

立方角锥结构逆反射光强的数值计算

袁长迎 张修路 罗 霁 竹文坤

西南科技大学国防科技学院, 四川 绵阳 621010

摘要 针对反射光相对强度在回归反射系数估算及逆反射材料设计中的重要作用, 基于光线追踪原理跟踪计算光在立方角锥结构中的传输过程及反射、折射时光传输方向、光矢量偏振化方向及光能量损失, 编写不同入射角、方位角及偏振状态下逆反射光强的数值计算程序。以聚碳酸酯材料为实例计算自然光照射下逆反射相对光强分布。结果表明, 逆反射光强受光的入射方向影响显著。若入射角在小于 25.5° 的范围内, 反射光相对光强较大且近似保持为0.899的定值。超过上述范围时, 反射光强单调减小, 且显著受方位角的影响。

关键词 光学设计; 回归反射; 立方角锥; 光强; 逆反射系数

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0922005

Numerical Calculation on Retro-Reflected Light Intensity of Cube Corners

Yuan Changying Zhang Xiulu Luo Fen Zhu Wenkun

*School of National Defence Science and Technology, Southwest University of Science and Technology,
Mianyang, Sichuan 621010, China*

Abstract In view of the importance of the relative reflective intensity on retroreflective coefficients estimation and new retroreflective material design, light transmission process in the cube corner elements is modeled, changes of light propagation and light vector polarization directions during reflection or refraction are traced, light intensity loss is calculated based on ray tracing principle. A numerical calculation program is set up for retroreflective light intensity calculations of cube corners under different incident angles, azimuth angles and polarization states. The reflected light relative intensities distributions at different incident angles and azimuth angles are computed with natural light illumination and polycarbonate as the body material. The results show that the reflected light intensity is significantly affected by the incident direction of light. For incident angles smaller than 25.5° , the reflected light relative intensities remain big and approximately constant value of 0.899. For incident angles bigger than 25.5° , the reflected light intensities decrease monotonically and are significantly influenced by azimuth angles.

Key words optical design; retroreflective; cube corner; ray intensity; retroreflective coefficient

OCIS Codes 220.2560; 310.6805; 350.5500

1 引 言

立方角锥结构单元拥有3个彼此相互正交的反光面, 通过3个反光面共同的反射作用, 可以将入射光沿原光路逆向反射回去, 通常将这种反射称为逆反射或回归反射。逆反射特性被广泛应用于交通警示标志、辅助测量、光学系统自准直及束斑控制等系统中^[1-3]。衡量一种反光材料逆反射能力的最重要的指标参数是回归反射系数, 它取决于立方角锥单元的有效反射截面率及反射光相对强度, 是两者的乘积。有效反射截面是3个反光面在入射光法平面的投影与反光面的像在入射光法平面的投影的重叠区面积。它受立方角锥单元的几何形状、空间取向、材料折射率、入射光方向等因素影响。对于由立方角锥单元组成的反光阵列,

收稿日期: 2014-12-24; 收到修改稿日期: 2015-05-05

基金项目: 国家自然科学基金(11104227)、极端条件物质特性实验室开放基金(11zxjk04, 12zxjk09)、绵阳市科技攻关重点项目(13zd2106)

作者简介: 袁长迎(1965—), 男, 博士, 教授, 主要从事应用光学等方面的研究。E-mail: yuanchangying@swust.edu.cn

有效反射截面是各单元有效反射截面率的加权平均,它反映了平行光照射时反光阵列产生有效逆反射的等效面积与其总面积的比值。关于立方角锥体有效反射截面的计算,最早由 Eckhardt^[4]作了原理性分析,这以后有许多作者尝试计算有效反射截面^[5-12]。在反射光强度定量分析的问题上,相关的研究工作非常少。在立方角锥结构单元中,入射光能量损失来自于先后两次穿过反光膜正面时的反射损失及角锥体3个反光面的反射损失。对于折射率为1.59的聚碳酸酯材料来说,近垂直入射时在前表面的传输损失大约是5.2%(透射率94.8%)。对于反射面带有金属涂层的角锥立方反射单元来说,反射损失取决于涂层材料类别及相对于反射面的入射角大小,如铝涂层在每个表面的反射系数大约在0.85到0.90之间。近年来在逆反射材料设计中有逐渐不使用金属涂层、单纯依靠全反射作用的趋势。然而如果光线相对于反射面的入射角小于临界角,则全反射条件被破坏,一部分光能量将透过反射面并造成反射损失。将最终透出立方角锥体的逆反射光强与入射光强的比值定义为反射光相对强度,它反映了入射光传输过程中在立方角锥单元各表面上反射、折射所造成的能量损失情况。由于无镀层型回归反射材料的应用越来越普遍,其回归反射性能尤其是反射光相对强度的定量分析对于逆反射材料性能评估及新材料设计具有重要意义。

2 基本原理和方法

在立方角锥体中,光的传输过程如图1所示, $oABC$ 为立方角锥体,其顶点位于 o 点,它是折射率为 n 的实体材料(设定为聚碳酸酯,折射率为1.59),其外部为空气。 oAB 、 oBC 、 oCA 分别为角锥的3个反光面(以下分别依次称之为 z 、 x 、 y 面),它们彼此相互正交。 ABC 面为立方角锥体的正面。入射光沿 $o'O$ 方向射向 ABC 面。为了定量表述入射光方向,在角锥体正面建立如图所示的直角坐标系 $OXYZ$ (以下称全局坐标系): oO 连线方向为角锥体的对称轴, O 点位于 ABC 面的几何中心, X 轴方向平行于 CA 连线, Y 轴方向为 OB 连线, Z 轴方向沿着 oO 连线方向且垂直于角锥体正面 ABC 面。采用球坐标系的标记习惯,以 θ 表征入射光相对于 ABC 面的入射角,以 φ 表征入射光相对于角锥体的方位角,因此在全局坐标系中入射方向单位向量 r_i 为

$$r_i = (-\sin \theta \cos \varphi, -\sin \theta \sin \varphi, -\cos \theta). \quad (1)$$

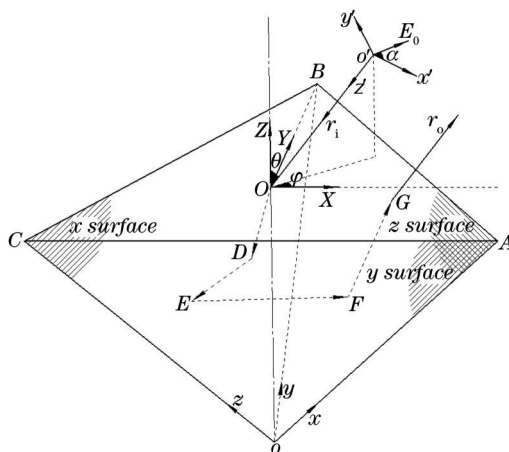


图1 立方角锥体中光的传输过程

Fig.1 Light transmission process in a cube corner element

入射光经过透明介质的作用,在分界面上的 O 点变成两束光线:反射光和折射光,其中反射光(图中未画出)向后传回另一侧的空气中,成为光能量损失部分;折射光沿 OD 进入角锥体内部,并到达角锥体3个反光面之一(如 x 面),在 D 点发生折射和反射。其中折射光向前透出角锥体单元(图中未画出)成为光能量损失部分,而反射光沿 DE 方向继续在角锥体内传输,并到达角锥体3个反光面之一的另一面(如 y 面),在 E 点又一次发生折射和反射。其中折射光透出角锥体单元(图中未画出)成为光能量损失部分,而反射光沿 EF 方向继续在角锥体内传输,并到达角锥体3个反光面之一的第三面(如 z 面),在 F 点再一次发生折射和反射。其中折射光透出角锥体单元(图中未画出)成为光能量损失部分,而反射光沿 FG 方向继续在角锥体内传输,并到达角锥体正面 ABC 上的某点 G ,在 G 点又一次发生反射和折射。其中反射光传回角锥体单元(图中未画出)成为光

能量损失部分,而折射光从G点沿 r_0 方向透出角锥体单元,成为最终的逆反射光线。可以证明^[13], $r_0 = -r_i$ 。入射光最终成为逆反射光线,必须先后经历5次折射或反射过程:1) 经折射从角锥体正面ABC进入体内(光线OD); 2) 在角锥体内先后依次被3个反光面反射(分别为光线DE、EF、FG); 3) 经折射射出角锥体。

跟踪计算光能量在立方角锥体中传播时的反射、折射损失的根本环节是:在已知入射光振幅、传播方向、光矢量方向及介质分界面的情况下,计算由此产生的反射光、折射光的振幅、传播方向、光矢量方向。

光在两种介质分界面的反射和折射如图2所示,两种介质的折射率分别为 n_1 和 n_2 ,介质分界面的法线方向为 n ,入射光传播方向为 r_1 。为了方便对光矢量方向作定量表述,特建立局部坐标系 $o'x'y'z'$:其中 z' 轴沿着入射光 r_1 方向, x' 轴垂直于入射面(入射方向 r_1 与法线方向 n 组成的平面),由 z' 轴叉乘 x' 轴决定 y' 轴。假设入射光为线偏振光,在局部坐标系 $o'x'y'z'$ 中,其光矢量位于 $o'x'y'$ 平面内,大小为 E_0 ,并与 x' 轴成 α 角。将光矢量进行分解,得垂直及平行于入射面的振动分量分别为

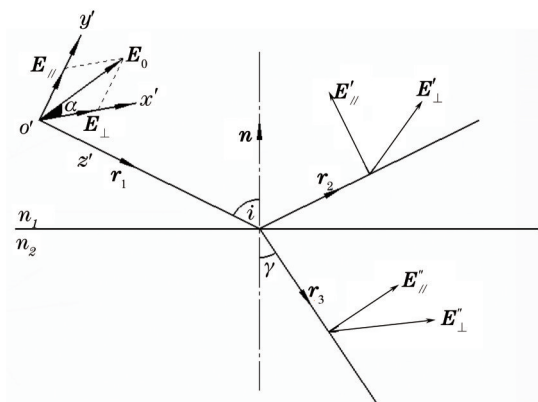


图2 光在两种介质分界面的反射和折射

Fig.2 Reflection and refraction of light on the interface of two media

$$\begin{cases} E_{\perp} = E_0 \cos \alpha \\ E_{\parallel} = E_0 \sin \alpha \end{cases} \quad (2)$$

以下为方便叙述,将垂直于入射面的分量简称为o光,将平行于入射面的分量简称为e光。

对o光的反射和折射进行分析。根据菲涅耳公式,o光的反射和折射遵从以下公式:

$$\begin{cases} \frac{E'_{\perp}}{E_{\perp}} = -\frac{\sin(i-\gamma)}{\sin(i+\gamma)} \\ \frac{E''_{\perp}}{E_{\perp}} = \frac{2 \cos i \cdot \sin \gamma}{\sin(i+\gamma)} \end{cases} \quad (3)$$

式中 i 为入射角, γ 为折射角, E'_{\perp} 和 E''_{\perp} 分别为o光的反射振幅和折射振幅。反射光的传播方向为

$$r_2 = r_1 + 2 \cdot \cos i \cdot n, \quad (4)$$

偏振方向为

$$\frac{r_2 \otimes n}{|r_2 \otimes n|}, \quad (5)$$

折射光的传播方向为:

$$r_3 = \frac{\sin \gamma}{\sin i} \cdot r_1 - \frac{\sin(i-\gamma)}{\sin i} \cdot n, \quad (6)$$

偏振方向为

$$\frac{r_3 \otimes n}{|r_3 \otimes n|}. \quad (7)$$

对e光的反射和折射进行分析。根据菲涅耳公式,e光的反射和折射遵从以下公式:

$$\begin{cases} \frac{E_{\parallel}^r}{E_{\parallel}^i} = \frac{\tan(i - \gamma)}{\tan(i + \gamma)} \\ \frac{E_{\perp}^r}{E_{\parallel}^i} = \frac{2 \cos i \cdot \sin \gamma}{\sin(i + \gamma) \cos(i - \gamma)} \end{cases}, \quad (8)$$

式中 E_{\parallel}^r 和 E_{\perp}^r 分别为 e 光的反射振幅和折射振幅。反射光的传播方向同(4)式, 偏振方向为

$$\frac{\mathbf{n} \otimes \mathbf{r}_1}{|\mathbf{n} \otimes \mathbf{r}_1|} \otimes \mathbf{r}_2, \quad (9)$$

折射光的传播方向同(6)式, 偏振方向为

$$\frac{\mathbf{n} \otimes \mathbf{r}_1}{|\mathbf{n} \otimes \mathbf{r}_1|} \otimes \mathbf{r}_3. \quad (10)$$

依据上述流程, 编写了用于计算光在两种介质分界面上的反射和折射的子程序。子程序的输入参数: 1) 两侧介质的折射率 n_1 、 n_2 ; 2) 分界面法向单位向量 \mathbf{n} ; 3) 入射光方向单位向量 \mathbf{r}_1 [入射角 $i = \arccos(-\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n})$, 再计算折射角 $\gamma = \arcsin(n_1/n_2 \cdot \sin i)$]; 4) 入射光矢量方向。程序的输出参数由(2)~(10)式计算得到, 分别为: 1) o 光的反射光的振幅、振动方向、传播方向; 2) o 光的折射光的振幅、振动方向、传播方向; 3) e 光的反射光的振幅、振动方向、传播方向; 4) e 光的折射光的振幅、振动方向、传播方向。

依据上述子程序, 编写了光能量在立方角锥体单元中反射折射损失率的数值计算主程序。它以图 1 中入射光传播方向参数(θ 、 φ)及光矢量振动方向参数(α)为输入参数, 循环调用前述子程序, 跟踪计算光在图 1 中 O、D、E、F、G 各点发生折射、反射后的振幅、振动方向及传播方向, 并舍去每个阶段光能量损失的部分, 最终得到沿 \mathbf{r}_0 传播的逆反射的光矢量振幅 E_{rc} 。由此得逆反射光的相对光强为

$$R = \frac{|E_{\text{rc}}|^2}{|E_0|^2}. \quad (11)$$

需要注意的是上述计算中必须计入光在介质分界面反射时的位相跃变。如果光从光疏媒质进入光密媒质($n_1 < n_2$), 则反射光存在 π 的位相跃变; 如果光从光密媒质进入光疏媒质($n_1 > n_2$), 且入射角超过临界角 [$i \geq \arcsin(n_2/n_1)$], 则在分界面上发生全反射, 反射光也存在位相跃变^[14]。为了反映位相跃变的影响, 光矢量振幅采用复振幅的形式进行计算。

3 结果与分析

由(11)式算得的相对光强 R 是逆反射光强与入射光强的比值, 它反映了单色线偏振光经立方角锥体单元多次反射、折射后能量损失的情况。当立方角锥体单元确定后, R 是入射光传播方向、光矢量振动方向(θ 、 φ 、 α)的函数。

在使用逆反射材料时, 通常的照明光源是发出自然光的普通光源。但传播方向给定后, 自然光可以看成是由振动方向随机均匀分布的、彼此没有固定位相关系的多束线偏振光组成。采用下面的公式模拟自然光照射下的相对光强^[15]:

$$R(\theta, \varphi) = \frac{\sum_{\alpha=1}^{360} R(\theta, \varphi, \alpha)}{360}. \quad (12)$$

设定基体材料为聚碳酸酯, $n = 1.59$, 采用数值方法计算得到的逆反射相对光强 R 随入射角 θ 及方位角 φ 变化的情况如图 3 所示, 从计算结果可以看出:

1) 存在一个高逆反射率的入射角范围。在此范围内, 相对光强 R 几乎保持为常数, 且近似等于 0.899。进一步分析可确定入射角范围为 $\theta \leq 25.5^\circ$, 在此范围内相对光强 R 几乎不受入射角及方位角影响。形成该结果的原因是: 在上述入射角范围内, 光在角锥体内的 3 次反射皆为全内反射, 光能量没有折射损失, 能量损失只体现为先后进出角锥体正面时的反射损失。对于聚碳酸酯材料来说, 垂直入射时(入射角 $i \approx 0^\circ$)反射率近似为 5.2%, 透射率为 94.8%, 而两次穿过反光膜正面的透射率为 $94.8\% \times 94.8\% \approx 0.899$ 。 $\theta \leq 25.5^\circ$

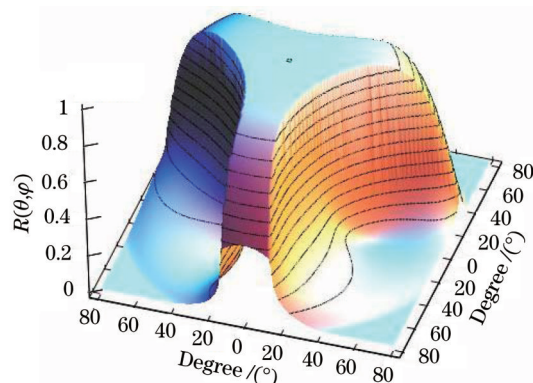


图3 自然光照射时反射光相对光强 $R(\theta, \varphi)$ 的数值计算结果

Fig.3 Numerical calculation results of relative reflective intensity under natural light illuminates

的入射角范围是由立方角锥体材料的折射率(聚碳酸酯, $n = 1.59$)决定的,如果改用其他透光材料,则入射角范围将相应变化;

2) 当入射角超过 25.5° 的范围后相对光强 $R(\theta, \varphi)$ 呈现出明显的各向异性,且存在3个特定的方位角: $\varphi = 90^\circ$ 、 210° 、 330° ,此时 R 随 θ 的增大而减小较慢。这3个方位正好对应于图1中立方角锥体3条棱的方向;

3) 由于上述反射折射过程与反射面的形状大小无关,因此该计算结果适应于任何尺寸的完整立方角锥和截角角锥单元及其反光阵列;

4) 以 (θ, φ) 方向入射的一束平行光中不同位置的光线,先后到达角锥体的各个反射面的顺序是不同的,最多可有6种传输顺序: $x \rightarrow y \rightarrow z$ 、 $x \rightarrow z \rightarrow y$ 、 $y \rightarrow x \rightarrow z$ 、 $y \rightarrow z \rightarrow x$ 、 $z \rightarrow x \rightarrow y$ 、 $z \rightarrow y \rightarrow x$,因此可以预期,以相同方向 (θ, φ) 入射的一束平行光,逆反射相对光强 $R(\theta, \varphi)$ 也会依上述6种传输顺序而呈现6个结果,则在进行光线追踪时需要区分光子的实际位置及在角锥体中的反射顺序。对此问题专门进行了计算研究,发现只要入射方向 (θ, φ) 给定,上述6种传输顺序所得到的逆反射相对光强 $R(\theta, \varphi)$ 是一致的。这一结论对于简化数值计算中的光线追踪过程具有重要意义,说明在进行光线追踪时无需区分不同位置的光子,只需在上述6种传输顺序中任取一种进行计算即可。

4 结 论

基于光线追踪的思想分析光在立方角锥型结构上的传输过程,编写逆反射相对光强计算程序,在入射光为自然光的前提下(这是逆反射材料在实际应用时最常遇到的情况)计算聚碳酸酯标准立方角锥结构在不同入射方向下的逆反射相对光强,得出相对光强分布的数值解。从结果看,逆反射相对光强显著受入射光方向影响,而随入射角增大而单调减小;随方位角呈现周期性变化,在正对着立方角锥体3条棱的方位上相对光强最大,在两条棱之间的方位上相对光强最小。以上结果对新型回归反射材料结构设计和应用具有理论指导意义。

参 考 文 献

- 1 Joanne M W, Ralph M, Philippe L, *et al.*. Configuring retroreflective markings to enhance the night-time conspicuity of road workers [J]. *Accident Analysis & Prevention*, 2014, 70(9): 209-214.
- 2 Won J, Oh Y, Park J, *et al.*. Development and characterization of piezoelectrically actuated corner cube retroreflectors for applications in free-space optical sensor network[J]. *Applied Optics*, 2012, 51(13): 2315-2321.
- 3 Currie D, Dell A S, Delle M G. A lunar laser ranging retroreflector array for the 21st century[J]. *Acta Astronautica*, 2011, 68(7-8): 667-680.
- 4 Eckhardt H D. Simple model of corner reflector phenomena[J]. *Applied Optics*, 1971, 10(7): 1559-1566.
- 5 Cai Y, Fang Z, Chen G, *et al.*. Effective reflection area of a cube corner retroreflector[J]. *Chinese J Lasers B*, 2000, 9(5): 429-433.
- 6 Lin C Y, Su C H, Hsu C M, *et al.*. Improvement of the microcrystalline cube corner reflective structure and efficiency[J]. *Japanese*

- Journal of Applied Physics, 2008, 47(7): 5693–5701.
- 7 Hwi K, Byoungho L. Optimal design of retroreflection corner-cube sheets by geometric optics analysis[J]. Optical Engineering, 2007, 46(9): 094002.
- 8 So B S, Jung Y H, Lee D W. Shape design of efficient retroreflective articles[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2002, 130: 632–640.
- 9 Dominic C O, Grahame E F, David J E. Optical properties of a retroreflecting sheet[J]. Applied Optics, 1999, 38(19): 4137–4144.
- 10 Jinghe Y, Shengjiang C, Sumei L, *et al.*. Design and fabrication of micro-cube-corner array retro-reflectors[J]. Optics Communications, 2002, 209(1–3): 75–83.
- 11 Luo Han, Yuan Changying. Retroreflective performance analysis of cube corner membrane structure[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(3): 0323001.
罗 汉, 袁长迎. 立方角锥型膜结构的逆反射特性计算[J]. 光学学报, 2015, 35(3): 0323001.
- 12 Luo Han, Yuan Changying. Structure optimization of retroreflective sheeting based on laminae combination technique[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(2): 0207002.
罗 汉, 袁长迎. 基于薄片组合技术的反光膜结构优化设计[J]. 中国激光, 2015, 42(2): 0207002.
- 13 Liepmann T W. How retroreflectors bring the light back[J]. Laser Focus World, 1994, 30(10): 61–63.
- 14 Thomas W, Goodrow S D. Polarization and far-field diffraction patterns of total internal reflection corner cubes[J]. Applied Optics, 2013, 52(2): 117–126.
- 15 Song Guicai. Modern Optics[M]. Beijing: Peking University Press, 2014: 150–151.
宋贵才. 现代光学[M]. 北京: 北京大学出版社, 2014: 150–151.

栏目编辑: 张浩佳