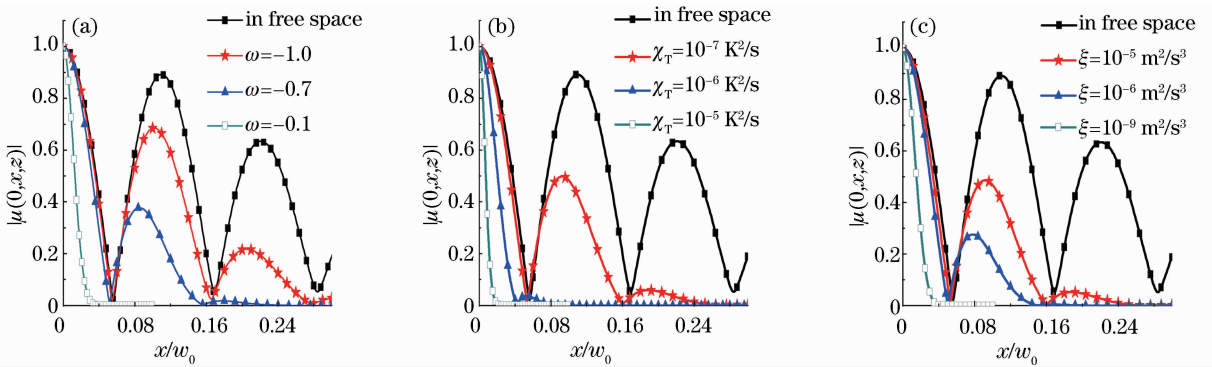


图 1 不同海洋湍流参数的情况下,  $|\mu(0, x, z)|$  随  $x/w_0$  的变化

Fig. 1  $|\mu(0, x, z)|$  versus  $x/w_0$  for different values of oceanic turbulence parameters

图 2 为不同传输距离  $z$  的情况下,  $|\mu(0, x, z)|$  随  $x/w_0$  的变化曲线, 其中海洋湍流参数取为: (b)  $\xi = 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ,  $\chi_T = 10^{-7} \text{ K}^2/\text{s}$ ,  $\omega = -3$ ; (c)  $\xi = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ,  $\chi_T = 10^{-6} \text{ K}^2/\text{s}$ ,  $\omega = -1$ 。图 3 为  $w_c/w_0$  随  $z$  的变化曲线, 其中海洋湍流参数取为: (b)  $\xi = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ,  $\chi_T = 10^{-8} \text{ K}^2/\text{s}$ ,  $\omega = -3$ ; (c)  $\xi = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ,  $\chi_T = 10^{-6} \text{ K}^2/\text{s}$ ,  $\omega = -0.3$ 。从图 2(a) 和图 3(a) 可以看出: 在自由空间传输时,  $z$  越大,  $|\mu(0, x, z)|$  振荡越强, 且  $w_c/w_0$  值越大; 从图 2(b) 和图 3(b) 可以看出: 在弱海洋湍流中,  $z$  越大,  $|\mu(0, x, z)|$  振荡越弱, 且  $w_c/w_0$  随  $z$  变化存在一个极大值; 在强海洋湍流中, 随着  $z$  的增大,  $w_c/w_0$  逐渐减小, 即光束相干性变差[图 3(c)]。物理上讲, 湍

流要引起光束的波前起伏,即产生波前随机相位,它会随着传输距离累积,导致光束的空间相干性逐渐变差。

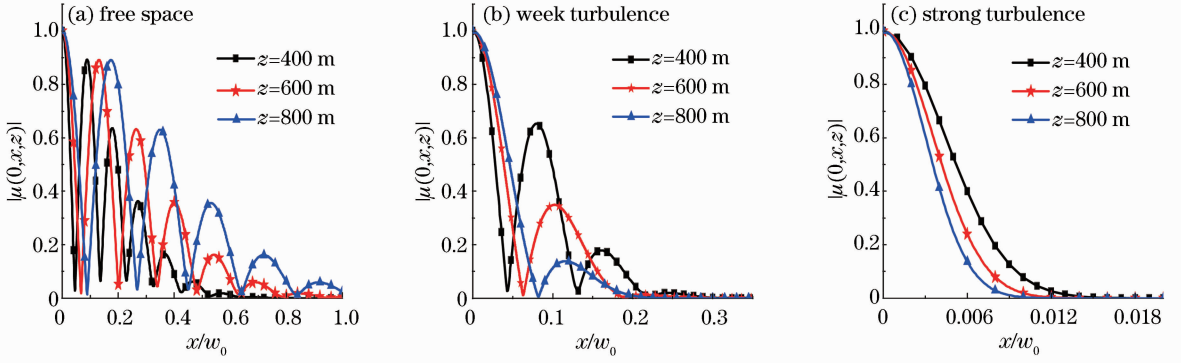


图 2 不同  $z$  的情况下,  $|\mu(0, x, z)|$  随  $x/w_0$  的变化  
Fig. 2  $|\mu(0, x, z)|$  versus  $x/w_0$  for different values of  $z$

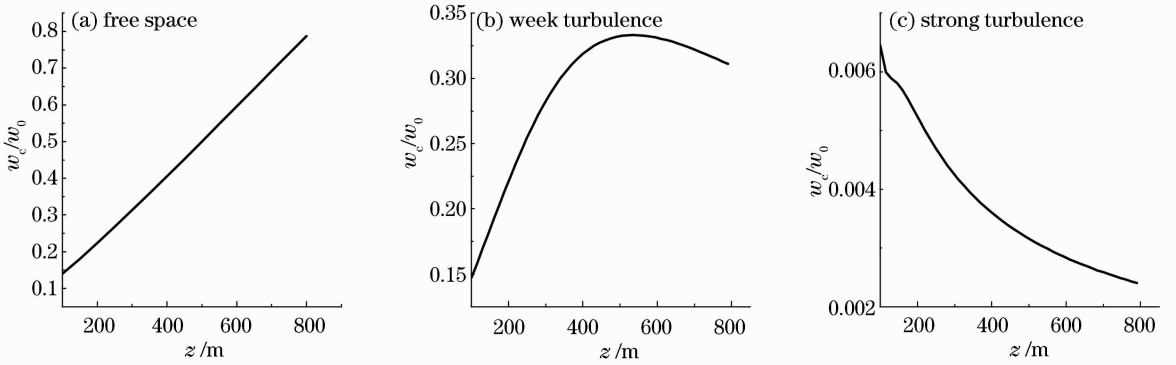


图 3 不同海洋湍流强度的情况下,  $w_c/w_0$  随  $z$  的变化

Fig. 3  $w_c/w_0$  versus  $z$  for different values of oceanic turbulence parameter

图 4 为不同遮拦比  $\epsilon$  的情况下,  $|\mu(0, x, z)|$  随  $x/w_0$  的变化曲线,其中海洋湍流参数取为:(b)  $\xi = 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}^3, \chi_T = 10^{-7} \text{ K}^2/\text{s}, \omega = -3$ ; (c)  $\xi = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}^3, \chi_T = 10^{-6} \text{ K}^2/\text{s}, \omega = -1$ 。图 5 为不同遮拦比  $\epsilon$  的情况下,  $w_c/w_0$  随  $z$  的变化曲线,其中海洋湍流参数取为:(b)  $\xi = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^3, \chi_T = 10^{-8} \text{ K}^2/\text{s}, \omega = -3$ ; 图 5(c) 强湍流:  $\xi = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}^3, \chi_T = 10^{-6} \text{ K}^2/\text{s}, \omega = -0.3$ 。从图 4(a)、(b)可知:在自由空间和弱海洋湍流中,  $\epsilon$  越大,  $|\mu(0, x, z)|$  振荡越强。而在强海洋湍流情况下,  $\epsilon$  对光束的相干性的影响不明显[图 4(c)和图 5(c)中 3 条曲线几乎重合]。从图 5(a)可知:在自由空间中  $\epsilon$  越小,  $w_c/w_0$  越大。但在弱海洋湍流情况下,  $\epsilon$  对光束相干性的影响是非单调的[见图 5(b)]。图 6 更清晰地说明了这一问题,图 6 中  $w_{c\text{max}}/w_0$  为  $w_c/w_0$  随  $z$  变化的极大值,  $z_{\text{max}}$  为达到  $w_{c\text{max}}/w_0$  值对应的光束传输距离,其中海洋湍流参数取为:  $\xi = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^3, \chi_T = 10^{-8} \text{ K}^2/\text{s}$ 。

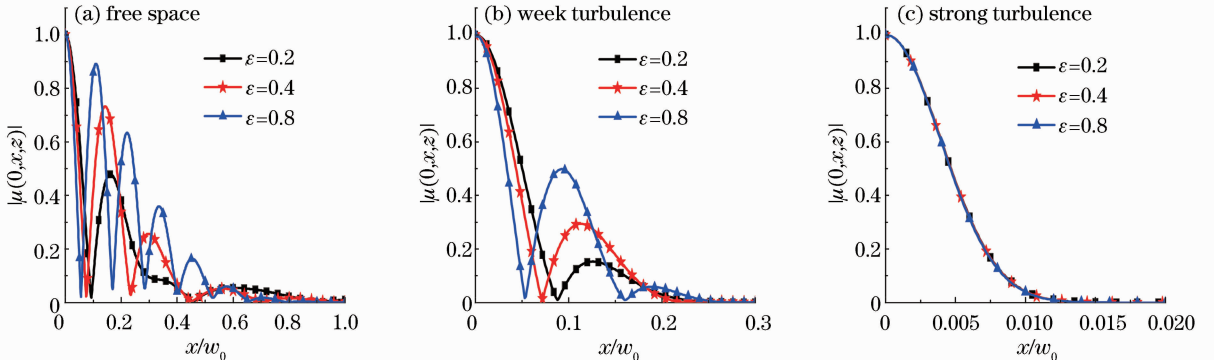


图 4 不同  $\epsilon$  的情况下,  $|\mu(0, x, z)|$  随  $x/w_0$  的变化  
Fig. 4  $|\mu(0, x, z)|$  versus  $x/w_0$  for different values of  $\epsilon$

$\omega = -3$ 。由图 6 可知： $w_{c\max}/w_0$  和  $z_{\max}$  随  $\epsilon$  均非单调变化。

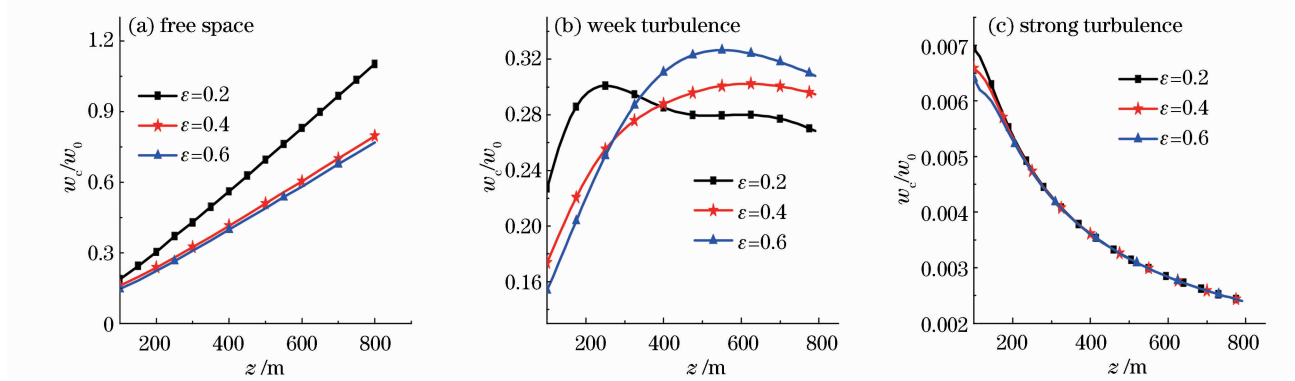


图 5 不同  $\epsilon$  的情况下,  $w_c/w_0$  随  $z$  的变化

Fig. 5  $w_c/w_0$  versus  $z$  for different values of  $\epsilon$

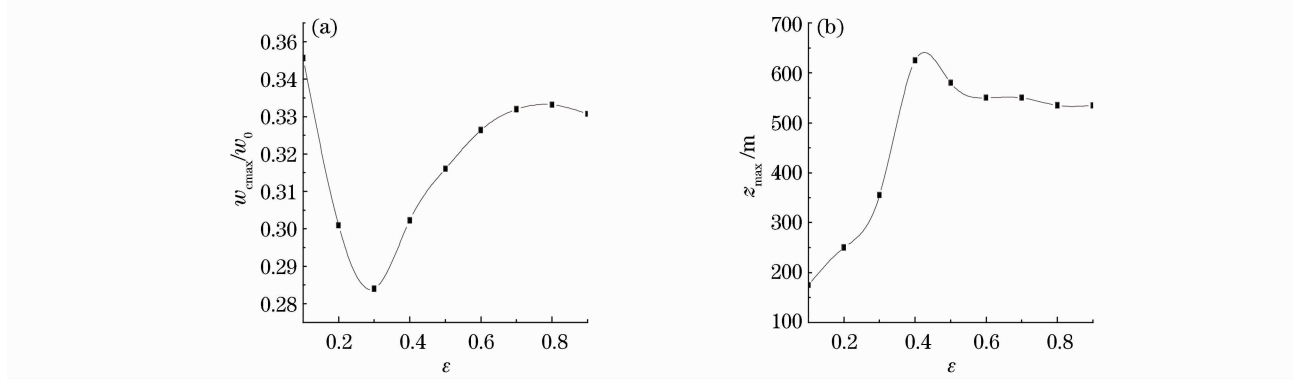


图 6 弱湍流情况下, (a)  $w_{c\max}/w_0$  随  $\epsilon$  的变化和 (b)  $z_{\max}$  随  $\epsilon$  的变化

Fig. 6 In weak turbulence, (a)  $w_{c\max}/w_0$  versus  $\epsilon$  and (b)  $z_{\max}$  versus  $\epsilon$

图 7 为不同相干参数  $\alpha$  下,  $|\mu(0, x, z)|$  随  $x/w_0$  的变化曲线, 其中海洋湍流参数取为: (b)  $\xi = 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ,  $\chi_T = 10^{-7} \text{ K}^2/\text{s}$ ,  $\omega = -3$ ; (c)  $\xi = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ,  $\chi_T = 10^{-6} \text{ K}^2/\text{s}$ ,  $\omega = -1$ 。图 8 为不同相干参数  $\alpha$  下,  $w_c/w_0$  随  $z$  的变化曲线, 其中海洋湍流参数取为: (b)  $\xi = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ,  $\chi_T = 10^{-8} \text{ K}^2/\text{s}$ ,  $\omega = -3$ ; (c)  $\xi = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ,  $\chi_T = 10^{-6} \text{ K}^2/\text{s}$ ,  $\omega = -0.3$ 。在自由空间中,  $\alpha$  越大  $|\mu(0, x, z)|$  振荡越弱[图 7(a)], 且  $w_c/w_0$  增长得越缓慢[图 8(a)]; 在弱海洋湍流中,  $\alpha$  越大, 则  $w_{c\max}/w_0$  越大, 且  $z_{\max}$  越小, 即变化得越快[图 8(b)], 这是因为  $\alpha$  较大的光束其原有波前随机性较弱, 因此湍流的影响较强; 在强湍流中,  $\alpha$  对光束相干性的影响不明显[图 7(c)和图 8(c)中 3 条曲线几乎重合]。

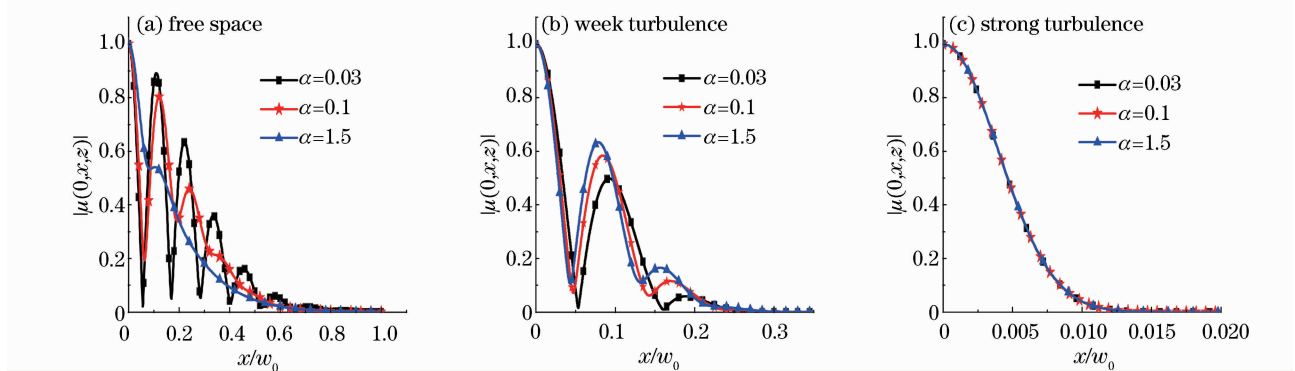


图 7 不同  $\alpha$  的情况下,  $|\mu(0, x, z)|$  随  $x/w_0$  的变化

Fig. 7  $|\mu(0, x, z)|$  versus  $x/w_0$  for different values of  $\alpha$

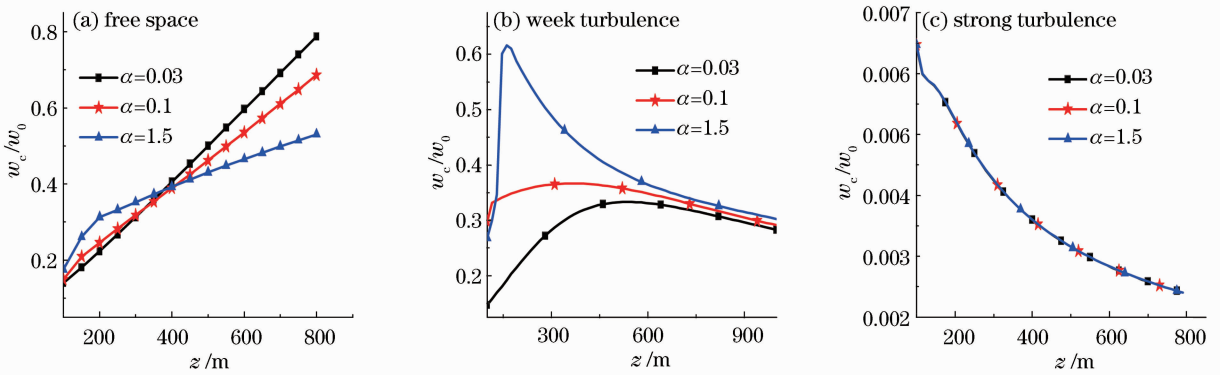


图 8 不同  $\alpha$  的情况下,  $w_c/w_0$  随  $z$  的变化  
Fig. 8  $w_c/w_0$  versus  $z$  for different values of  $\alpha$

## 4 结 论

详细研究了部分相干环状光束的空间相干性在自由空间和海洋湍流中的变化。研究表明:部分相干环状光束在自由空间和弱海洋湍流中传输时其光束相干度会出现振荡现象,但随着  $\omega$  的增大、 $\chi_T$  的增大以及  $\xi$  的减小(即海洋湍流增强),最终趋于类高斯分布;在弱海洋湍流情况下,部分相干环状光束相干度宽度在某一传输距离  $z_{\max}$  处有一个极大值  $w_{\max}$ ,并且  $z_{\max}$  和  $w_{\max}$  随环状光束遮拦比  $\epsilon$  的变化是非单调的, $z_{\max}$  和  $w_{\max}$  随光束相干参数  $\alpha$  的变化是单调的, $\alpha$  越大,则  $z_{\max}$  越小、 $w_{\max}$  越大。但是,在强海洋湍流情况下, $\epsilon$  和  $\alpha$  对光束相干性的影响不大。所得结果对工作于水下湍流环境中的部分相干环状光束的应用具有意义。

## 参 考 文 献

- 1 T Shirai, A Dogariu, E Wolf. Directionality of Gaussian Schell-model beams propagating in atmospheric turbulence[J]. Opt Lett, 2003, 28(8): 610–612.
- 2 J Wu, A D Boardman. Coherence length of a Gaussian-Schell beam and atmospheric turbulence[J]. J Mod Opt, 1991, 38(7): 1355–1363.
- 3 Ji Xiaoling, Li Xiaoqing, Chen Sunhui, *et al.*. Spatial correlation properties of Gaussian-Schell model beams propagating through atmospheric turbulence[J]. J Mod Opt, 2008, 55(6): 877–891.
- 4 Ji Xiaoling, Chen Xiaowen, Chen Sunhui, *et al.*. Influence of atmospheric turbulence on the spatial correlation properties of partially coherent flat-topped beams[J]. J Opt Am A, 2007, 24(11): 3554–3563.
- 5 H Gerçekcioglu, Y. Baykal. Intensity fluctuations of flat-topped beam in non-Kolmogorov weak turbulence[J]. J Opt Soc Am A, 2012, 29(2): 169–173.
- 6 Yangjian Cai, Sailing He. Propagation of various dark hollow beams in a turbulent atmosphere[J]. Opt Express, 2006, 14(4): 1353–1367.
- 7 Ke Xizheng, Han Meimiao, Wang Mingjun. Spreading and wander of partially along a horizontal-path in the coherent beam propagating atmospheric turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1106003.  
柯熙政, 韩美苗, 王明军. 部分相干光在大气湍流中水平传输路径上的展宽与漂移[J]. 光学学报, 2014, 34(11): 1106003.
- 8 Huang Yongping, Duan Zhichun, He Yehuan, *et al.*. Change of turbulence distance for partially coherent flat-topped beams propagating through non-Kolmogorov turbulence[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(9): 0913002.  
黄永平, 段志春, 贺也洹, 等. 部分相干平顶光束在非 Kolmogorov 大气湍流中湍流距离的变化[J]. 中国激光, 2014, 41(9): 0913002.
- 9 Huang Yongping, Zhang Bin, Gao Zenghui, *et al.*. Evolution behavior of Gaussian Schell-model vortex beams propagating through oceanic turbulence[J]. Opt Express, 2014, 22(15): 17723–17734.
- 10 N Farwell, O Korotkova. Intensity and coherence properties of light in oceanic turbulence[J]. Opt Commun, 2012, 285(1): 872–875.
- 11 O Korotkova, N Farwell. Effect of oceanic turbulence on polarization of stochastic beams[J]. Opt Commun, 2011, 284(1): 1740–1746.
- 12 Zhou Ying, Chen Qi, Zhao Daomu. Propagation of astigmatic stochastic electromagnetic beams in oceanic turbulence[J]. Appl Phys B, 2014, 114(4): 475–482.
- 13 M Born, E Wolf. Principles of Optics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- 14 Chen Xiaowen, Ji Xiaoling. Influence of turbulence on spatial correlation properties of partially coherent annular beams[J]. Chinese J Lasers, 2009, 36(9): 2319–2325.  
陈晓文, 季小玲. 湍流对部分相干环状光束空间相干性的影响[J]. 中国激光, 2009, 36(9): 2319–2325.
- 15 Lu Wei, Liu Liren, Sun Jianfeng. Change in degree of coherence of partially coherent electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence[J]. Opt Commun, 2007, 271(1): 1–8.
- 16 Lu Lu, Ji Xiaoling, Y Baykal. Wave structure function and spatial coherence radius of plane and spherical waves propagating through oceanic turbulence[J]. Opt Express, 2014, 22(22): 27112–27122.
- 17 L Mandel, E Wolf. Optical Coherence and Quantum Optics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- 18 L C Andrews, R L Phillips. Laser Beam Propagation through Random Media[M]. Washington: SPIE Press, 2005.