

斐波那契光子筛的聚焦成像特性

柯 杰^{1,2} 张军勇¹

¹中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800

²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 应用斐波那契数列,提出了一种双焦点光子筛,并基于惠更斯-菲涅耳原理,分析了斐波那契光子筛的聚焦特性。数值仿真结果表明,当单色平面波通过斐波那契光子筛时,它能够获得两个焦距比约为黄金分割比的轴向焦点。筛孔直径等于所在轨道宽度的1.165倍时,两个焦点处光强相等。与斐波那契波带片相比,斐波那契光子筛具有更高的横向分辨率。最后引入高斯切趾技术,对斐波那契光子筛筛孔个数进行调制,在两个焦平面上进一步提高横向的分辨率。由于斐波那契光子筛体积小、重量轻、设计灵活,而且具有多焦性,可以用于光学开关、纳米光刻、生物仿生眼、多焦成像和测距,甚至在X射线显微技术和太赫兹成像技术都将有新的应用。

关键词 光学器件; 光子筛; 衍射积分; 斐波那契; 高斯切趾技术

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0923001

Focusing and Imaging Properties of Fibonacci Photon Sieve

Ke Jie^{1,2} Zhang Junyong¹

¹Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract A new photon sieve with Fibonacci sequence is proposed and a focusing and imaging model of the Fibonacci photon sieve (FiPS) is presented based on the Huygens-Fresnel principle. The results show that the FiPS presents two longitudinal foci with the ratio of golden mean. When the diameters of pinholes are equal to 1.165 times the width of corresponding orbits, the intensity of the two foci is almost the same. Compared with the resolution of Fibonacci zone plate (FiZP), FiPS has higher transverse resolution. Finally, higher transverse resolution on the two focal planes is improved by applying Gaussian apodized technology to the numbers of pinholes of FiPS. In consequence of smaller size, lighter weight, more flexible design and bifocal property, the FiPS can be applied to optical switches, nanometer lithography, bionic eyes, multi-focus imaging and ranging, even some new applications such as ranging from X-ray microscopy and THz imaging.

Key words optical devices; photon sieve; diffraction integral; Fibonacci; Gaussian apodized technology

OCIS codes 130.3990; 260.1960; 050.1970; 100.6640

1 引 言

X射线^[1-2]和极紫外线^[3]的聚焦和成像在许多领域都有重要应用。在X射线和极紫外线光谱区,由于固体材料的强吸收性,传统的折反透镜不能够使用。菲涅耳波带片可以克服这种缺陷^[4-6],但是它的分辨率受最外层环带宽度的限制^[7]。2001年,德国Kipp等^[8]首次提出光子筛这种新型衍射元件,用大量随机分布的筛孔代替传统菲涅耳波带片的透光环带,对X射线和极紫外线进行聚焦成像研究,获得了更高的分辨率,能够有效抑制轴向的高阶衍射和横向的旁瓣效应。此后,人们对光子筛展开了理论研究^[9-10],设计了分形光子筛^[11]、

收稿日期: 2015-03-11; 收到修改稿日期: 2015-05-10

基金项目: 国家自然科学基金(61205212)

作者简介: 柯 杰(1990—),男,硕士研究生,主要从事激光束的整形和聚焦技术方面的研究。E-mail: kejie@siom.ac.cn

导师简介: 张军勇(1982—),男,博士,副研究员,主要从事微纳成像和非线性光学方面的研究。

E-mail: zhangjin829@163.com(通信联系人)

相区光子筛^[12]、螺旋光子筛^[13]、反射式光子筛^[14]等。光子筛在纳米光刻^[15-16]、轻型天文望远镜^[17-18]、生物视觉^[19]等方向也有重要的应用价值。

斐波那契数列作为准周期数列被广泛应用在光学元件设计中,比如多层线性光栅^[20]、环形光栅^[21]、涡旋波带片^[22-23]、双焦衍射透镜^[24-25]等。将斐波那契数列引入到光子筛分布中,与传统光子筛不同,这种新型光子筛所在轨道不再是菲涅耳波带片的透明环带,而是斐波那契环带轨道^[21]。本文介绍了这种光子筛的设计方法并建立了相应衍射模型,进而分析了这种光子筛的轴向场分布和两个焦平面的聚焦光斑。通过优化筛孔直径,调控两个焦点处光强,获得轴向光强相等的两个焦点。同时,对于斐波那契环带轨道上筛孔沿径向分布密度,采用高斯切趾技术^[26]形成高斯型斐波那契光子筛(GFiPS),进一步提高横向聚焦成像效果。

2 理论建模

2.1 设计方法

1202年,意大利数学家列昂纳多·斐波那契在其著作《Liber Abacci》中研究兔子繁殖问题时提出一种有趣的数列,后人称之为斐波那契数列。用数学语言描述该数列为:

$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2} (n \in N, n \geq 2). \quad (1)$$

把斐波那契数列的形成规律应用在筛孔所在的环带轨道的设计中。二元非周期斐波那契数列也可以用两个种子元素生成^[27], $E_0=A, E_1=B$,其他元素由前面两个元素合成,即 $E_{j+1}=E_j+E_{j-1} (j \geq 1)$ 。所以, $E_2=BA, E_3=BAB, E_4=BABBA, E_5=BABBAAB, E_6=BABBAABBA, E_7=BABBAABBAAB, \dots$ 。图1详细介绍了斐波那契光子筛(FiPS)的设计生成过程。筛孔均匀分布在种子元素A所对应的轨道上,类似菲涅耳波带片的分布方式,这种轨道称为偶斐波那契轨道(EFO),相应的种子元素B所对应轨道称为奇斐波那契轨道(OFO)。EFO上的筛孔透光,OFO上无筛孔,形成了振幅型的FiPS。若EFO和OFO上都分布着筛孔,且相位不同,就形成相位型FiPS。本文主要讨论前者。

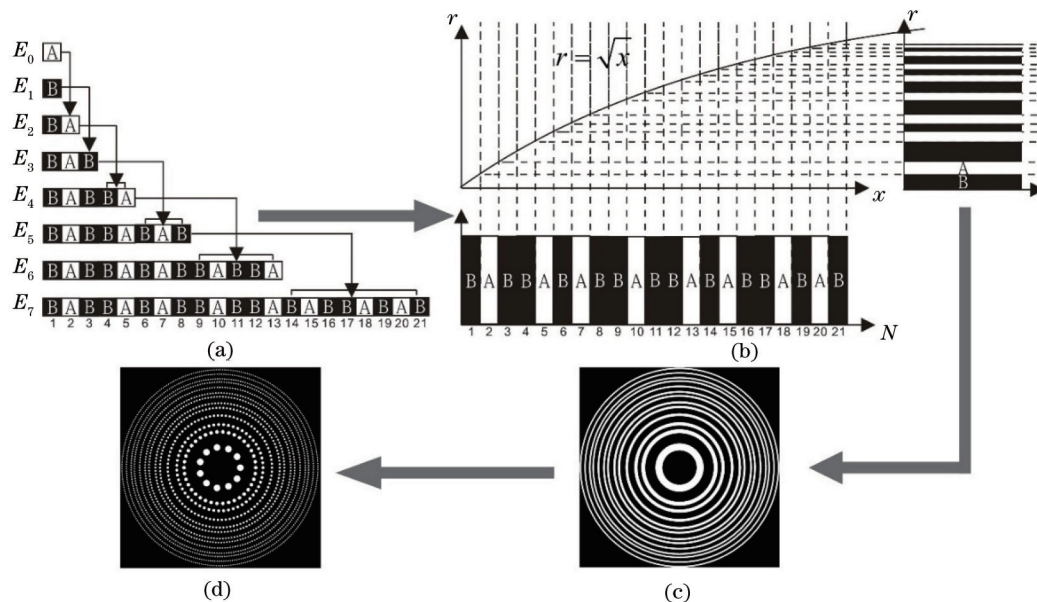


图1 斐波那契光子筛的构造。(a) 斐波那契数列; (b) 一维结构; (c) 斐波那契波带片; (d) 斐波那契光子筛

Fig.1 Schematic of generation of FiPS. (a) Fibonacci sequence; (b) one dimensional structure; (c) Fibonacci zone plates; (d) Fibonacci photon sieve.

2.2 衍射模型

如图2所示,在 $z=0$ 处,平面 Σ 上有一个无限大不透明的平面屏,微纳尺寸筛孔分布在屏上,任意单个筛孔半径为 r_{mn} ,圆心坐标为 $(\xi_{mn}, \eta_{mn}), z>0$ 为衍射区,其中 m 表示自内向外的环形轨道数目, n 表示第 m 个轨道上的第 n 个筛孔。

硬边圆形筛孔的透射函数为:

$$t_{mn}(\xi, \eta) = t_{mn}(r) = \begin{cases} 1, & |\bar{r} - \bar{r}_{mn}| < r_{mn} \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad (2)$$

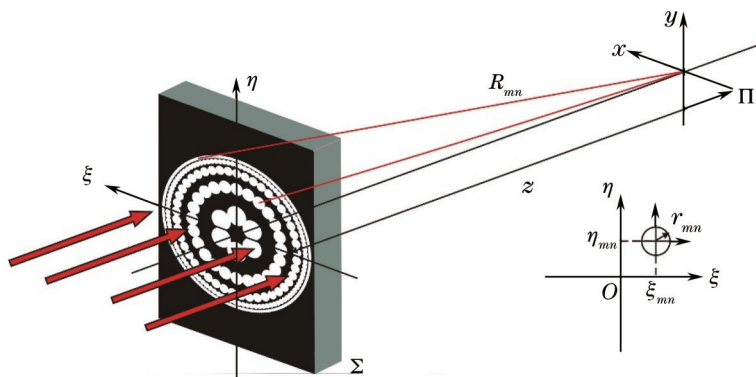


图2 单色平面波通过斐波那契光子筛衍射的示意图

Fig.2 Schematic of monochromatic plane wave propagating through FiPS

假定单位强度的单色平面波正入射 FiPS, 根据惠更斯-菲涅耳原理可知, 单个筛孔在观察平面 Π 上产生的场分布为^[28]:

$$U_{mn}(x, y) = \frac{z}{i\lambda} \iint_{\Sigma} t_{mn}(\xi, \eta) \frac{\exp(ikR_{mn})}{R_{mn}^2} d\xi d\eta, \quad (3)$$

其中 λ 表示入射波波长, k 表示波数, R_{mn} 表示从筛孔上点指向观察平面 Π 上点矢量的长度, $R_{mn} = [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2]^{1/2}$ 。

根据线性叠加原理, 观察平面 Π 总的衍射场 $U_{total}(x, y)$ 为

$$U_{total}(x, y) = \sum_m \sum_n U_{mn}(x, y). \quad (4)$$

3 聚焦成像特性分析

3.1 轴向光场分布

由于 E_j 中含有 F_{j+1} 个元素, 其中包含 F_j 个元素 B , F_{j-1} 个元素 A , 也就是说, 以 E_j 结构形成的 FiPS 的衍射可以看作两个菲涅耳波带结构环带轨道上光子筛衍射的“叠加”, 那么 FiPS 发生衍射时, 将在轴向产生两个理想焦点, 焦距分别为

$$f_1 = \frac{r_{max}^2}{2\lambda F_j} \quad f_2 = \frac{r_{max}^2}{2\lambda F_{j-1}}, \quad (5)$$

其中 r_{max} 表示 FiPS 最大轨道半径。

与菲涅耳波带片类似, 传统光子筛衍射时在轴上产生单焦点, 文献[8]和[9]已经给出筛孔直径的最优解。当筛孔直径 d_{mn} 与第 m 环带宽度 w_m 之比为 $d_{mn}/w_m = 2.4, 4.4, 6.4, 8.4, \dots$ 时, 透过筛孔的光在理想焦点处光强为零, 而当 $d_{mn}/w_m = 1.5, 3.5, 5.5, 7.5, \dots$ 时, 轴向光强有极大值。

对于单位强度的单色平面波透过 FiPS 后衍射场轴向光强的分析则不能采用上述针对单焦点系统所得的最优解。通过仿真模拟, FiPS 筛孔直径存在一个的最优解, 使得两个焦点处光强相等。图 3(a) 给出了轴上两个焦点处光强随着 d_{mn}/w_m 的变化情况, 其中实线代表第一个焦点处光强随着 d_{mn}/w_m 变化的函数曲线, 虚线代表第二个焦点处光强随着 d_{mn}/w_m 变化的函数曲线。从中可以看出, 当 $d_{mn}/w_m = 1.165, 2.494, 3.352, \dots$ 时, 两焦点光强相等。考虑到 $d_{mn}/w_m > 2$ 时筛孔已经严重重合, 取 $d_{mn}/w_m = 1.165$ 作为筛孔直径的最优解, 此时轴向光强分布如图 3(c) 所示。 $d_{mn}/w_m < 1.165$ 时, 第一个焦点处光强比第二焦点处光强大, 如图 3(b) 所示; 反之则相反, 如图 3(d) 所示。这里筛孔在 EFO 上密集分布, 且入射波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 光子筛最大半径 $r_{max} = 1.5 \text{ mm}$, 斐波那契数列阶数 $j = 10$, EFO 数目为 34。仿真结果同时也表明, 轴上两焦点焦距分别为 $f_1 = 3.231 \text{ cm}$ $f_2 = 5.234 \text{ cm}$, 这与通过(5)式中计算得到的结果吻合得很好。

3.2 焦平面上的横向光场分布

众所周知, 理论上菲涅耳波带片的瑞利分辨率为最外环宽的 1.22 倍^[29], 传统光子筛之所以取代菲涅耳波带片的一个原因就是它具有更高的分辨率, Kipp 等^[8]发现传统光子筛使 X 射线的焦斑比筛孔的最小直径还小。所提出的 FiPS 也具有相似的优点。为了验证这一点, 取筛孔直径最优解, 筛孔在 EFO 上密集分布, 且入射波长

$\lambda=632.8\text{ nm}$ 、 $r_{\max}=1.5\text{ mm}$ 、 $j=10$,轨道数目为 $F_{j-1}=34$,最外层轨道宽度为 $8.41\text{ }\mu\text{m}$,最小筛孔直径为 $9.80\text{ }\mu\text{m}$,筛孔面积为 2.4638 mm^2 。图4中实线是两个焦平面上横向光场分布。定义焦斑光强峰值降至千分之一时对应的半峰全宽为焦斑半径,那么两个焦平面的焦斑半径分别为 $r_{01}=8.01\text{ }\mu\text{m}$ 、 $r_{02}=13.10\text{ }\mu\text{m}$,发现小大焦斑面积

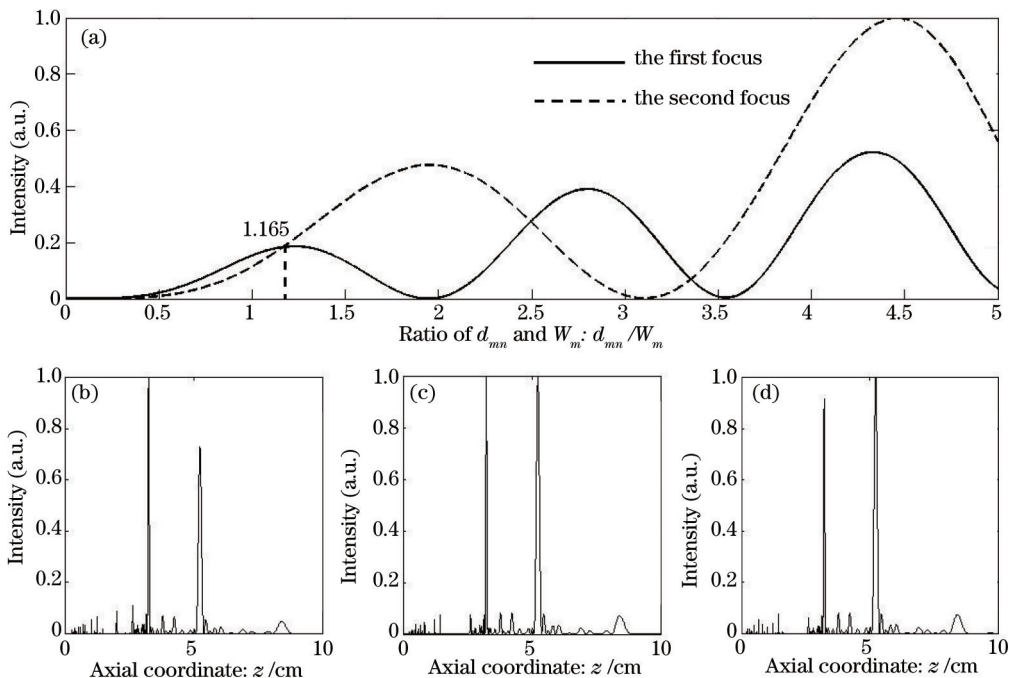


图3 光强分布。(a)焦点处归一化光强 I 与 d_{mn}/W_m 关系; d_{mn}/W_m 为(b) 0.985, (c) 1.165, (d) 1.205
时轴向归一化光强 I 与轴向距离 z 的关系

Fig.3 Intensity distribution. (a) Relationship of normalized intensity and d_{mn}/W_m ; axial normalized intensity produced by FiPS against the axial distance z with d_{mn}/W_m equal to (b) 0.985, (c) 1.165, (d) 1.205

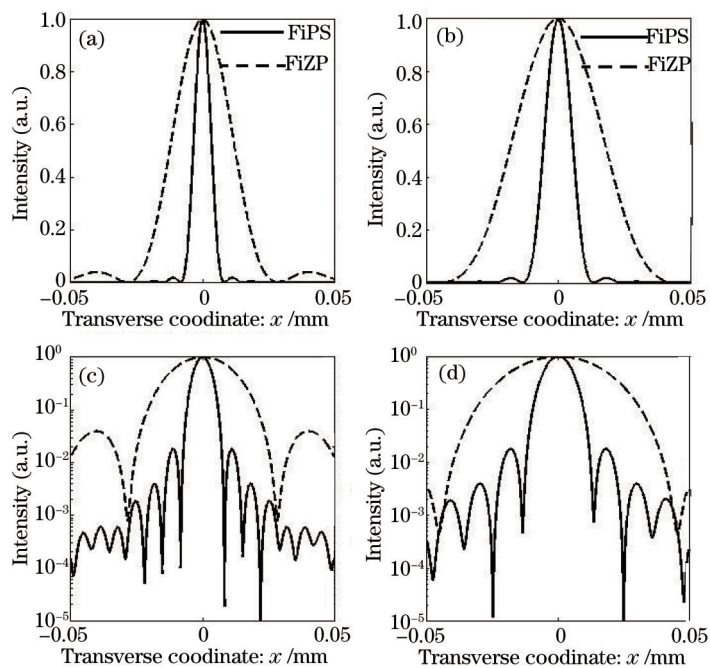


图4 焦平面归一化光强分布。(a)第一个焦平面线性标度;(b)第二个焦平面线性标度;
(c)第一个焦平面对数标度;(d)第二个焦平面对数标度

Fig.4 Normalized intensity distribution on the focal planes. (a) The first focal plane linear; (b) the second focal plane logarithmic; (c) the first focal plane linear; (d) the second focal plane logarithmic

比 $S_{11}/S_{12} \approx 0.618^2$, 接近黄金分割比的平方。作为对比, 选取类似文献[24]和[25]所提到的斐波那契透镜, 即如果把 EFO 作为透光环带, OFO 作为不透光环带, 这样就得到了类似菲涅耳波带片的“斐波那契波带片”(FiZP), 图 4 中虚线给出了相同条件下的斐波那契波带片两个焦平面上的焦斑分布, FiZP 透光环带面积为 3.1459 mm^2 。从图 4 可以看出, FiPS 比 FiZP 具有更高的横向分辨率。

3.3 横向分辨率的进一步提升

为了进一步提升 FiPS 的横向分辨率, 采用高斯切趾对轨道上筛孔数目进行重新分布。国内外已经有学者对传统光子筛分布展开研究, 提高其分辨力^[11-12,17]。但是都把筛孔重叠作为不利的设计因素, Sabatyan 等^[26]提出筛孔重叠也可以提高传统光子筛的聚焦成像效果, 但是他们的另外个工作^[30]也表明, 随着筛孔取代菲涅耳环带轨道数目的增多, 这种设计在焦平面上旁瓣效应比较严重。与 Sabatyan 工作不同的是, 本课题组针对 FiPS 重新设计了每个斐波那契环带轨道上筛孔数目, 其分布为

$$N_m = N_{\max} \exp\left[-\left(\frac{m - m_{\max}}{\sigma}\right)^2\right], \quad (6)$$

其中 N_{\max} 表示 FiPS 最外层的环带轨道上筛孔个数, m_{\max} 表示轨道数目的最大值, σ^2 表示待定参数, 这里筛孔直径取的是最优解。

这里, $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, $r_{\max} = 1.5 \text{ mm}$, $j = 10$, 此时轨道的总数为 34。图 5(a) 是 $(N_{\max}, m_{\max}, \sigma^2) = (100, 34, 1112)$ 时, GFIPS 的分布情况。由于筛孔的重叠, 形成透明环带, 自内向外数透明环带数目为 1 个, 筛孔的总面积为 0.5981 mm^2 。图 5(b) 和 (c) 则是高斯切趾参数 $(N_{\max}, m_{\max}, \sigma^2)$ 分别为 $(250, 34, 1112)$ 和 $(500, 34, 1112)$ 时 GFIPS 的分布情况, 对应形成透明环带数目为 4 个和 10 个, 筛孔的总面积分别为 1.3055 mm^2 和 2.2004 mm^2 。

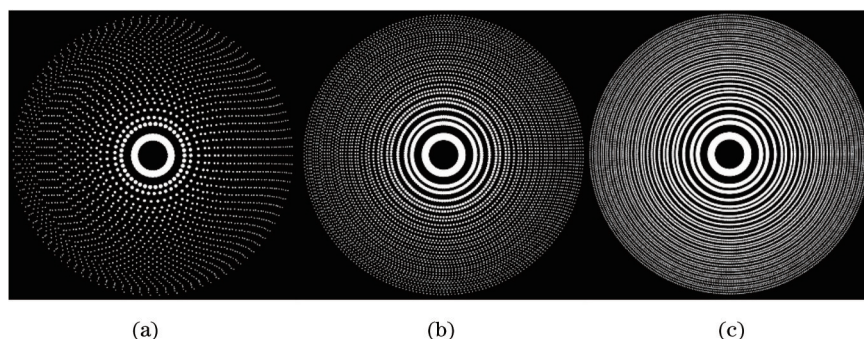


图 5 不同高斯切趾参数的 GFIPS。(a) (100,34,1112); (b) (250,34,1112); (c) (500,34,1112)

Fig.5 GFIPS with different Gaussian apodized parameters. (a) (100,34,1112); (b) (250,34,1112); (c) (500,34,1112).

图 6 中实线是 $(N_{\max}, m_{\max}, \sigma^2) = (600, 34, 1112)$ 的 GFIPS 在两个焦平面上归一化光强的分布, 其筛孔总面积为 2.6766 mm^2 。作为对比, 图 6 中虚线表示同等条件下的 FiPS 在两个焦平面上的归一化光强分布, FiPS 的轴向分布如图 3(c) 所示。FiPS 两个焦平面的半峰全宽分别为 $7.0262 \mu\text{m}$ 和 $11.3710 \mu\text{m}$, 而 GFIPS 两个焦平面的半高全宽分别为 $6.2310 \mu\text{m}$ 和 $10.3354 \mu\text{m}$ 。显然, 相对于 FiPS, GFIPS 的分辨率有所改善, 但其旁瓣会有所上升。

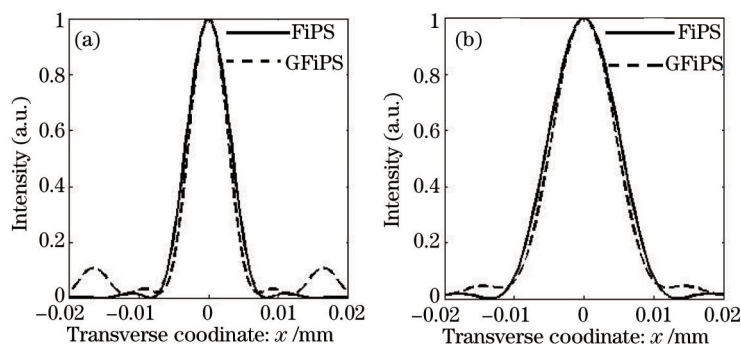


图 6 GFIPS 和 FiPS 的焦平面归一化光强分布。(a) 第一个焦平面; (b) 第二个焦平面

Fig.6 Normalized intensity distribution on the focal planes by GFIPS and FiPS. (a) The first focal plane; (b) the second focal plane

4 结 论

基于斐波那契数列,介绍了FiPS的设计方案,建立了这种新型光子筛的数学模型,并进行了相应的理论分析。当单色平面波通过斐波那契光子筛的时候,它能够产生焦距比约为黄金分割比的双焦点,传统光子筛直径的优化值并不适合斐波那契光子筛。结果表明,当筛孔直径为所在轨道的1.165倍时,两个焦点处光强相等。相同条件下,与斐波那契波带片相比,斐波那契光子筛的分辨率在两个焦平面上都有显著的提高。另外通过高斯切趾控制轨道上筛孔数目的分布,可以进一步提高焦平面上的横向分辨率。上述方法也为相位型斐波那契光子筛的设计提供了参考依据。

参 考 文 献

- 1 Wu Yufen, Xiao Shali, Lu Jian, *et al.*. Logarithmic spiral bent Laue crystals for X-ray monochromatic imaging applications[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(6): 0615001.
毋玉芬,肖沙里,鲁建,等.对数螺旋型劳厄弯晶的X射线单色成像应用[J].中国激光,2013,40(6):0615001.
- 2 Xiao Tiqiao, Xie Honglan, Deng Biao, *et al.*. Progresses of X-ray imaging methodology and its applications at Shanghai Synchrotron Radiation Facility[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(1): 0100001.
肖体乔,谢红兰,邓彪,等.上海光源X射线成像及其应用研究进展[J].光学学报,2014,34(1):0100001.
- 3 Ni Qiliang. Study on characteristic performance of a MCP-based photon-counting imaging detector[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(11): 1104001.
倪启良.极紫外微通道板光子计数成像探测器性能研究[J].光学学报,2013,33(11):1104001.
- 4 G Schmahl, D Rudolph, P Guttman, *et al.*. Zone plates for X-ray microscopy[C]. X-Ray Microscopy, 1984, 43: 63-74.
- 5 Y S Chu, J M Yi, F De Carlo, *et al.*. Hard-x-ray microscopy with Fresnel zone plates reaches 40 nm Rayleigh resolution[J]. Appl Phys Lett, 2008, 92(10): 103119.
- 6 J Kirz. Phase zone plates for x rays and the extreme uv[J]. J Opt Soc Am, 1974, 64(3): 301-309.
- 7 H Arsenault. Diffraction theory of Fresnel zone plates[J]. J Opt Soc Am, 1968, 58(11): 1536.
- 8 L Kipp, M Skibowski, R L Johnson, *et al.*. Sharper images by focusing soft X-rays with photon sieve[J]. Nature, 2001, 414(6860): 184-188.
- 9 Q Cao, J Jahns. Focusing analysis of the pinhole photon sieve: individual far-field model[J]. J Opt Soc Am A, 2002, 19(20): 2387-2393.
- 10 J Zhang, Q Cao, X Lu, *et al.*. Focusing contribution of individual pinholes of a photon sieve: dependence on the order of local ring of underlying traditional Fresnel zone plate[J]. Chin Opt Lett, 2010, 8(3): 256-258.
- 11 F Giménez, J A Monsoriu, W D Furlan, *et al.*. Fractal photon sieve[J]. Opt Express, 2006, 14(25): 11958-11963.
- 12 Jia Jia, Xie Changqing. Phase zone photon sieve[J]. Chinese Phys B, 2009, 18(01): 183-188.
- 13 ChangqingXie, Xiaoli Zhu, Lina Shi, *et al.*. Spiral photon sieve apodized by digital prolate spheroidal window for the generation of hard-x-ray vortex[J]. Opt Lett, 2010, 35(11): 1765-1767.
- 14 M Kalläne, J Buck, S Harm, *et al.*. Focusing light with a reflection photon sieve[J]. Opt Lett, 2011, 36(13): 2405-2407.
- 15 R Menon, D Gil, G Barbastathis, *et al.*. Photon sieve lithography[J]. J Opt Soc Am A, 2005, 22(2): 342-345.
- 16 Cao Zhen, Li Yanqiu, Liu Fei. Manufacturable design of 16~22 nm extreme ultraviolet lithographic objective[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(9): 0922005.
曹振,李艳秋,刘菲.16~22 nm极紫外光刻物镜工程化设计[J].光学学报,2013,33(9):0922005.
- 17 G Andersen. Large optical photon sieve[J]. Opt Lett, 2005, 30(22): 2976-2978.
- 18 G Andersen, D Tullson. Broadband antihole photon sieve telescope[J]. Appl Opt, 2007, 46(18): 3706-3708
- 19 K Kincade. Photon sieve enhance weapons vision[J]. Laser Focus World, 2004, 40(2): 34-37.
- 20 Y Sah, G Ranganath. Optical diffraction in some Fibonacci structures[J]. Opt Commun, 1995, 114(1-2): 18-24.
- 21 N Gao, Y Zhang, C Xie. Circular Fibonacci gratings[J]. Appl Opt, 2011, 50(31): 142-148.
- 22 H T Dai, Y J Liu, X W Sun. The focusing property of the spiral Fibonacci zone plates[C]. Proc SPIE, 2012, 8257: 82570T.
- 23 A Calatayud, V Ferrando, L Remon, *et al.*. Twin axial vortices generated by Fibonacci lenses[J]. Opt Express, 2013, 21(8): 10234-10239.
- 24 J A Monsoriu, A Calatayud, L Remon, *et al.*. Bifocal Fibonacci diffractive lenses[J]. IEEE Photonics Journal, 2013, 5(3): 3400106.
- 25 V Ferrando, A Calatayud, P Andres, *et al.*. Imaging properties of kinoform Fibonacci lenses[J]. IEEE Photonics Journal, 2014, 6(1): 6500106.

- 26 A Sabatyan, P Roshaninejad. Super-resolving random-Gaussian apodized photon sieve[J]. Appl Opt, 2012, 51(26): 6315-6318.
- 27 J Hendrickson, B C Richards, J Sweet, *et al.*. Excitonic polaritons in Fibonacci quasicrystals[J]. Opt Express, 2008, 16(20): 15382-15387.
- 28 Max Born, Emil Wolf. Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999, 342-362.
- 29 David Attwood. Soft X-Rays and Extreme Ultraviolet Radiation: Principles and Applications[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999, 334.
- 30 A Sabatyan, P Roshaninejad, K Aghadoost. Focusing and imaging properties of a dense Gaussian apodized photon sieve[J]. Opt Commun, 2014, 310: 42-47.

栏目编辑: 韩 峰