

光电器件的CRLB特性及定位技术的误差比较

张 俊 郝云彩 龙 也 刘 达

北京控制工程研究所, 北京 100080

摘要 含有噪声的光电成像器件定位过程中, Cramer-Rao Lower Bound(CRLB)被用来计算器件的定位精度, 作为任何无偏估计的下限, CRLB可作为判据评估定位技术是否满足最小方差无偏(MVU)特性。本文给出了成像器件在泊松和高斯噪声下的CRLB特性, 并据此研究质心法(COG)、迭代加权质心法(IWCOG)、最小二乘高斯拟合法(GLSF)的定位误差。理论分析和仿真验证均表明, IWCOG和GLSF定位误差与光电成像器件的CRLB相同, 满足MVU特性, 而COG定位误差最大; COG耗时最少, GLSF最耗时不能在轨应用而IWCOG用时仅比COG高几倍。充分证明迭代加权质心法具有低误差、实时和鲁棒特性, 因而适用于星敏感器、Shack-Hartmann传感器波前定位等高精度定位场合。

关键词 光电子学光器件; 质心法; 迭代加权质心法; 最小二乘高斯拟合法; 定位误差; 最小方差无偏; 星敏感器

中图分类号 V448.22 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201535.0825001

CRLB Feature of Optoelectronic Device and a Comparison of the Locating Errors for Centroiding Algorithms

Zhang Jun Hao Yuncai Long Ye Liu Da

Beijing Institute of Control and Engineering, Beijing 100080, China

Abstract In the positioning procedure for point-like sources generated in optoelectronic devices, Cramer-Rao Lower Bound (CRLB) is used to estimate the locating accuracy of the devices contaminated with noise. As the lower bound of any unbiased estimator, CRLB is known as a criterion to assess whether an estimator meets the characteristics of minimum variance unbiased (MVU). The CRLB characteristics on the performance of the imaging device under both Poisson and Gaussian noise are given and accordingly the positioning error of three current centroiding algorithms, center of gravity (COG), iteratively weighted center of gravity (IWCOG) and Gaussian least squares fitting(GLSF), is investigated respectively. Theoretical analysis and simulation results show that IWCOG and GLSF share the same position error and reach CRLB of optoelectronic imaging device, thus meet MVU features. That is to say, COG makes the biggest positioning error, followed by IWCOG and GLSF. And the computing time of IWCOG is just several times longer than COG algorithm, while GLSF algorithm is certainly the time-consuming procedure to make it inapplicable on-board on star tracker. IWCOG is proven to be as a method with low error, real-time and robust algorithm, making it possible for high-precision condition such as star tracker, Shack-Hartmann sensor.

Key words optoelectronics; optoelectronic devices; center of gravity; iteratively weighted center of gravity; Gaussian least squares fitting; locating error; minimum variance unbiased; star tracker

OCIS codes 250.0040 ; 040.1520 ; 040.1880 ; 040.5160 ; 220.1080

1 引 言

高分辨率卫星遥感、深空探测、天文观测^[1]等航天任务对点源定位技术提出了更高要求。从产品看,国际上星敏感器产品中的点源定位精度可达0.02 pixel^[2],国内尚未有产品报道。从定位方法看,主要通过仿真

收稿日期: 2015-03-18; 收到修改稿日期: 2015-04-13

基金项目: 自然科学基金(61174004、61302177)

作者简介: 张 俊(1984—),男,博士研究生,主要从事星敏感器方面的研究。E-mail: zhangjun208@mails.ucas.ac.cn

导师简介: 郝云彩(1966—),男,研究员,博士生导师,主要从事空间光学仪器与导航方面的研究。

E-mail: hyc502cast@163.com

手段研究定位技术和光电器件的噪声、离散采样、信号形貌等对定位误差影响等方面,较成熟的定位算法主要有以下2类:1)直接法,直接用点源的像素灰度直方图研究定位误差^[3-4]。如质心法(COG)及带阈值的质心法,灰度平方加权法等,这类方法计算效率高,但最小均方误差(MSE)在0.1 pixel左右且存在周期性像素相位误差。2)间接法,以点源的像素灰度直方图为起点,采用形貌拟合方法提取质心^[5-7]。如研究的最小二乘高斯曲面拟合法(GLSF)^[6]和抛物面拟合法,MSE比质心法有一定程度降低,但计算量大。自适应光学领域在研究 Shack-Hartmann 传感器波前定位中采用的加权迭代质心算法(IWCOG)目前受到关注^[7-11],研究表明,该算法 MSE 性能优异,在运行效率上接近直接法,且在星敏感器多星定位方面有统计优势^[7]。考虑成像器件存在非均匀性响应^[12]、光学系统非理想性成像^[13]、含大量读出噪声、光子散粒及不均匀噪声、暗电流及不均匀噪声等因素,前述数值仿真手段虽能得到定性的结果,却难以定量估计定位误差来源于定位方法和噪声的程度,更无法回答是否存在定位方法能够做到器件允许的精度。

对于含有泊松或高斯噪声的像元信号,统计学领域 Cramer 等^[14-16]给出了 CRLB 用于确定信号参数受噪声的影响程度。CRLB 既可以用于估计光电成像器件的定位误差^[17],又可以用于研究定位方法的无偏性、有效性。当一个估计方法达到器件的 CRLB 时,可认为其是最小方差无偏估计器(MVUE)。成像器件的定位误差方面,Winick^[17]最先利用 CRLB 理论推出了 CCD 类成像器件一维和二维高斯点源在泊松噪声情况下的 CRLB 指标,但未给出高斯噪声下的 CRLB。同样,前述文献大量报道了关于定位方法的误差研究,但其采用的数值仿真手段难以确定算法是否具备 CRLB 特性。结合以上成果,可知如下问题仍需要研究:1)在理想成像模型下,含有噪声的光电器件用于定位能做到多高精度;2)不同的噪声模型,其光电器件的定位误差下限是否一致;3)是否存在定位方法能够实现光电器件的定位极限;4)常规定位技术如质心法运算效率高、最小二乘高斯拟合算法定位精度最好,二者能否用于高精度定位场合,满足器件定位极限实时性算法应该是什么。

本文将通过理论研究和仿真验证回答上述问题。通过星点信号建模研究光电成像器件在泊松和高斯噪声下的定位精度即 CRLB 指标,重点研究迭代加权质心法、最小二乘高斯拟合法、质心法的定位误差,将其与器件的 CRLB 指标进行对比,从理论层次上揭示了三种定位方法的优缺点,并通过仿真验证这一结论。

2 光电器件的 CRLB 特性

2.1 CRLB 和成像敏感器的点源信号模型

由文献[13-15]可知,若样本 $p(s; \theta)$ 满足下式:

$$E \left[\frac{\partial \ln p(s; \theta)}{\partial \theta} \right] = 0, \quad (1)$$

则任何一个无偏估计器满足:

$$\text{var}(\hat{\theta}) \geq -1/I(\theta), \quad (2)$$

式中 $I(\theta) = E \left[\frac{\partial^2 \ln p(s; \theta)}{\partial \theta^2} \right] = -E \left[\left(\frac{\partial \ln p(s; \theta)}{\partial \theta} \right)^2 \right]$ 。

(1)~(2)式中的 s 为样本点, θ 为样本待估计参数, $p(s; \theta)$ 为样本估计的似然函数, $E[\]$ 表示求期望, $I(\theta)$ 为 Fisher 信息量,表示样本的集中程度, $\text{var}(\hat{\theta})$ 为 θ 方差(variance)。

(2)式表明不论采用何种参数估计方法,由于噪声因素的影响,样本某参数的估计方差不小于 $1/I(\theta)$, $1/\sqrt{I(\theta)}$ 即是 θ 参数的 CRLB。当一种估计法所得参数 θ 的最小方差满足 $\text{var}(\hat{\theta}) = 1/I(\theta)$ 时,该估计方法对于参数 θ 即为最小方法无偏估计(MVUE)方法^[16,18]。这是本文对 IWCOG 算法和 GLSF 算法最优性的判定依据,也是 COG 算法不具备高精度的根本原因。

星敏感器采用 CCD、APS 等光电成像器件作为图像传感器,存在的噪声类型和来源是多种多样的,器件的定位误差下限与器件参数的关系只能通过对星点信号建模得到。

文献[15]中将光电成像敏感器的点源信号描述为理想二维高斯模型:

$$S(x, y, x_c, y_c) = (2\pi\sigma_s^2)^{-1} \exp \left[\frac{-(x - x_c)^2}{2\sigma_s^2} \right] \exp \left[\frac{-(y - y_c)^2}{2\sigma_s^2} \right], \quad (3)$$

由此可得相应的一维模型为：

$$\begin{cases} S(x, x_c) = (2\pi\sigma_s^2)^{-1/2} \exp\left[\frac{-(x-x_c)^2}{2\sigma_s^2}\right], \\ S(y, y_c) = (2\pi\sigma_s^2)^{-1/2} \exp\left[\frac{-(y-y_c)^2}{2\sigma_s^2}\right], \end{cases} \quad (4)$$

为简化分析,采用一维模型,则第 i 个像元产生的光子数为：

$$g_i(x_c) = I_0 \int_{x_i - \Delta x/2}^{x_i + \Delta x/2} S(x, x_c) dx, \quad (5)$$

x_c 为点源真实坐标; σ_s 为点源的尺度, Δx 为像元尺度, I_0 为信号能量的归一化系数。

光电成像器件的噪声主要分泊松和高斯噪声两类,分别对像元采样进行噪声建模,分析成像器件的 CRLB 特性。

2.2 泊松噪声下的 CRLB 指标

像元信号模型满足：

$$s_i = I_0 g_i(x_c) + e_i, \quad (6)$$

式中 e_i 为泊松噪声,满足：

$$E(e_i) = \lambda_n, E(e_i e_j) = \lambda_n \delta_{ij}, E(s_i) = I_0 g_i(x_c) + \lambda_n, \quad (7)$$

成像单元能量信号满足泊松分布,其似然函数为：

$$\ln p(s; x_c) = \ln \prod_i p(s_i; x_c) = \sum_i [-I_0 g_i(x_c) - \lambda_n] + \sum_i s_i \ln [I_0 g_i(x_c) + \lambda_n] - \sum_i \ln s_i!, \quad (8)$$

由此可得，

$$\Gamma = \frac{\partial \ln p(s; x_c)}{\partial x_c} = \sum_i \frac{I_0 s_i g'_i(x_c)}{I_0 g_i(x_c) + \lambda_n}, \quad (9)$$

由 (2) 式和(9)式可得：

$$E(\Gamma^2) = \sum_i \frac{[I_0 g'_i(x_c)]^2}{[I_0 g_i(x_c) + \lambda_n]}, \quad (10)$$

又像元信噪比 S/N 为：

$$R^2 = \sum_i I_0^2 g_i^2(x_c) / D(e_i) \approx I_0^2 / (2\sqrt{\pi} \lambda_n \sigma_s), \quad (11)$$

式中 $D(e_i)$ 为像元噪声方差。

若 $I_0 g_i(x_c) / \lambda_n \ll 1$, 由 (2) 式和(10) 式化简可得 Fisher 量 $I(x_c)$ 为,

$$I(x_c) \approx I_0^2 / 4\sqrt{\pi} \lambda_n \sigma_s^3, \quad (12)$$

可以验证 (9) 式满足 (1) 式的定义,结合 (11) 式可得,

$$\text{var}(x_c) \geq 4\sqrt{\pi} \lambda_n \sigma_s^3 / I_0^2 = 2\sigma_s^2 / R^2, \quad (13)$$

可得，

$$\sigma_{x_c} = \sqrt{2} \sigma_s / R, \quad (14)$$

若 $I_0 g_i(x_c) / \lambda_n \gg 1$, 则,

$$\text{var}(x_c) \geq 1 / I(x_c) = \sigma_s^2 / I_0. \quad (15)$$

由(13)~(14)式可知,在泊松噪声占主导地位时,定位误差的方差与信噪比的平方成反比,与点源的尺度平方成正比,因而定位误差下限与信噪比成反比,与点源尺度成正比;由(14)~(15)式可知,泊松噪声极小时,定位误差的方差与像元能量和点源尺度大小有关,像元能量越大,尺度越小,则其 CRLB 越小。

2.3 高斯噪声下的 CRLB 指标

像元信号模型同(6)式, e_i 为高斯噪声,满足：

$$E(e_i) = 0, E(e_i e_j) = \sigma_n^2 \delta_{ij}, E(s_i) = I_0 g_i(x_c), \quad (16)$$

成像单元能量信号满足高斯分布,其似然函数为:

$$\ln p(s; x_c) = \ln \prod_i p(s_i; x_c) = -\sum_i \ln \sqrt{2\pi} \sigma_n - \sum_i [s_i - I_0 g_i(x_c)]^2 / 2\sigma_n^2, \quad (17)$$

由此可得,

$$\Gamma = \frac{\partial \ln p(s; x_c)}{\partial x_c} = \sum_i \frac{I_0}{\sigma_n^2} [s_i - I_0 g_i(x_c)] g_i'(x_c), \quad (18)$$

由(2)式和(18)式可得 Fisher 量 $I(x_c)$ 为,

$$I(x_c) = \sum_i I_0^2 [g_i'(x_c)]^2 / \sigma_n^2 \approx I_0^2 / (4\sqrt{\pi} \sigma_n^2 \sigma_s^3), \quad (19)$$

又信噪比 S/N 定义同(11)式,可得,

$$R^2 = I_0^2 / 2\sqrt{\pi} \sigma_n^2 \sigma_s^3, \quad (20)$$

可以验证(18)式满足(1)式的定义,结合(20)式可得,

$$\text{var}(x_c) \geq 4\sqrt{\pi} \sigma_n^2 \sigma_s^3 / I_0^2 = 2\sigma_s^2 / R^2, \quad (21)$$

$$\sigma_x = \sqrt{2} \sigma_s / R, \quad (22)$$

由(22)~(23)式可知,高斯噪声下定位误差的方差与信噪比的平方成反比,与点源的尺度平方成正比,因而定位误差下限与信噪比成反比,与点源尺度成正比。这与泊松噪声较大时的 CRLB 性能类似。

由上可知,要实现点源的定位精度 σ_x 优于 0.02pixel,在 $\sigma_s = 1$ pixel 情况下,只需 $R \geq 70.71$,考虑到离散情况,从后续仿真图 1 可以看出,只需 $R \geq 50$ 。CRLB 指标反映了影响定位误差的核心参数,这一指标能够用于器件选型。

3 三种定位技术的误差分析

质心法、最小二乘高斯拟合法是仿真最多研究最深入的两种常规定位方法,迭代加权质心算法是近几年在自适应光学领域 Shack-Hartmann 传感器波前定位正在研究的算法。三种方法的定位精度虽然可以通过大量仿真近似得到,理论上确定三种算法的定位误差并相互比较更有必要。

3.1 迭代加权质心算法误差

由文献[7-11]可知,迭代加权质心算法满足:

$$\mu = \frac{\sum_i x_i s_i \omega(x_i, \mu)}{\sum_i s_i \omega(x_i, \mu)}, \quad (23)$$

式中 μ 为算法迭代的终值, s_i 为像素灰度值, ω 为加权函数,化简后可得公式:

$$\sum_i (x_i - \mu) s_i \omega(x_i, \mu) = 0, \quad (24)$$

可知 (24) 式满足(7)式或(16)式的定义。令

$$T(x_c) = \sum_i (x_i - x_c) I_0 g_i \omega(x_i, x_c), \quad (25)$$

可得^[18],

$$T(x_c) = T(\mu) + \frac{\partial T}{\partial \mu} (x_c - \mu) + o(\Delta^2), \quad (26)$$

以下分别就泊松噪声和高斯噪声计算(26)式值,从而得到迭代加权质心算法的 $\text{var}(x_c)$ 。

1) 泊松噪声

当 $I_0 g_i / \lambda_n \ll 1$ 时,化简(26)式可得,

$$\text{var}(x_c) = \text{var}(T) / (\partial T / \partial \mu)^2 = \frac{4\sqrt{\pi} \sigma_s^3 \lambda_n (\lambda_n + 1)}{I_0^2} = \frac{\lambda_n + 1}{I(x_c)} > \frac{1}{I(x_c)}, \quad (27)$$

当 $I_0 g_i / \lambda_n \gg 1$ 时,同理可得,

$$\text{var}(x_c) < \frac{4\sqrt{\pi}\sigma_s\lambda_n(\lambda_n+1)g_i(x_c)}{I(x_c)\lambda_n} \leq \frac{2\sqrt{2}(\lambda_n+1)}{I(x_c)}. \quad (28)$$

2) 高斯噪声

高斯噪声满足(16)式定义,化简(26)式可得,

$$\text{var}(x_c) = \text{var}(T) / (\partial T / \partial \mu)^2 = \frac{4\sqrt{\pi}\sigma_s^2\sigma_s^3}{I_0^2} \equiv 1/I(x_c). \quad (29)$$

由(27)~(28)式可知,当存在泊松噪声时,迭代加权质心算法定位误差方差接近误差极限,泊松噪声极小时,该算法定位误差的方差有上限,说明泊松噪声下该算法接近 MUVE 算法。(29)式表明高斯噪声下该算法的定位误差等于 CRLB,是一种 MVUE 方法。以上分析可认为迭代加权质心算法是一种最优估计方法,这也从理论上证实了 Thomas 等的论断^[11]。

3.2 最小二乘高斯拟合算法误差

由文献[6]可知,最小二乘高斯拟合算法满足下式:

$$x_c = \arg \min \left\{ \chi^2 = \sum_i \frac{[s_i - I_0 S_i(x_i, \mu)]^2}{\sigma_i^2} \right\}, \quad (30)$$

式中 argmin 指求使 χ^2 取最小值时的 μ 值, $\sigma^2 = \sigma_i^2 = \sigma_j^2$ 为像素噪声, $S_i(x_i, \mu)$ 满足(4)式定义。

(30)式的解满足 $\partial \chi^2 / \partial \mu = 0$, 即,

$$\sum_i \frac{[s_i - I_0 S_i(x_i, \mu)]}{\sigma^2} I_0 S'_i(x_i, \mu) \approx \sum_i \frac{(\mu - x_i)[s_i - I_0 S_i(x_i, \mu)]}{\sigma^2} \frac{I_0 S_i(x_i, \mu)}{\sigma_s^2} = 0, \quad (31)$$

令 $\omega_i(x_i, \mu) = S_i(x_i, \mu)$, 比较(24)式和(31)式可知,最小二乘高斯拟合算法多出了一项:

$$f(\mu) = \sum_i (x_i - \mu) S_i(x_i, \mu) \omega_i(x_i, \mu) \approx 0. \quad (32)$$

(32)式为奇函数,当信号 s_i 与 $S_i(x_i, \mu)$ 重合时值为 0。可见,最小二乘高斯拟合算法与迭代加权质心算法定位误差近似等价。更深入的研究表明由于离散采样,迭代加权质心算法定位误差稍大于最小二乘高斯拟合算法。

3.3 质心法定位误差

同比于(24)式,质心算法满足下式:

$$\sum_i (x_i - \mu) s_i = 0, \quad (33)$$

可知(33)式满足(7)式或(16)式的定义。

$$\text{令 } T(x_c) = \sum_i (x_i - x_c) I_0 g_i. \quad (34)$$

分别按 3.2 节计算方法,重新计算质心算法的定位方差。

1) 泊松噪声

当 $I_0 g_i / \lambda_n \ll 1$ 时,化简(34)式可得,

$$\text{var}(x_c) = \frac{M\lambda_n(\lambda_n+1)}{I_0^2} \gg \frac{\lambda_n+1}{8 \cdot I(x_c)} \gg \frac{1}{8 \cdot I(x_c)}, \quad (35)$$

当 $I_0 g_i / \lambda_n \gg 1$ 时,同理可得,

$$\text{var}(x_c) = \frac{M\lambda_n(\lambda_n+1)}{I_0^2} \gg \frac{\sqrt{\pi}\sigma_s^3\lambda_n(\lambda_n+1)}{2I_0^2} = \frac{\sqrt{\pi}\sigma_s\lambda_n(\lambda_n+1)}{2I(x_c)I_0}, \quad (36)$$

2) 高斯噪声

$$\text{var}(x_c) = M\sigma_n^2 / I_0^2 \gg 1/8 \cdot I(x_c), \quad (37)$$

式中 $M = \sum_i (x_i - \mu)^2$ 。

从(35)~(37)式可知,COG 法随噪声和像元数呈大幅变化,不具备 CRLB 性能,虽然计算简单,但并不是一

种 MVUE 算法,这是其在成像器件点源定位中存在较大定位误差的主要原因。

需要指出的是,更精确的对比需采用离散形式(10)式和(19)式计算器件极限误差,然后研究上述三种定位算法误差能否达到 CRLB 性能,通常离散形式的 CRLB 要稍小于本文推导的公式。

由以上理论分析可知,在考虑噪声误差情况下,最小二乘高斯拟合算法定位误差同于迭代加权质心算法,低于质心算法,几乎不存在“S 误差”^[6],但在窗口效应和采样作用下,最小二乘高斯拟合算法模型可等效为无穷小像元采样,因而其定位精度应稍高于迭代加权质心算法,在星敏感器等应用场合该误差可忽略不计。因而在器件噪声、采样窗口、光学参数等综合条件下,三种算法的定位精度为:GLSF 与 IWCOG 相同远高于 COG。不难分析,反映器件硬件性能的 NEA 误差应与此类似。而 IWCOG 法作为高斯噪声下的 MUVE 方法,由于具有实时性,因而适用于更高精度的点源快速定位。

4 仿真验证

为保证仿真结果的可靠性、一般性,若不加说明,采用的仿真流程、方法、参数和参数取值同文献[7],而最小二乘高斯拟合法参见文献[6],除采用绝对误差验证三种算法定位误差外,同时采用 NEA 指标间接验证算法性能。设算法在不同噪声下计算的星点质心为 $\mu_{calc,j}$,本文 NEA 指标的定义为 $\tau = \frac{1}{N}(\mu_{calc,i} - \sum_{i=1}^N \mu_{calc,i} / N)^2$ 。

令 $\sigma = 1$ pixel 不变,用蒙特卡洛法随机给出 μ 模拟生成 10000 个星点,改变 M 和 R 值,按(2)式和(19)式计算离散情况下不同 M 值的 CRLB,所得结果参见图 1,同时计算质心法、迭代加权质心法和最小二乘高斯拟合法计算绝对误差 δ ,并与图 1 $M = 7$ pixel 的 CRLB 进行对比,所得结果参见图 2。再次计算质心法、迭代加权质心法和最小二乘高斯拟合法的 NEA 误差,所得结果参见图 3。

图 1 说明对于同一星点,窗口大小对 CRLB 指标影响较小,第 2 节推导的公式虽为理想情况,也是实际值的高度近似,便于物理测试中的误差分析。由图 2 可知,IWCOG 算法的定位误差 ε 等同于最小二乘高斯拟合法,远低于质心法,接近器件的 CRLB 指标;图 3 说明 IWCOG 算法在 NEA 指标上也有优势。由于最小二乘高斯拟合法是目前研究精度最高的算法,这侧面印证了 IWCOG 的 MVU 特性,由于 IWCOG 耗时仅比质心法高 3~5 倍^[7],因而考虑误差和时间因素,IWCOG 算法是最好的算法,能够广泛用于点源成像的定位工作。

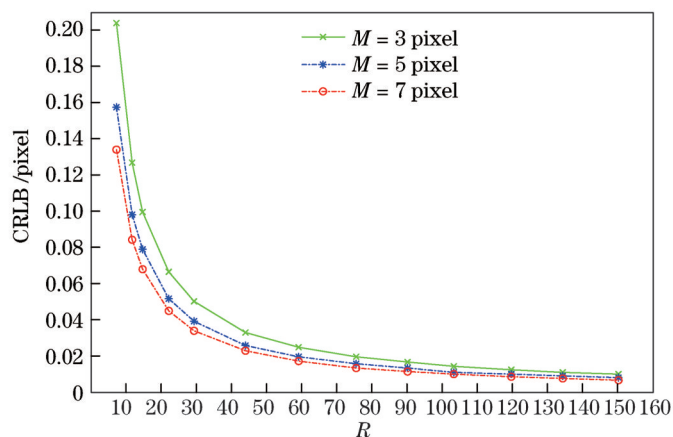


图 1 高斯噪声下的定位误差 ($M=3$ 、 5 、 7 pixel)

Fig.1 position error under Gaussian noise ($M=3$ 、 5 、 7 pixel)

5 结 论

从理论上推导了成像器件在泊松噪声和高斯噪声条件下像元的 CRLB 指标,理论上证实迭代加权质心算法和最小二乘高斯拟合法在高斯噪声下满足成像器件的 CRLB 特性,在泊松噪声下接近 CRLB 特性,因而是一种 MVUE 方法,而质心法不满足 CRLB 性能。同时给出的 CRLB 指标可用于器件选型。仿真试验也验证了质心法存在较大定位误差,说明迭代加权质心算法能够满足未来的高精度实时点源定位要求。

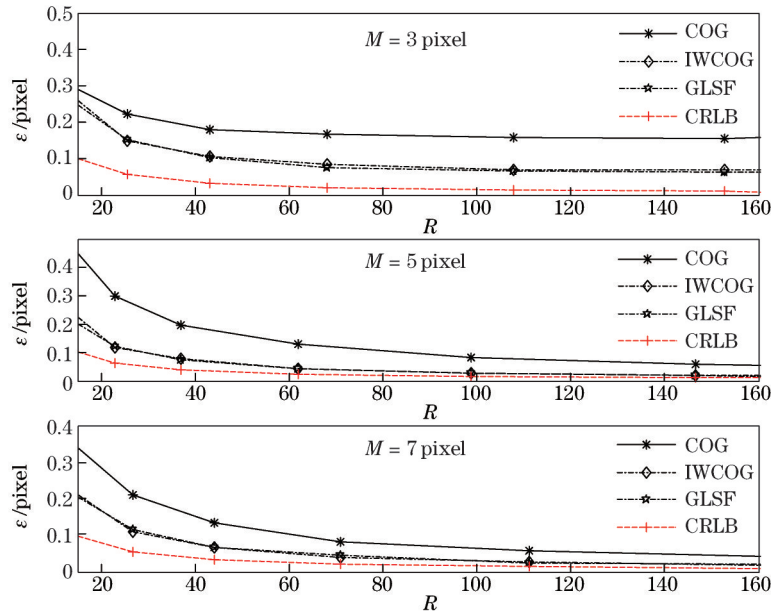


图2 不同算法下 M 和 R 对点源定位误差的影响(随机 μ 和 $\sigma = 1$ pixel)

Fig.2 Influence of M and R on positioning accuracy of point-like source by different algorithm(with random μ and $\sigma = 1$ pixel)

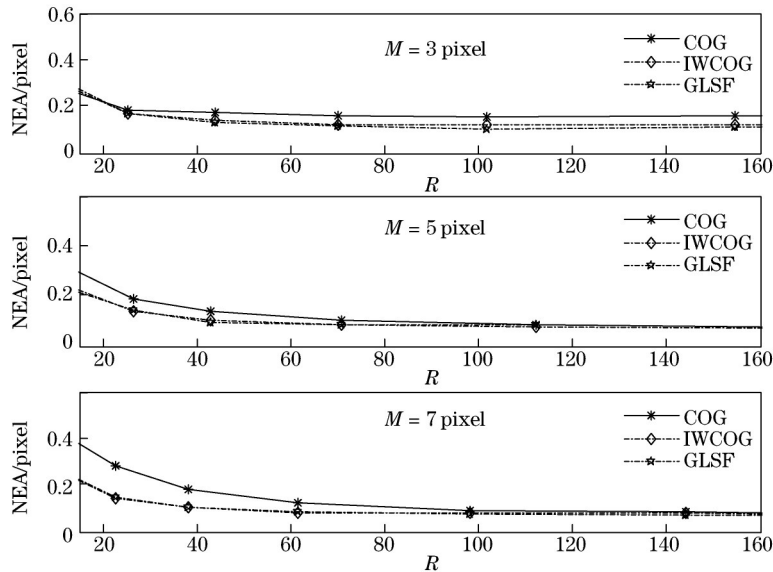


图3 不同算法下 M 和 R 对点源 NEA 误差的影响(随机 μ 和 $\sigma = 1$ pixel)

Fig.3 Influence of M and R on NEA error of point-like source by different algorithms (with random μ and $\sigma = 1$ pixel)

参 考 文 献

- 1 Lindegren L. High-accuracy Positioning: Astrometry[M]. ISSI Scientific Report Series, 2010, 9: 279-291.
- 2 Roelf W H, Van Bezooijen. SIRTf autonomous star tracker[C]. Proc SPIE, IR Space Telescopes and Instruments, 2003, 4850: 108-121.
- 3 Stanton R H, Alexander J W, Dennison E W, *et al.*. Optical tracking using charge-coupled devices[J]. Optical Engineering, 1987, 26 (9): 2699-30.
- 4 Trinder J C. Precision of digital target location[J]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1989, 55(6): 883-886.
- 5 Stone R C. A comparison of digital centering algorithms[J]. The Astronomical Journal, 1989, 97(4): 1227-1237.
- 6 Anderson J, King I R. Toward high-precision astrometry with WFPC2. I. deriving an accurate point spread function[J]. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 2000, 112(776): 1360-1382.
- 7 Zhang Jun, Hao Yuncai, Liu Da. Investigation on the mechanism and positioning error of multi-Star spots extraction of iteratively weighted center of gravity algorithm[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(2): 0204001.

- 张 俊, 郝云彩, 刘 达. 迭代加权质心法机理及多星定位误差特性研究[J]. 光学学报, 2015, 35(2): 0204001.
- 8 Nightingale A M, Gordeyev S. Shack-Hartmann wavefront sensor image analysis: a comparison of centroiding methods and image-processing techniques[J]. Optical Engineering, 2013, 52(7): 071413.
- 9 Vyas A, Roopashree M B, Prasad B R. Optimization of existing centroiding algorithms for Shack Hartmann sensor[C]. Proceedings of the National Conference on Innovative Computational Intelligence & Security Systems, 2009: 400-405.
- 10 Baker K L, Moallem M M. Iteratively weighted centroiding for Shack-Hartmann wave-front sensors[J]. Optics Express, 2007, 15(8): 5147-5159.
- 11 Thomas S, Fusco T, Tokovinin A, *et al.*. Comparison of centroid computation algorithms in a Shack - Hartmann sensor[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2006, 371(1): 323-336.
- 12 Liu Hongyuan, Wang Hengfei, Ma Shumin, *et al.*. A calibration equipment of responsivity non uniformity for charge coupled devices[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(s1): s116003.
- 刘红元, 王恒飞, 马书民, 等. 一种 CCD 器件响应度非均匀性校准装置研制[J]. 中国激光, 2014, 41(s1): s116003.
- 13 Wang Fan, Chang Jun, Hao Yuncai, *et al.*. Mathematical model research of star image energy distribution of star tracker[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(5): 051203.
- 王 凡, 常 军, 郝云彩, 等. 高精度星敏感器星像能量分布模型研究[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(5): 051203.
- 14 Cramér H. Mathematical Methods of Statistics[M]. New Jersey Princeton University Press, 1999.
- 15 Rao C R. Information and the Accuracy Attainable in the Estimation of Statistical Parameters[M]. New York: Springer Series in Statistics, 1992, 235-247.
- 16 Jutten C, Vigneron V. Fisher Information in Source Separation Problems[M]. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2004, 3195:168-176.
- 17 Winick K A. Cramer-Rao lower bounds on the performance of charge-coupled-device optical position estimators[J]. J Opt Soc Am A, 1986, 3(11): 1809-1815.
- 18 Van Trees H L. Detection, Estimation, and Modulation Theory[M]. Nanhattan: John Wiley & Sons, Inc, 2004.

栏目编辑: 刘丰瑞