

光纤陀螺随机噪声滤波分析

田云鹏^{1,2} 杨小军¹ 郭云曾¹ 刘 锋¹

¹中国科学院西安光学精密机械研究所, 陕西 西安 710119

²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 高精度光电稳定跟踪平台基准轴抖动或者缓慢漂移通常使得光纤陀螺(FOG)的输出信号中含有随机噪声。针对这一特点,通过对工程中实际采用的光纤陀螺实测数据进行时间序列分析,运用递推最小二乘法建立了噪声模型,并对其进行自适应卡尔曼(Kalman)滤波处理。通过 Allan 方差法分析结果表明,使用只对观测噪声协方差 \mathbf{R} 阵进行自适应的 Kalman 算法滤波效果明显优于普通 Kalman 算法,且加入的计算量小,实时性能优于 Saga-Huga 自适应 Kalman 算法,对提高光电稳定跟踪平台性能有一定的实用价值。

关键词 光纤光学; 陀螺; 时间序列; 自适应 Kalman; Allan 方差

中图分类号 V241.5

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0906006

Filtering Analysis on the Random Noise of Fiber Optic Gyroscope

Tian Yunpeng^{1,2} Yang Xiaojun¹ Guo Yunzeng¹ Liu Feng¹

¹*Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of Chinese Academy of Sciences, Xi'an Shaanxi 710119, China*

²*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

Abstract The datum axis of high precision photoelectric steady tracking platform jittering and drifting slowly often makes the output signal of fiber optic gyroscope (FOG) contain random noise. Based on the characteristics mentioned above, time series analysis of the data actually measured from FOG which is actually applied in engineering is conducted. Noise model is established by using the recursive least squares method, and it is processed with adaptive Kalman filter. With an exhaustive analysis by using the Allan variance method, it is shown that the filtering effect of Kalman algorithm that simply adapts the observation noise covariance matrix \mathbf{R} is much better than that of normal Kalman algorithm, and the real-time performance is better than that of the Saga-Huga adaptive Kalman algorithm. For the Kalman algorithm, the amount of calculation added is small. This work has some practical value to improve the performance of photoelectric stable tracking platform.

Key words fiber optics; gyroscope; time series; adaptive Kalman; Allan variance

OCIS codes 060.2800; 070.2025; 350.2460

1 引 言

光纤陀螺是一种基于 Sagnac 效应且以光纤线圈为光传播通道的光学陀螺,具有结构简单、启动快、环境适应性强、动态范围宽、可靠性高等优点^[1]。在高精度光电稳定跟踪平台中,光纤陀螺作为主要的角速度敏感元件,其精度直接影响稳定平台的性能。受光学元件特性和环境因素的影响,光纤陀螺输出信号含有较大的随机误差^[2],需要进行补偿。数字滤波法^[3]是补偿随机误差的有效手段,通常采用的方法有求取滑动平均值、低通滤波、前向预测、卡尔曼(Kalman)滤波及小波变换等^[4-5]。其中 Kalman 滤波通过测量值对预测估计进行修正,可以得到较为精确的状态估计^[6]。

收稿日期: 2015-04-09; 收到修改稿日期: 2015-05-13

作者简介: 田云鹏(1991—),男,硕士研究生,主要从事伺服控制系统等方面的研究。

E-mail: 601499800@qq.com

导师简介: 杨小军(1967—),男,副研究员,硕士,主要从事伺服控制技术等方面的研究。

E-mail: yxj1967@sohu.com

本文采用时间序列法,拟合出光纤陀螺随机噪声的数学模型,再分别运用 Kalman 及自适应 Kalman^[7]对其进行处理,并使用 Allan 分析法^[8-9]分析结果,随机噪声明显得到抑制,滤波效果显著。

2 基于递推最小二乘法的光纤陀螺随机误差时序建模与分析

2.1 数据预处理

采用时序分析法建模^[10-11]首先要去除原始观测数据的坏值,并进行统计检验,观察其是否为零均值、平稳的时序信号。陀螺输出的原始信号中通常含有常值分量,对原始信号求取平均值,提取出常值分量后,即可得到零均值的随机漂移信号。信号的平稳性工程上常采用逆序法进行检测,使用逆序法进行检测的步骤如下:

1) 将原始数据 x 按每 L 个分为一组,共 M 组,即 $N=ML$ (N 为采样数),然后分别对每组数据求取平均值记为 μ_j :

$$\mu_j = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L x_i; j = 1, 2, \dots, M. \quad (1)$$

2) 求取数列 μ_j 的逆序数,对任意 μ_j ,若存在 $\mu_k > \mu_j (k > j)$,则 μ_k 是 μ_j 的一个逆序数,分别求得 μ_j 的逆序数的个数,求和得 S 。

3) 设置观测值 U :

$$U = \frac{[S + 0.5 - E(S)]}{\sigma_s^2}, \quad (2)$$

式中 σ_s^2 , $E(S)$ 分别为原始数据为平稳信号时逆序总数的方差和理论平均值,即:

$$\begin{aligned} \sigma_s^2 &= \frac{L(2L^2 + 3L - 5)}{72}; \\ E(S) &= \frac{L(L-1)}{4}. \end{aligned} \quad (3)$$

当显著性水平取 0.05 时,若 $|U| < 1.96$,则原始数据为平稳信号;反之则不是,需要对其进行预处理,去除趋势项,做差分处理使其平稳。另外可以通过检验原始数据的偏态系数 ξ 和峰态系数 v 来判断该随机变量是否满足正态性要求,偏态系数和峰态系数分别指样本的三阶矩和四阶矩,分别反映随机变量概率密度函数峰的对称性及状态,定义如下:

$$\xi = E\left[\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right]^3; v = E\left[\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right]^4, \quad (4)$$

式中 $E(\cdot)$ 表示取期望值。

当 x 为正态随机变量时,应有 $\xi = 0; v = 3$ 。

对于零均值、满足正态性和平稳性要求的信号,其必符合各态历经随机过程,可以使用渐消记忆递推最小二乘法对其进行建模,根据最小信息 AIC (Akaike Information Criterion) 准则,选择自回归 (AR) 的模型的阶数,原差分模型 $Y_N = \phi_N \theta + e_N$ (Y_N 为当前时刻观测阵, ϕ_N 为输入与过去时刻输出组成的矩阵, θ 为系数矩阵, e_N 为误差项),每增加一组数则加一个方程 $y_{N+1} = \varphi_{N+1} \theta + e_{N+1}$,得到新模型 $Y_{N+1} = \phi_{N+1} \theta + e_{N+1}$,其中

$$Y_{N+1} = \begin{bmatrix} Y_N \\ y_{N+1} \end{bmatrix}, \phi_{N+1} = \begin{bmatrix} \phi_N \\ \varphi_{N+1} \end{bmatrix}.$$

渐消记忆是添加遗忘因子以消减旧数据的作用,解决数据饱和现象。记协方差阵 $P_N = [\phi_N^T \phi_N]^{-1}$ 。则带遗忘因子 ρ 的递推最小二乘估计算法如下:

$$\widehat{\theta}_{N+1} = \widehat{\theta}_N + G_{N+1} [y_{N+1} - \varphi_{N+1}^T \widehat{\theta}_N]; G_{N+1} = \frac{P_N \varphi_{N+1}}{\rho I + \varphi_{N+1}^T P_N \varphi_{N+1}}; P_{N+1} = \frac{1}{\rho} [I - G_{N+1} \varphi_{N+1}^T] P_N, \quad (5)$$

式中 G_{N+1} 为增益矩阵。

2.2 Kalman 滤波

已知信号模型之后, Kalman 滤波能够对信号进行最优估计,假设得到的模型为

$$x(k) = a_1 x(k-1) + a_2 x(k-2) + v(k), \quad (6)$$

式中 $v(k)$ 为过程噪声。

对应的空间状态方程为

$$X(k) = AX(k-1) + V(k); \quad (7)$$

输出方程为

$$Y(k) = CX(k) + W(k), \quad (8)$$

$V(k), W(k)$ 通常为均值为0,自相关系数为常数的白噪声,且互不相关。

Kalman滤波的递推算法如下:

$$X_{0,0} = [0 \quad 0]; P_{0,0} = \begin{bmatrix} \text{var}(x_0) & 0 \\ 0 & \text{var}(x_0) \end{bmatrix}; P_{k,k-1} = AP_{k-1,k-1}A^T + BQ_{k-1}B^T; G_k = P_{k,k-1}C^T(CP_{k,k-1}C^T + R)^{-1}; \\ P_{k,k} = (I - G_kC)P_{k,k-1}; \hat{X}_{k,k-1} = A\hat{X}_{k-1,k-1}; \hat{X}_{k,k} = \hat{X}_{k,k-1} + G_k(z_k - C\hat{X}_{k,k-1}), \quad (9)$$

式中, P 为协方差阵, G 为增益矩阵, Q 和 R 分别为过程噪声矩阵和观测噪声矩阵,需提前给定。

2.3 Allan 方差

Allan 方差法^[12]是一种在时域上分析频域特性的方法,其提供了一种简便的手段来评价光纤陀螺仪的各类误差特性。

计算 Allan 方差的步骤如下:

1) 获取数据。取采样周期为固定值 T_s ,采集光纤陀螺输出的角速率,共采样 L 个点,获得大小为 L 的样本空间。

2) 生成数组。将上述样本空间中的数据按每 $m(m=1, 2, \dots, M, M < L/2)$ 个划分成一组,可以得到 J 个互相独立的数组。 J 可表示为

$$J = \text{fix}(L/m), \quad (10)$$

式中 $\text{fix}(x)$ 表示对 x 向0取整。

3) 平均数据。对每组原始数据 x 取平均值,即求取群平均 $w_k(m)$,得到元素为群平均的随机变量集合,即

$$w_k(m) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{(k-1)m+i}, k=1, 2, \dots, J. \quad (11)$$

4) 计算方差。相关时间 τ_m 取每个数组的持续时间,则 $\tau_m = mT_s$,Allan 方差可表示为

$$\sigma^2(\tau_m) = \frac{1}{2(K-1)} \sum_{k=1}^{K-1} [w_{k+1}(m) - w_k(m)]^2. \quad (12)$$

对于每个特定的相关时间 τ_m ,先计算相邻群平均的差值,再将差值平方求平均值,该平均值的一半即为 Allan 方差 $\sigma^2(\tau_m)$ 。对于不同的 m ,分别取 $\tau_m = mT_s$, ($\tau_m = T_s, 2T_s, \dots, MT_s$)得到在双对数坐标系中的 $\sigma^2(\tau_m) \sim \tau_m$ 曲线,称为 Allan 方差曲线。

通过 Allan 方差曲线^[13]不同的斜率段来估计陀螺随机噪声的参数,而斜率为-2,-1,0,1,2的区段分别与量化误差、角度随机游走、零偏不稳定性、角速度随机游走、速率斜坡噪声相对应。因此通过最小二乘法拟合可以得到这5种噪声分别对应的参数。

3 实 验

本文数据来自于中国科学院西安光学精密机械研究所传感中心研发的 FOG-70 光纤陀螺仪,将陀螺置于静止平台上得到原始数据,由于陀螺启动瞬间有可能存在较大偏差,之后数据趋于平稳,所以去除开始阶段的数据,即可得到该陀螺的随机噪声,如图1所示。

对其进行剔除大数、零均值等处理后,信号如图2所示

平稳性检测, $U = 6.4931 > 1.96$,显然信号为非平稳信号。作一阶差分后重新检测 $U = -0.1482$, $|U| < 1.96$ 成立,为平稳信号。正态性检测结果为 $\xi = 0.3337$; $v = 3.0012$,基本符合要求。

选择 AR(2)模型,使用上述递推最小二乘拟合,得到 $a_1 = -0.0038$, $a_2 = -0.0790$,则模型为

$$x(k) = -0.0038x(k-1) - 0.0790x(k-2) + v(k). \quad (13)$$

取过程噪声阵 $Q = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_x^2 \end{pmatrix}$,测量噪声阵 R 取 σ_x^2 的十倍进行 Kalman 滤波,结果如图3所示。从图3可

以明显看出,滤波后光纤陀螺随机误差受到抑制,计算信号标准差,滤波前为0.0068,滤波后变为0.00062,缩小了近10倍。

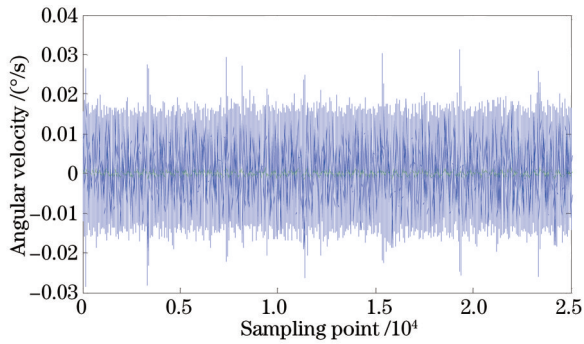


图1 原始数据
Fig.1 Raw date

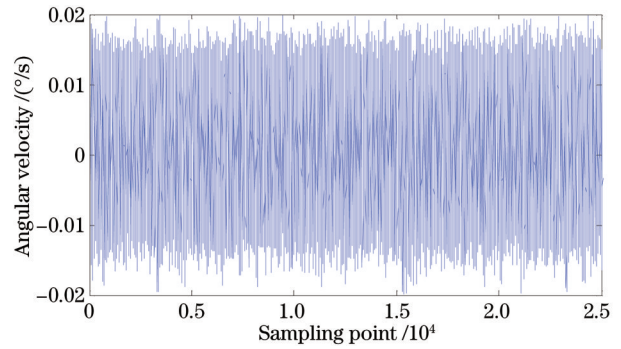


图2 预处理后数据
Fig.2 Pre-processed data

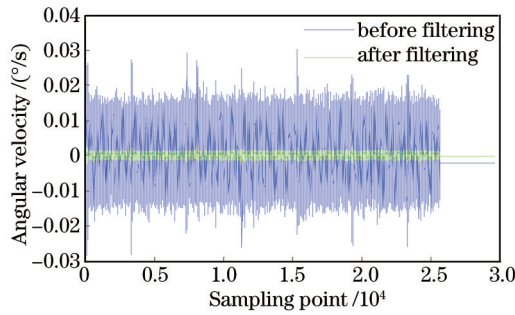


图3 滤波前后对比数据

Fig.3 Comparing with the data before and after filtering

使用 Allan 分析法分析原始数据和参数,结果如图4所示,拟合各噪声系数如表1。

表1 滤波前后 Allan 分析法结果

Table 1 Allan analysis results before and after filtering

Allan	Raw data	Data after filtering
Quantization noise	0.1107	0.08532
Angle random walk	0.1804	0.1361
Bias instability	0.1571	0.0950
Rate random walk	0.6967	0.5404
Rate ramp	0.7664	0.5906

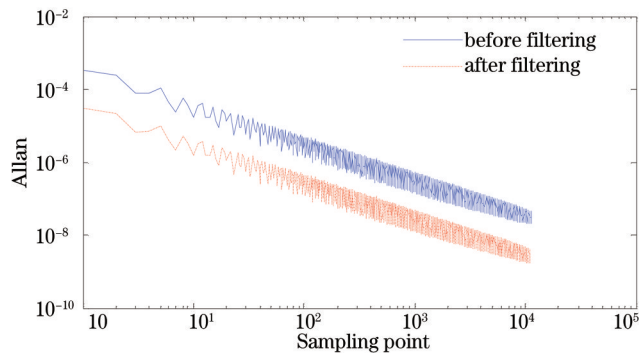


图4 滤波前后 Allan 方差对比

Fig.4 Comparison of Allan variance before and after filtering

从分析结果看,滤波有效去除了信号中的随机噪声成分,相应的陀螺测量精度得到了提高。

4 自适应 Kalman 滤波

上述算法中, Kalman 滤波器的 Q 阵和 R 阵采用固定值的方式, 可以引入自适应滤波算法^[14-16], 即在滤波时不断用观测值对测量噪声阵 R 和状态噪声阵 Q 进行估计和修正, 来提高算法精度, 常用的 Saga-Huga 算法如下:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{0,0} &= [0 \quad 0]; P_{0,0} = \begin{bmatrix} \text{var}(x_0) & 0 \\ 0 & \text{var}(x_0) \end{bmatrix}; \hat{X}_{k,k-1} = A\hat{X}_{k-1} + q; P_{k,k-1} = AP_{k-1,k-1}A^T + BQ_{k-1}B^T; \\ G_k &= P_{k,k-1}C^T(CP_{k,k-1}C^T + R)^{-1}; v_k = z_k - C\hat{X}_{k,k-1} - r; \hat{X}_k = \hat{X}_{k,k-1} + v_k G_k; P_{k,k} = (I - G_k C)P_{k,k-1}; \\ q_k &= \left(1 - \frac{1}{k}\right)q_{k-1} + \frac{1}{k}(\hat{X}_k - A\hat{X}_{k-1}); Q_k = \left(1 - \frac{1}{k}\right)Q_{k-1} + \frac{1}{k}(G_k v_k v_k^T G_k^T + P_{k,k} - AP_{k,k-1}A^T); \\ r_k &= \left(1 - \frac{1}{k}\right)r_{k-1} + \frac{1}{k}(z_k - C\hat{X}_{k,k-1}); R_k = \left(1 - \frac{1}{k-1}\right)R_{k-1} + \frac{1}{2(k-1)}(z_k - z_{k-1}); \end{aligned} \quad (14)$$

式中 q 为状态噪声, r 为观测噪声。

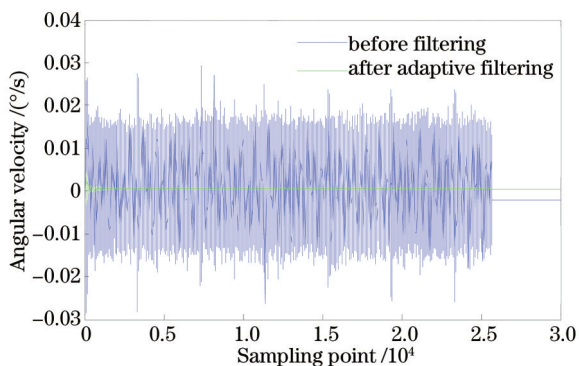


图 5 自适应滤波前后对比

Fig.5 Comparison of before and after adaptive filtering

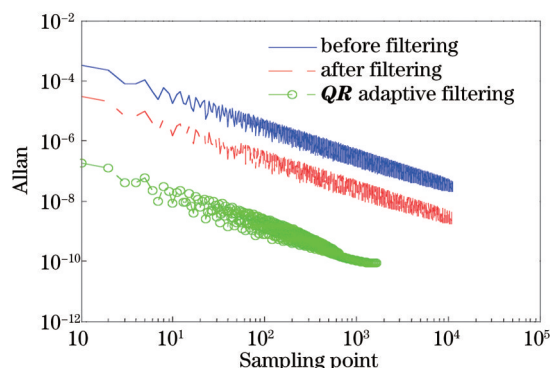


图 6 Allan 方差对比

Fig.6 Comparison of Allan variance

图 5 为使用自适应 Kalman 进行滤波的结果, 图 6 为原始信号和使用普通 Kalman 滤波后 Allan 方差的对比, 可以看到图 5 滤波效果更好。另外考虑到算法实时性, 并可以提前统计随机噪声方差, 因此将方差阵作为 Q 阵, 只对 R 阵进行自适应, 效果如图 7 所示, 图 8 为使用只对 R 阵进行自适应 Kalman 方法滤波后的 Allan 方差与前面所述 3 种情况 Allan 方差的对比。

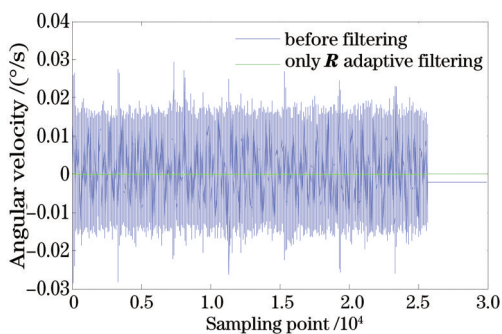


图 7 只对 R 阵进行自适应滤波前后对比

Fig.7 Comparison of before and after only R adaptive filtering

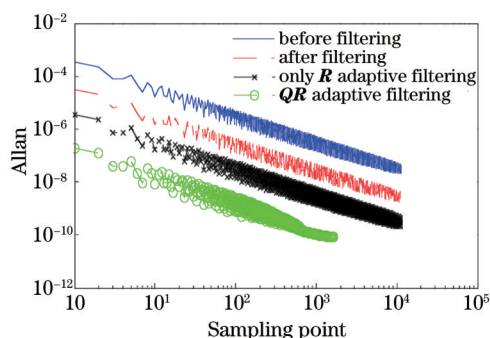


图 8 4 种方法 Allan 方差对比

Fig.8 Comparison of Allan variance for 4 methods

从结果看, 只对 R 阵进行自适应的滤波效果不如对 QR 进行自适应的效果, 但优于普通 Kalman 算法, 但考虑到只保留 R 阵的实时自适应更新, 省去了 Q, q, r 阵的更新, 减少了大量的矩阵运算, 即同时对 QR 进行自适应加入的计算量远大于只自适应 R 阵, 所以从实时性和滤波效果综合考虑, 应选取只自适应 R 阵的算法。

5 结 论

采用时间序列法, 基于递推最小二乘法对光纤陀螺输出信号进行建模, 拟合光纤陀螺随机漂移的数学模型, 再运用 Kalman 滤波对其进行估计补偿, 并使用 Allan 分析法分析结果, 结果表明了滤波算法对抑制陀

螺随机误差的有效性。最后运用2种自适应Kalman算法进行滤波,对比Allan方差,均比普通Kalman更有效,然后考虑算法实时性,选取更为简洁的只对 R 阵进行自适应滤波的方法,对工程运用有比较重要的指导意义。

参 考 文 献

- 1 Qin Yongyuan. Inertial Navigation[M]. Beijing: Science Press, 2006: 61-77.
秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 61-77.
- 2 Wang Xinlong, Ma Shan. Applicability compensation method for random drift of fiber optic gyroscopes[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(6): 681-685.
王新龙, 马 闪. 光纤陀螺随机漂移误差补偿适用性方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2008, 34(6): 681-685.
- 3 Liu Xin, Qiao Yanfeng. A modeling and real-time filtering method for random drift of fiber optic gyroscope[J]. Journal of Natural Science of Heilongjiang University, 2013, (1): 129-134.
刘 鑫, 乔彦峰. 光纤陀螺随机漂移的建模与实时滤波方法[J]. 黑龙江大学自然科学学报, 2013, (1): 129-134.
- 4 Li Jialei, Xu Hualong, He Jing. Research and improvement of denoising method of fiber optic gyroscope based on wavelet packet analysis[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(8): 2224-2228.
李家奎, 许化龙, 何 婧. 光纤陀螺信号的小波包去噪及改进[J]. 光学学报, 2010, 30(8): 2224-2228.
- 5 Cui Bingbo, Chen Xiyuan, Song Rui. Application of EMD threshold filtering for fiber optical gyro drift signal de-noising[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(2): 0207001.
崔冰波, 陈熙源, 宋 锐. EMD阈值滤波在光纤陀螺漂移信号去噪中的应用[J]. 光学学报, 2015, 35(2): 0207001.
- 6 Wang Xusheng, Zhang Ruimin, Xin Dong, et al.. Research of compensation method for stochastic shifting of fiber optic gyros[J]. Modern Electronics Technique, 2009, 32(12): 95-98.
汪徐胜, 张瑞民, 信 东, 等. 光纤陀螺随机漂移的补偿方法研究[J]. 现代电子技术, 2009, 32(12): 95-98.
- 7 Liu Jianfeng, Jiang Yong, Ding Chuanhong. Based on Kalman filter processing of FOG signal[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(2): 604-608.
刘建锋, 江 涌, 丁传红. 基于Kalman光纤陀螺的随机信号处理[J]. 宇航学报, 2009, 30(2): 604-608.
- 8 Xiong Kai, Lei Yongjun, Zeng Haibo. Modeling and simulation of fiber optic gyros based on Allan variance method[J]. Aerospace Control and Application, 2010, 36(3): 7-13.
熊 凯, 雷拥军, 曾海波. 基于Allan方差法的光纤陀螺建模与仿真[J]. 空间控制技术与应用, 2010, 36(3): 7-13.
- 9 Li Jichen, Gao Fengqi, Wang Guanglong, et al.. Analysis of dynamic Allan variance for fiber optic gyro under vibration and variable temperature conditions[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(9): 0908004.
李冀辰, 高凤岐, 王广龙, 等. 光纤陀螺振动和变温条件下的DAVAR分析[J]. 中国激光, 2013, 40(9): 0908004.
- 10 Han Junliang, Ge Shengmin, Shen Yi. Research on modeling and simulation of digital closed-loop FOG[J]. Journal of System Simulation, 2008, 20(4): 833-836.
韩军良, 葛升民, 沈 毅. 数字闭环光纤陀螺建模与仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(4): 833-836.
- 11 Wang Xiaoxiao, Zhang Meng, Li Chuansheng, et al.. Research on dynamic model of digital closed-loop fiber optic gyroscope[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(2): 0205002.
王夏霄, 张 猛, 李传生, 等. 数字闭环光纤陀螺动态模型研究[J]. 中国激光, 2013, 40(2): 0205002.
- 12 Zou Xuefeng, Lu Xinyan. Estimate method of MEMS gyroscope performance based on Allan variance[J]. Micronanoelectronic Technology, 2010, 47(8): 490-498.
邹学锋, 卢新艳. 基于Allan方差MEMS陀螺仪性能评价方法[J]. 微纳电子技术, 2010, 47(8): 490-498.
- 13 Yang Yuanhong, Meng Chenxue. Research on the characteristic of bias error and noise analysis method of fiber optic gyroscope[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(12): 1206006.
杨远洪, 孟晨雪. 光纤陀螺零偏误差特性及噪声分析方法研究[J]. 光学学报, 2014, 34(12): 1206006.
- 14 Wang Wei, Xiang Zheng, Wang Guodong. Fiber optic gyroscope SINS/GNSS tight integrated navigation based on adaptive Kalman filter[J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42(3): 686-691.
王 巍, 向 政, 王国栋. 自适应Kalman滤波在光纤陀螺SINS/GNSS紧组合导航中的应用[J]. 红外与激光工程, 2013, 42(3): 686-691.
- 15 Li Yang, Hu Baiqing, Qin Fangjun, et al.. De-noising method of decoupling adaptive Kalman filter for FOG signal[J]. Journal of

Chinese Inertial Technology, 2014, 22(2): 260-264.

李 杨, 胡柏青, 覃方君, 等. 光纤陀螺信号的解耦自适应 Kalman 滤波降噪方法[J]. 中国惯性技术学报, 2014, 22(2): 260-264.

16 Li Ang, Li An, Qin Fangjun, et al.. Optical fiber gyro noise coefficient estimation method using adaptive Kalman filtering[J]. Electronic Design Engineering, 2013, 21(2): 67-69.

李 昂, 李 安, 覃方君, 等. 基于自适应卡尔曼滤波的光纤陀螺噪声系数估计方法[J]. 电子设计工程, 2013, 21(2): 67-69.

栏目编辑: 王晓琰