基于 Metasurface 的轨道角动量光束的产生与调控

贺时梅 舒维星

湖南大学信息科学与工程学院微纳光电器件及应用教育部重点实验室,湖南长沙410082

Generating and Modulating Orbital Angular Momentum Beams by Metasurface

He Shimei Shu Weixing

Key Laboratory for Micro-/Nano-Opto-Electronic Devices of Ministry of Education, College of Information Science and Engineering, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China

Abstract A new approach is proposed to enable a beam to carry orbital angular momentum (OAM) and manipulate the OAM of vortex beams by using metasurface. In the evolution of the polarization state, the light field can acquire a Pancharatnam-Berry(PB) geometric phase. Then it is possible to obtatin a desired phase by manipulating the polarization of light. The metasurface constructed in this paper has a distribution of spatially varying optical axes, and can manipulate the polarization of light accurately. Particularly, if the optical axis orientation of metasurface changes continuously along the azimuth direction, an azimuth-dependent PB phase, i.e. a vortex phase, will be imparted to the beam. Such a phase can be used to enable a beam to carry OAM and tune the OAM of a vortex beam. Further experiments verify the theoretical results. The results provide a new way to generate OAM beams and modulate their OAM, which is expected to have potential applications in quantum communication and optical micromanipulation.

Key words physical optics; orbital angular momentum; vortex beam; metasurface; Pancharatnam–Berry geometric phase

OCIS codes 260.6042; 260.3160; 190.4420

1 引 言

轨道角动量(OAM)光束^[1-2]是指具有涡旋相位而携带轨道角动量的光束。其波前呈螺旋状,中心处为相位奇点且强度为零,所以也称为涡旋光束或空心光束。OAM光束的电场表达式中通常含有与方位角坐标相关的相位因子 exp(ilθ)(l为OAM的拓扑荷数,θ为方位角),每个光子的轨道角动量值为 lħ(其中 ħ = h/2π, h 为普朗克常量)。由于其独特的波前结构和确定的轨道角动量,OAM光束已经在众多领域中得到应用,如在光通信领域利用中OAM光束作为信息载体,有效地增大了信道的信息容量^[3];在光学微操控领域中利用

收稿日期: 2015-04-10; 收到修改稿日期: 2015-04-27

基金项目:国家自然科学基金(10904036)、湖南省自然科学基金(2015JJ3036)

作者简介:贺时梅(1989—),女,硕士研究生,主要从事光子自旋霍尔效应方面的研究。E-mail: heshimeislz@163.com

导师简介:舒维星(1981-),男,博士,副教授,主要从事微结构材料光子学等方面的研究。

E-mail: wxshu@hnu.edu.cn(通信联系人)

OAM 光束实现了对微粒的无接触性俘获与旋转,并有效地增加了俘获效率^[4-5];同时在操控光子自旋霍尔效应^[6]、光学成像^[7]和量子纠缠^[8]等领域中OAM 光束也展现了新颖的应用。

自 OAM 光束的概念被 Allen 等^[2]提出来后,涡旋光束及轨道角动量等相关概念受到长期关注^[9-11],OAM 光 束的产生和调控方法也引起研究者们极大的兴趣。早期产生 OAM 光束的方法主要有模式变换法^[2]、螺旋相 位板法^[12]、计算机全息图法^[13]及液晶空间光调制器法^[14]等。这些方法都成功地使光场获得 OAM,但模式变换 法需要特殊的入射场;螺旋相位板法由于螺旋阶梯制作精度的限制,很难得到高质量的光束;计算机全息图 转化效率较低,全息图制作复杂;而液晶空间光调制器能承受的激光功率有限且成本较高。最近,有研究者 提出用体全息法产生光学涡旋^[15],更有研究者利用变换光学成功设计出能产生 OAM 光束的理想介质^[16]。

近年来,随着微纳米技术的发展,通过在不同的材料上刻蚀合适的二维微结构来调控光束的方法得到研究者们的广泛关注,而 metasurface 是这类二维微纳米结构的典型代表,有研究者把 metasurface 看作是一种二维超材料^[17]。Cardano等^[18]提出在液晶上设计一种叫"q板"的结构来调控光束的偏振,与 metasurface 有 类似的原理。但是液晶有损伤阀值低、能量利用率不高等缺点。研究者们利用 metasurface 实现了光束的相 位和偏振的调控^[19-20],同时在光子自旋霍尔效应相关实验中 metasurface 也取得良好的应用^[21-23]。

本文提出一种基于 metasurface 产生并调控 OAM 光束的方法。采用的 metasurface 是利用飞秒激光熔融 石英,自组织形成空间变化的亚波长光栅构成,其光轴方向随方位角连续变化。利用琼斯矩阵从理论上分 析得出,若圆偏振光入射到这样的 metasurface上可以得到正交的圆偏振 OAM 光束,而圆偏振 OAM 光束穿过 metasurface,光束的偏振态发生改变的同时其拓扑荷数也发生改变,利用这一原理可达到产生和调控 OAM 光束的目的。利用 metasurface 搭建了一套简单的光学系统,通过实验证实了理论结果。提出的方法成本低 于前述方法,且能量利用效率较高。

2 理论分析

采用的 metasurface 可以看作是空间变化的几何相元件,也可以看成一种特殊的相位延迟片。只要在 metasurface 上刻蚀出合适的微结构,便可调控光束的相位和偏振。实验中采用的 metasurface 其结构和原理 类似于 q 板,在横向 xy 平面其局部光轴(慢轴)与x 轴方向的夹角可以表示为

ф

$$(r,\theta) = q\theta + \phi_0,$$

(1)

式中 (r, θ)为极坐标系下的表示, $\theta = \arctan(y/x)$ 表示方位角, ϕ_0 表示初始光轴方向, 即 θ 等于零时 ϕ 的值, q是任意整数或半整数。本文在 $\phi_0 = 0$ 即 $\phi(r, \theta) = q\theta$ 的基础上做出讨论。图 1 给出了 q 值分别为 1/2、1 及 3/2

的三个 metasurface 几何结构图。



图1 Metasurface几何结构示意图



虽然 metasurface 有空间变化的光轴方向,但是依然保持均匀的相位延迟量 $\delta = 2\pi (n_s - n_t) d/\lambda$,其中 n_s 和 n_t 分别表示慢波和快波的折射率, λ 表示波长,而 d 为波片的厚度。当光垂直入射时,一个慢轴方向与 x轴 方向一致的单轴晶体的传输特性¹²⁴可以表示为

$$J(x,y) = \begin{bmatrix} \exp(-i\delta/2) & 0\\ 0 & \exp(i\delta/2) \end{bmatrix},$$
(2)

这里忽略了不明显的反射。而当波片的光轴方向角为φ时,光束在波片中的传输矩阵可以表示为

$$\boldsymbol{T}(r,\theta) = \boldsymbol{R}^{-1}(\phi)\boldsymbol{J}(x,y)\boldsymbol{R}(\phi) = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(i\delta/2) & 0 \\ 0 & \exp(-i\delta/2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} = \\ \cos\frac{\delta}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - i\sin\frac{\delta}{2} \begin{bmatrix} \cos 2\phi & \sin 2\phi \\ \sin 2\phi & -\cos 2\phi \end{bmatrix},$$
(3)

光学学报

式中 R(\phi) 为坐标旋转矩阵,可表示为

$$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\phi}) = \begin{bmatrix} \cos \boldsymbol{\phi} & \sin \boldsymbol{\phi} \\ -\sin \boldsymbol{\phi} & \cos \boldsymbol{\phi} \end{bmatrix}.$$
(4)

若拓扑荷数为*l*的圆偏振OAM光束 $E_{in}(r,\theta) = E_0(r,\theta)\exp(il\theta) \begin{pmatrix} 1\\ \sigma i \end{pmatrix} [\sigma = \pm 1 分别表示左旋圆(LHC)偏振和右旋圆(RHC)偏振]入射到 metasurface 上,则出射光为$

$$\boldsymbol{E}_{_{\text{out}}}(r,\theta) = \boldsymbol{T}(r,\theta)\boldsymbol{E}_{_{\text{in}}}(r,\theta) = \boldsymbol{E}_{_{0}}\cos\frac{\delta}{2}\exp(\mathrm{i}l\theta) \begin{pmatrix} 1\\ \sigma\mathrm{i} \end{pmatrix} - \mathrm{i}\boldsymbol{E}_{_{0}}\sin\frac{\delta}{2}\exp(\mathrm{i}l\theta + 2\mathrm{i}\sigma\phi) \begin{pmatrix} 1\\ -\sigma\mathrm{i} \end{pmatrix}.$$
(5)

根据(5)式,出射场可以看成是两部分的叠加。第一部分仅在入射光束的基础上增加常数因子 cos (δ /2), 光束的偏振态和相位没有发生变化;而出射光场的第二部分在偏振态发生改变的同时,与方位角 θ 相关的 相位因子变为 exp(il θ +2i $\sigma\phi$),由 ϕ =q θ 可知,该相位因子可表示为 exp[i(l+2 σ q) θ],故第二部分出射光束的 拓扑荷数变为 l'=l+2 σ q。

对于(5)式,若 $\delta=\pi$,由于 cos($\delta/2$)=0,出射场第一部分便不存在。故在 $\delta=\pi$ 的条件下,当l=0时,入射 光不含涡旋相,即 $E_{in}(r,\theta)=E_0(r,\theta) \begin{pmatrix} 1\\ \sigma i \end{pmatrix}$,根据(5)式可得此时出射光束为

$$\boldsymbol{E}_{out}(r,\theta) = \boldsymbol{T}(r,\theta)\boldsymbol{E}_{in}(r,\theta) = -i\boldsymbol{E}_{0} \exp(2i\sigma q\theta) \begin{pmatrix} 1\\ -\sigma i \end{pmatrix}.$$
(6)

这个过程可以看作是平面光束入射到 metasurface上,产生拓扑荷数为 $l' = 2\sigma q$ 的 OAM 光束;而当 $\delta = \pi$, $l \neq 0$ 时,(5)式变为

$$\boldsymbol{E}_{\text{out}}(r,\theta) = \boldsymbol{T}(r,\theta)\boldsymbol{E}_{\text{in}}(r,\theta) = -\mathrm{i}\boldsymbol{E}_{0} \exp\left[\mathrm{i}(l+2\sigma q)\theta\right] \begin{pmatrix} 1\\ -\sigma \mathrm{i} \end{pmatrix}.$$
(7)

(7)式表示拓扑荷数为l的OAM光束通过 metasurface后,其拓扑荷数被调控为 $l' = l + 2\sigma q$ 。

由上述理论分析可得,光束穿过光轴方向在方位角方向连续变化的 metasurface 后,光束的偏振态的演 变过程中,获得了附加的 PB 相^[25],而产生的 PB 相位因子 exp[i(*l*+2σq)θ]与方位角 θ 相关,故为涡旋相,该相 位因子可以用于产生 OAM 光束,也可用于调控涡旋光束的 OAM。当平面光束穿过 metasurface 时,出射光束 为拓扑荷数 *l*=2σq 的 OAM 光束,σ=±1 与入射光的偏振态相关,q 值由 metasurface 的结构决定;而若入射 光束本身为 OAM 光束,则穿过 metasurface 后,其拓扑荷数将得到调控,拓扑荷值的变化量为 2σq。综上所 述,只要利用合适的 q 值的 metasurface,便可实现 OAM 光束的产生,也可实现涡旋光束的 OAM 调控。

3 实验结果与讨论

采用如图 2(a)所示的实验装置验证理论分析。实验中采用的激光器是 THORLABS 公司的 He-Ne 激光器(波长 λ = 632.8 nm, 功率 P=21 mW), M1和 M2为反射镜, CCD 用来记录实验所得光束的强度分布。利用格 兰激光偏振器(GLP)和 1/4 波片(QWP)组成的变换系统可得到圆偏振光。置于 QWP 后的 MS1 与 MS2 表示两 个 metasurface, 分别用于产生和调控 OAM 光束。用两个分束器(BS1和 BS2)构成干涉系统, 光束通过 BS1 后 分成两束, 一束经过 metasurface, 而另一束则作为参考光束经过 M1和 M2的反射后在 BS2 处与第一束叠加, 产生干涉图样。探测涡旋光束的 OAM 的方法有很多^[26-27], 而平面波与 OAM 光束的拓扑荷值。 这套实验装置简单直观, 易于操作。

首先验证基于 metasurface 产生 OAM 光束的理论分析。图 2(b)给出了光束不经过 metasurface 时产生的光 强图,在这种情况下产生的光束并非涡旋光束;而图 2(c)则给出了圆偏振光通过 MS1 后产生的光强图,中心出 现暗斑,符合 OAM 光束的光强分布特征。为精确地判断光束通过 MS1 后是否会产生 OAM 光束,给出了拓扑荷 数不同的 OAM 光束与高斯光束叠加的理论模拟图(如图 3 所示),并在实验室进行了干涉实验,得到了不同情况 下经 MS1 出射的光束与参考高斯光束叠加后所得干涉图样,实验结果如图 4 所示,并将图 4 的实验结果与图 3 所示的模拟结果进行比较。将 MS1 的局部光轴方向表示为 φ(r,θ) = qθ,图 4 所示实验结果均具有叉形条纹,



图 2 (a) 基于 metasurface 的轨道角动量光束的产生与调控实验装置图;(b)入射高斯光束强度图;(c)产生的 OAM 光束强度图。 Fig.2 (a) Experimental setup of generating OAM beams and manipulating OAM of vortex beams by metasurface; (b) intensity distribution of incident Gaussian beam; (c) intensity distribution of the generated OAM beam



图 3 OAM 光束与高斯光束干涉的理论模拟图。(a) *l*=1;(b) *l*=2;(c) *l*=3;(d) *l*=-1;(e) *l*=-2;(f) *l*=-3 Fig.3 Theoretical simulation interference patterns of the OAM beam and the Gaussian beam.



图 4 Metasurface产生的 OAM 光束与参考光束叠加后的干涉图样。(a)~(c)入射光为左旋圆偏振光; (d)~(f)入射光为右旋圆偏振光 Fig.4 Interference patterns of the generated OAM beam and the reference beam. (a)~(c) LHC polarized beam for incident light; (d)~(f) RHC polarized beam for incident light 符合 OAM 光束与高斯光束叠加后的干涉图样特征。其中图 4(a)~(c)分别表示左旋圆偏振光(σ =1)入射到结构 为 q=1/2、1、3/2 的 metasurface,与图 3 比较可知,得到了拓扑荷数分别为 l=1,2,3 的 OAM 光束;而图 4(d)~(f)表示右旋圆偏振光 (σ =-1)入射到 q=1/2,1,3/2 的 metasurface,参照图 3 可知,分别得到 l=-1,-2,-3 的 OAM 光束。再比较图 4(a)~(c)与图 4(d)~(f),出射光束的拓扑荷数与入射光的偏振态相关。故光束通过 metasurface 后,可以产生 OAM 光束,产生的 OAM 光束的拓扑荷数由入射光的偏振态和 metasurface 的结构共同决定,表现为 l=2 σ q (σ =±1与入射光的偏振态相关,q 值由 metasurface 的结构决定),与理论分析结果一致。所以,在入射光的偏振态确定的前提下,可以通过调整 metasurface 的 q 值来调整 OAM 光束的拓扑荷数,只要利用适合 q 值 的 metasurface 便可以得到任意理想拓扑荷数的 OAM 光束。

然后验证了基于 metasurface 调控 OAM 光束的理论分析。将 MS2 的局部光轴方向表示为 $\varphi(r,\theta) = m\theta$,并采 用左旋圆偏振光 ($\sigma = 1$) 作为入射光。根据前述理论与实验结果分析,左旋圆偏振光通过 MS1 后可以得到右旋圆偏振 OAM 光束,且其拓扑荷数为 l=2q;图 5为左旋圆偏振光通过 MS1 及 MS2 再与参考光束叠加后所得实验结果。其中图 5(a)~(c)表示左旋圆偏振光通过 q=1/2 的 MS1后,再通过 m 值分别为 1/2、1、3/2 的 MS2,可以看作是 拓扑荷数为 l=1的右旋圆偏振 OAM 光束通过不同 m 值的 MS2后,其拓扑荷数被调整为 0、-1、-2;图 5(d)~(f)表示光束通过 q=1的 MS1 和 m 值分别为 1/2、1、3/2 的 MS2 后的干涉图样,出射光束对应的拓扑荷数1分别为 1、0、-1;图 5(g)~(i)为 q=3/2与 m 值分别为 1/2、1、3/2 的 metasurface 组合的情况,表示拓扑荷数为 l=3 的右旋圆偏振 OAM 光束通过 MS2 后得到扬扑荷发生改变的左旋圆偏振 OAM 光束,最终其拓扑荷数为 l=2(q-m)(其中 q值由 MS1 的结构决定, m值由 MS2 的结构决定),特别地,当 q=m时,出射光束的拓扑荷数为 0、这种情况下出射光束不是 OAM 光束,即由 MS1产生的右旋圆偏振 OAM 光束通过 MS2 后相位奇点消失。



图 5 光束通过两个 metasurface 后所得光束与参考光束叠加的干涉图样

Fig.5 Interference patterns of the reference beam and the generated OAM beam that is produced by two metasurfaces

综上所述,实验所测结果与理论分析结果一致,这说明利用 metasurface 可以产生 OAM 光束,也可以对涡旋光束的 OAM 的进行调控。其原理为 metasurface 的人工微结构对光场实行空间变化的偏振调控时,光束偏振态演变过程中产生了附加的 PB 相,这个相位可以使普通光束获得 OAM,也可以用来调控涡旋光束的 OAM。故普通光束通过 metasurface 后可以变成涡旋光束;而涡旋光束通过 metasurface 后,OAM 得到调控,拓

扑荷数发生改变。所以,利用合适的 metasurface 可以将普通光束调控为 OAM 光束,也可以调控涡旋光束的 OAM,甚至可以将 OAM 光束调控为普通光束。

4 结 论

从理论上和实验上验证了基于 metasurface产生 OAM 光束与调控涡旋光束的 OAM 的可行性。通过琼斯 矩阵的分析方法得出,利用 metasurface可以产生任意拓扑荷数的 OAM 光束,并且可以改变 OAM 光束的拓扑 荷数,实现对涡旋光束的 OAM 的调控。搭建了一套简单的光学系统,利用 metasurface产生了拓扑荷数分别 为 *l*=±1,±2,±3的 OAM 光束,并实现了对拓扑荷数分别为 *l*=1,2,3的涡旋光束的 OAM 的调控。

参 考 文 献

- 1 A M Yao, M J Padgett. Orbital angular momentum: Origins, behavior and applications[J]. Adv Opt Photon, 2011, 3(2): 161-204.
- 2 Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, *et al.*. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. Phys Rev A, 1992, 45(11): 8185-8189.
- 3 Wang J, Yang J Y, Fazall I M, et al.. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing[J]. Nature, 2012, 6(7): 488-496.
- 4 Simpson N B, Dholakia K, Allen L, *et al.*. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: An optical spanne[J]. Opt lett, 1997, 22(1): 52-54.
- 5 Simpson N B, McGloin D, Dholakia, et al.. Optical tweezers with increased axial trapping efficiency[J]. J Mod Optic, 1998, 45(9): 1943-1949.
- 6 Zhang Jin, Luo Zhaoming, Luo Hailu, *et al.*. Steering asymmetric spin splitting in photonic spin hall effect orbital angular momentum[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(11): 1126002.
- 张 进,罗朝明,罗海陆,等.利用轨道角动量操控光子自旋霍尔效应中的非对称自旋分裂[J].光学学报,2013,33(11): 1126002.
- 7 Fürhapter S, Jesacher A, Bernet A, et al.. Spiral phase contrast imaging in microscopy[J]. Opt Express, 2005, 13(3): 689-694.
- 8 Mair A, Vaziri A, Weihs G, et al.. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons[J]. Nature, 2001, 412(6844): 313-316.
- 9 Liu Man. Propagtion characteristics of optical vortices beam in intermediate flutuation turbulent atmosphere[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1126001.
 - 刘 曼. 涡旋光束形成的散斑场光强和相位的分布特性[J]. 光学学报, 2014, 34(11): 1126001.
- 10 Li Fang. Distribution of intensity and phase of speckle fields produced by vortex beam[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(1): 070101.
 - 黎 芳. 涡旋光束在中强度湍流大气中的传输特性[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(1): 070101.
- 11 Wei Gongxiang, Liu Xiaojuan, Liu Yunyan, *et al.*. Spin and orbital angular momentum of light[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(1): 100004.

魏功祥,刘晓娟,刘云燕,等.光的自旋和轨道角动量[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(1): 100004.

- 12 Beijersbergen M W, Coerwinkel R P C, Kristensen M, et al.. Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate[J]. Opt Commun, 1994, 112(5): 321-327.
- 13 Bazhenov V Y, Soskin M S, Vasnetsov M V, et al.. Screw dislocations in light wave- fronts[J]. J Mod Opt, 1992, 39(5): 985-990.
- 14 Curtis J E, Grier D G. Structure of optical vortices[J]. Phys Rev Lett, 2003, 90(13): 133901-133901.
- 15 Li Hailian, Yang Dexing, Ren Xiaoyuan, *et al.*. Experimental investigation of optical vortex generated by volume holography[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(2): 503-507.

李海莲,杨德兴,任小元,等.体全息产生光学涡旋的实验研究[J].光学学报,2010,30(2):503-507.

- 16 Shu W X, Song D M, Tang Z X, *et al.*. Generation of optical beams with desirable orbital angular momenta by transformation media[J]. Phys Rev A, 2012, 85(6): 063840.
- 17 Holloway C L, Kuester E F, Gordon J A, et al.. An overview of the theory and applications of metasurfaces: The two-dimensional equivalents of metamaterials[J]. IEEE, 2012, 54(2): 10-35.
- 18 Cardano F, Karimi E, Slussarenko S, *et al.*. Polarization pattern of vector vortex beams generated by q-plates with different topological charges[J]. Appl Optics, 2012, 51(10): C1 C6.

- 19 Yi X N, Ling X H, Zhang Z Y, et al.. Generation of cylindrical vector vortex beams by two cascaded metasurfaces[J]. Opt Express, 2014, 22(14): 2201-7207.
- 20 Liu Y C, Ling X H, Yi X N, *et al.*. Realization of polarization evolution on higher-order Poincaré sphere with metasurface[J]. Appl Phys Lett, 2014, 104(19): 191110.
- 21 Li Y, Liu Y C, Ling X H, et al.. Observation of photonic spin Hall effect with phase singularity at dielectric metasurfaces[J]. Opt Express, 2015, 23(2): 1767-1774.
- 22 Ling X H, Zhou X X, Luo H L, et al.. Steering far-field spin-dependent splitting of light by inhomogeneous anisotropic media[J]. Phys Rev A, 2012, 86(5): 053824.
- 23 Liu Y C, Ling X H, Yi X N, et al.. Photonic spin Hall effect in dielectric metasurfaces with rotational symmetry breaking[J]. Opt Lett, 2015, 40(5): 756-759.
- 24 Yariv A, Yeh P. Optical Electronics in Modern Communications (Sixth Edition)[M]. Chen Heming, Shi Weihua, Wang Jingli, et al.. Transl. Beijing: Electronics Industry Press, 2009: 36-42.

亚里夫, 耶赫. 光子学一现代通信光电子学(第六版)[M]. 陈鹤鸣, 施伟华, 汪静丽, 等译. 北京: 电子工业出版社, 2009: 36-42.

- 25 Bliokh K Y, Gorodetski Y, Kleiner V, et al.. Coriolis effect in optics: Unified geometric phase and spin-Hall effect[J]. Phys Rev Lett, 2008, 101(3): 030404.
- 26 Wang Hao, Yang Dexing, Gan Xuetao, *et al.*. Analysis of interference of planar vortex beam[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(2):517-522. 王 浩,杨德兴,甘雪涛,等. 平面涡旋光干涉的分析[J]. 光学学报, 2009, 29(2): 517-522.
- 27 Liu Man. Novel method to detect the orbital angular momentum in optical vortex beams[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(3):0326002. 刘 曼. 探测涡旋光束轨道角动量的新方法[J]. 光学学报, 2013, 33(3): 0326002.

栏目编辑: 史 敏