

# 基于先验图像约束的多光谱压缩感知

谭诗语 刘震涛 李恩荣 韩申生

中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800

**摘要** 在低采样率、低信噪比(SNR)的探测条件下,多光谱重建图像噪声增多,重建质量大幅度降低。为了提高多光谱图像的重建质量,提出了一种基于先验图像约束的多光谱压缩感知(PICHCS)重建方法。PICHCS利用多光谱图像的空间相关性和谱间相关性重建出初始图像,并将相邻谱段的初始图像取平均获得高信噪比的先验图像。先验图像与目标图像相减可以使优化目标稀疏化,并使得重建结果具有与先验图像类似的高信噪比特性。通过数值模拟和实验验证了该重建算法的可行性,并在不同的采样率、信噪比条件下和全变差低秩联合重建算法进行了对比研究。结果表明,PICHCS可以在低采样率低信噪比情况下提高多光谱图像的重建质量,从而降低对数据采样率和系统信噪比的要求。

**关键词** 成像系统; 图像重建; 压缩感知; 多光谱图像; 先验图像

中图分类号 TP391 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0811003

## Hyperspectral Compressed Sensing Based on Prior Images Constrained

Tan Shiyu Liu Zhentao Li Enrong Han Shensheng

Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

**Abstract** When the sampling ratio and signal-to-noise ratio (SNR) is low, the noise of multispectral image increases, quality of the reconstructed images inevitably degrades. In order to improve the quality of multispectral image, a new prior image constrains hyperspectral compressed sensing (PICHCS) method is proposed. The spatial and spectral correlations in hyperspectral imaging is exploited in PICHCS to reconstruct the primitive images. Prior images obtained by averaging the adjacent spectral primitive images are used as constraints for the compressed sensing image reconstruction. By subtracting each target image with the corresponding prior image, the obtained difference images are expected to sparse and reconstructing the difference images, some of the high SNR characteristics of the prior image are retained in the reconstructions. The feasibility of the method is verified by numerical simulations and experiments. Comparative studies are made for reconstructions obtained with the total variation and low rank joint algorithm and those with PICHCS under different sampling ratios and SNRs. The results indicate that PICHCS improve reconstruction quality of hyperspectral images from a low sampling ratio or SNR dataset, which can reduce the requirement of sampling ratios and the system SNR.

**Key words** imaging systems; image reconstruction; compressed sensing; hyperspectral image; prior image

**OCIS codes** 100.3010; 110.4234; 200.4560

## 1 引言

多光谱图像是对同一物体进行多谱段成像所得到的二维图像组,其包含多个连续的光谱信息,数据量大、计算复杂度高,对图像的重建提出了很大的挑战。压缩感知(CS)理论指出,合理利用信号在特定变换域

收稿日期: 2015-03-02; 收到修改稿日期: 2015-04-23

基金项目: 国家 863 计划(2011AA120100)

作者简介: 谭诗语(1989—),女,硕士研究生,主要从事压缩感知图像重建方面的研究。E-mail: tanshy@mail.siom.ac.cn

导师简介: 韩申生(1960—),男,博士,研究员,主要从事量子成像及强耦合等离子体方面的研究。

E-mail: sshan@mail.shenc.ac.cn(通信联系人)

中的稀疏先验特性,就能够从少量的观测值中高概率地恢复出原始信号<sup>[1]</sup>。CS理论由于能突破传统奈奎斯特采样定理对于信号采样率的限制,采样时间短,对存储容量的需求小,目前广泛应用于医疗成像、雷达成像、遥感成像等领域<sup>[2-6]</sup>。

多光谱图像各谱段的成像对象是同一物体,因此图像同时具有空间相关性和谱间相关性<sup>[7]</sup>。利用多光谱图像的这两个先验特性,近年来出现了很多基于CS理论的多光谱成像方案<sup>[8-9]</sup>。在重建算法方面,Bioucas-Dias等<sup>[10]</sup>提出的TwIST算法,通过寻找各谱段二维图像的最小全变差得到重建图像,但是忽略了多光谱图像的谱间关联先验特性。Duarte等<sup>[11]</sup>考虑了多光谱图像的谱间分段平滑特性,提出了一种基于三维小波基变换的重建算法。Golbabaee等<sup>[12]</sup>利用了多光谱图像数据低秩这一重要的谱间先验特性,并结合联合小波变换,有效降低了图像的重建误差。这些算法虽然利用了多光谱图像的空间相关性和谱间相关性,但都存在一个问题:当系统信噪比较差或测量采样率较低时,重建误差增加,重建图像质量降低。为了提高低采样率情况下的图像重建质量,Chen等<sup>[13]</sup>提出了先验图像约束压缩感知(PICCS)理论。该理论指出,在可以获得与目标图像相近似的高信噪比(SNR)的先验图像的前提下,可以将目标图像与先验图像的差作为约束项,在进一步稀疏优化目标的同时,使重建图像保持类似先验图像的高信噪比特性,提高低采样率条件下的图像重建质量<sup>[14]</sup>。目前,PICCS广泛应用于计算机断层扫描(CT)成像中,用于减少动态CT图像伪影,提高图像时间分辨率<sup>[15-16]</sup>等。

本文将PICCS理论拓展到多光谱成像领域,同时结合利用多光谱图像的空间相关和谱间相关特性,提出一种基于先验图像约束的多光谱压缩感知(PICHCS)重建方法。采用的数据模型和相关实验基于课题组的单次曝光压缩感知多光谱成像系统,该系统将鬼成像技术与压缩感知采样理论应用于多光谱成像中,通过空间随机相位调制器实现对光谱维和空间二维的三维随机压缩采样<sup>[17-18]</sup>。相较于传统多光谱成像技术多次曝光的扫描成像模式,单次曝光压缩感知多光谱成像技术利用光场的涨落和高阶关联,采用无扫描单次曝光的方法获取目标图像信息,提高了系统的信息获取能力和效率。

数值模拟中对比了TV\_RANK和PICHCS算法的图像重建结果,并分析了不同采样率(CR)和不同信噪比(SNR)情况下PICHCS算法对重建质量的提升幅度及其随采样率和信噪比的变换趋势。基于单次曝光压缩感知多光谱成像系统的实验结果证实了PICHCS算法的可行性,相较于TV\_RANK算法,PICHCS算法能明显降低重建图像噪声,提高图像的重建质量。

## 2 理论模型及分析

### 2.1 全变差和低秩约束联合重建

令矩阵  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_i, \dots, x_{N_3}]$  表示目标多光谱图像,其中  $N_3$  为图像谱段数,每一列  $x_i$  为第  $i$  个谱段图像的向量形式,每个谱段的图像像素大小为  $N_1 \times N_2$ ,则  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{N_1 N_2 \times N_3}$ 。为实现对多光谱图像全部谱段的单次探测,各谱段图像对应不同的测量矩阵  $\mathbf{A}^i \in \mathbb{R}^{M \times N_1 N_2}$ ,则总测量矩阵  $\mathbf{A} = (\mathbf{A}^1, \dots, \mathbf{A}^i, \dots, \mathbf{A}^{N_3}) \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ,其中  $N = N_1 N_2 N_3$ 。整个探测过程可以表示为  $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{n}$ ,其中  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^M$  为测量值向量, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$  为目标多光谱图像的向量形式, $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^M$  为噪声向量。可以改写成矩阵形式,

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_M \end{pmatrix}_M = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11}^1 & \dots & \mathbf{A}_{1(N_1 N_2)}^1 & \dots & \dots & \mathbf{A}_{11}^\lambda & \dots & \mathbf{A}_{1(N_1 N_2)}^\lambda \\ \mathbf{A}_{21}^1 & \dots & \mathbf{A}_{2(N_1 N_2)}^1 & \dots & \dots & \mathbf{A}_{21}^\lambda & \dots & \mathbf{A}_{2(N_1 N_2)}^\lambda \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{A}_{M1}^1 & \dots & \mathbf{A}_{M(N_1 N_2)}^1 & \dots & \dots & \mathbf{A}_{M1}^\lambda & \dots & \mathbf{A}_{M(N_1 N_2)}^\lambda \end{pmatrix}_{M \times N} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_N \end{pmatrix}_N + \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \dots \\ n_M \end{pmatrix}_M. \quad (1)$$

多光谱图像与普通图像不同,除了在谱段内具有空间相关性外,各谱段图像间具有很强的谱间相关性。当  $M \ll N$ ,即测量值的数量远小于多光谱图像的总像素数时,为了更好的从欠采样数据中重建出目标图像,就要在重建过程中同时考虑空间相关性和谱间相关性,即充分利用图像的先验特性进行联合重建。

#### 2.1.1 空间全变差约束

各谱段图像在空间上具有分段光滑的特性,结构信息显著。全变差(TV)变换基于图像空间上的相关性,即相邻像素点间的变化量最小,使得变换后的图像更加稀疏<sup>[19]</sup>。根据压缩感知理论,对于TV变换,图像的重建过程可以描述为求解优化问题

$$\min_x \|f_{TV}(x)\|_{l_1}, \quad s.t. \quad y = Ax, x \geq 0, \quad (2)$$

$$f_{TV}(x) = \sum_{1 \leq i \leq N - N_1, i \notin \Omega} \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (x_{i+N_1} - x_i)^2}, \quad (3)$$

式中  $\Omega = \{N_1 n : n \in \mathbb{N}\}$ 。在这个基础上, Chan 等<sup>[20]</sup>提出了一种变分模型 TV-L1 模型, 其目标函数为图像二维空间梯度的  $l_1$  范数, 则有

$$\min_x \|\nabla_{n_1, n_2} x\|_1, \quad s.t. \quad y = Ax, x \geq 0, \quad (4)$$

$$\|\nabla_{n_1, n_2} x\|_1 = \sum_{1 \leq i \leq N - N_1, i \notin \Omega} (|x_{i+1} - x_i| + |x_{i+N_1} - x_i|), \quad (5)$$

式中  $\|\nabla_{n_1, n_2} x\|_1$  称为梯度范数, 其相当于提取图像的分段边缘, 变换后的图像更加稀疏。全变差约束的引入可以有效降低重建图像的空间噪声, 平滑图像。因此, 将全变差约束作为多光谱图像优化重建的空间约束。

### 2.1.2 谱间低秩联合约束

多光谱图像各谱段的成像对象是同一物体, 具有很强的谱间相关性, 因此多光谱图像矩阵  $x$  具有低秩特性。利用多光谱图像的这一特性, 可以将低秩约束作为联合约束加入到(4)式的优化问题目标函数中, 则有

$$\min_x \|\nabla_{ij} x\|_1 + \mu \cdot \text{rank}(x), \quad s.t. \quad y = Ax, x \geq 0, \quad (6)$$

式中  $\mu \geq 0$ , 为低秩约束项的权重系数。由于非零奇异值个数的最小化问题是 NP 难解的, 因此通常转换成核范数的最小化问题进行求解, (6)式近似等价于

$$\min_x \|\nabla_{ij} x\|_1 + \mu \|x\|_*, \quad s.t. \quad y = Ax, x \geq 0, \quad (7)$$

式中核范数  $\|x\|_* = \sum_i s_i$  表示奇异值求和,  $s_i$  表示第  $i$  个奇异值。该算法同时利用多光谱图像的空间相关性和谱间相关性, 结合空间全变差约束和谱间低秩约束, 充分利用了多光谱图像的两个先验特性。为表述方便, 将这种联合重建算法记为全变差低秩(TV\_RANK)算法。为方便求解, (7)式可以等价改写成

$$\min_x \|y - Ax\|_2^2 + \mu_1 \|\nabla_{ij} x\|_1 + \mu_2 \|x\|_*, \quad s.t. \quad x \geq 0, \quad (8)$$

式中  $\mu_1, \mu_2 \geq 0$ , 为各约束项的权重系数。

### 2.3 基于先验图像的多光谱压缩感知

多光谱成像是同一物体进行多谱段连续探测, 各谱段图像不仅包含目标物体本身结构的谱间不变量信息, 还包含目标物体中不同部分的光谱特性所对应的谱间变化量信息。在信噪比较差、采样率较低的情况下, 重建图像含有大量的噪声, 且这些噪声是谱间互不相关的。将相邻的谱段图像取平均, 可以有效去除不相关噪声, 得到一组高信噪比且与原始图像相似的图像, 将这组图像定义为先验图像  $x_p \in \mathbb{R}^{N_1 N_2 \times N_3}$ 。将 TV\_RANK 算法的重建结果作为初始图像  $x$ , 则根据上面的定义, 先验图像与初始图像的关系可以定义为

$$(x_p)_i = \frac{1}{2L+1} \sum_{0 \leq j \leq L} x_{i+2j}, \quad (9)$$

式中  $2L+1$  表示叠加相邻谱段的宽度。需要注意的是, 先验图像由于平均了相邻谱段, 损失了多光谱图像中的部分谱间变化量信息, 但谱间不变结构却得到了加强。先验图像具有很高的 SNR, 与目标图像相减可以抵消掉图像的谱间不变量信息和大部分谱间变化量信息, 因此  $x - x_p$  是很稀疏的。PICHCS 优化重建将  $\Delta x = x - x_p$  作为优化目标, 即

$$\min_{\Delta x} \|\Delta x\|_1, \quad s.t. \quad \Delta y = A \Delta x, \Delta x + x_p \geq 0, \quad (10)$$

式中  $\Delta y = y - Ax_p$ ,  $\Delta x$  和  $x_p$  分别为向量化的优化目标和先验图像。另外, 约束条件  $\Delta x + x_p \geq 0$  等价于  $x \geq 0$ ,  $\Delta y = A \Delta x$  等价于  $y = Ax$ , 保证了数据的一致性。(10)式可以改写成

$$\min_{\Delta x} \|\Delta y - A \Delta x\|_2^2 + \lambda \|\Delta x\|_1, \quad s.t. \quad \Delta x + x_p \geq 0, \quad (11)$$

式中  $\lambda \geq 0$  为权重系数, 用来平衡目标稀疏特性与数据一致性。 $x - x_p$  的引入使优化目标变得更加稀疏, 与此同时, 使得重建结果保持类似先验图像的高 SNR 特性, 因此可以有效提高低采样率低信噪比情况下的图

像重建质量。

## 2.4 算法实现

PICHCS算法需要求解两个优化问题,可以分为三个步骤:TV\_RANK优化重建、先验图像获取和PICHCS优化重建。其中TV\_RANK和PICHCS优化问题的求解采用标准最速下降法,在迭代过程中需要计算目标函数的梯度<sup>[21]</sup>。为了方便各约束项梯度的求解,根据变加权最小二乘法(IRLS),令 $\omega_i^{(k)} = x_i^{(k-1)}$ ,  $\omega_{ij}^{(k)} = \mathbf{x}_{ij}^{(k-1)}$ 则有<sup>[22]</sup>

$$\min_x \sum_i |x_i|^p \approx \min_x \sum_i |\omega_i|^{\frac{p-2}{2}} (x_i)^2, \quad (12)$$

$$\min_x \sum_{i,j} |\mathbf{x}_{ij}|^p \approx \min_x \sum_{i,j} |\omega_{ij}|^{\frac{p-2}{2}} (\mathbf{x}_{ij})^2, \quad (13)$$

计算得各约束项的梯度为

$$\nabla \|y - Ax\|_2^2 = 2A^T(Ax - y), \quad (14)$$

$$\left( \nabla \left\| \nabla_{n_1, n_2} x \right\|_1 \right)_i \approx -2|\omega_{i+1} - \omega_i|^{-1} (x_{i+1} - x_i) - 2|\omega_{i+N_1} - \omega_i|^{-1} (x_{i+N_1} - x_i) + 2|\omega_i - \omega_{i-1}|^{-1} (x_i - x_{i-1}) + 2|\omega_i - \omega_{i-N_1}|^{-1} (x_i - x_{i-N_1}), \quad (15)$$

$$\left( \nabla \|\mathbf{x}\|_* \right)_{ij} = \sum_{pq} U_{ip} V_{jq}, \quad (16)$$

$$\left( \nabla \|\Delta x\|_1 \right)_i \approx 2|\Delta \omega_i|^{-1} (\Delta x_i), \quad (17)$$

式中 $U, V$ 为 $\omega$ 的奇异值分解 $U^T \omega V$ 对应的酉矩阵。将相应约束项的梯度求和就可以得到(8)式和(11)式目标函数的总梯度,进而通过最速下降法求解TV\_RANK、PICHCS两个优化问题。

## 4 结果及分析

### 4.1 数值模拟结果及分析

数值模拟中用到的strawberries图像数据来源于Columbia大学的Multispectral Image Database数据库<sup>[23]</sup>。国际照明委员会(CIE)标准光源D65照亮物体,经VariSpec液晶可调谐滤波器滤波后,由低温电荷耦合器件(CCD)相机(Apogee Alta U260)拍摄得到对应不同波长的多光谱图像。谱段图像像素大小512 pixel × 512 pixel,波长范围400~700 nm、波长间隔10 nm,共包含31个谱段。选取其中530~670 nm波长范围的谱段、像素大小140 pixel × 100 pixel的部分图像作为原始图像 $x$ ,如图1所示。为了简洁起见,所有的多光谱图像均只显示出部分谱段图像。

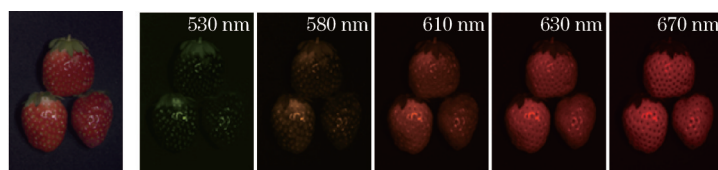


图1 原始图像。(a) 目标物体;(b) 530,580,610,630,670 nm 谱段图像

Fig.1 Original image. (a) Target object; (b) multispectral image in 530,580,610,630,670 nm

测量矩阵 $A$ 采用服从高斯分布的随机矩阵,并由 $y = Ax + n$ 模拟得到测量值 $y$ ,其中 $n$ 为均值为零的高斯噪声。将信噪比定义为测量值信号起伏与噪声起伏的比值,即 $P_{SNR} = \sigma_y / \sigma_n$ ,其中 $\sigma_y, \sigma_n$ 分别表示测量值和噪声的标准差。因此,可以通过加入不同标准差的噪声来调节模拟信噪比。

PICHCS优化算法中包含三个可调节的参数,其中(8)式目标函数中的两个参数 $\mu_1, \mu_2$ ,决定了初始图像重建中全变差约束 $\|\nabla_{i,j} x\|_1$ 、低秩约束 $\|\mathbf{x}\|_*$ 及数据一致性约束 $\|y - Ax\|_2^2$ 所占的权重。(11)式目标函数中的参数 $\lambda$ ,决定了先验图像约束 $\|\Delta x\|_1$ 与数据一致性约束 $\|\Delta y - A\Delta x\|_2^2$ 所占的权重。若 $\lambda$ 取值过小,重建结果趋向于 $\Delta y = A\Delta x$ 的解,会导致重建图像含有大量的噪声;若 $\lambda$ 取值过大,重建结果会趋向于与先验图像 $x_p$ 一致,损失部分谱间变化量信息。需要注意的是, $\mu_1, \mu_2$ 与 $\lambda$ 为不同优化问题的权重系数,因此 $\mu_1, \mu_2$ 与 $\lambda$ 的选

取相对独立。本文选取最优的  $\mu_1, \mu_2, \lambda$  的重建图像作为 PICHCS 算法的重建结果, 作为对比, 将最优  $\mu_1, \mu_2$  重建得到的初始图像作为 TV\_RANK 算法的重建结果。图 2(a)、(c) 给出了两种算法在采样率为 30%, 信噪比为 2.0490 情况下的重建结果, 图 2(b) 则给出重建过程中先验图像与目标图像差的中间结果, 其中采样率定义为测量值的数量与多光谱图像的总像素数的比值, 即  $M/N$ 。从图中可以看出, 先验图像与目标图像相减可以使优化目标稀疏化, 因此相较于 TV\_RANK 算法, PICHCS 的重建图像噪点少、对比度高、轮廓清晰, 重建质量有明显地提高。通常采用相对均方根误差 (rRMSE) 来评价图像的重建质量, 有

$$R = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - x_i^{\text{ref}})^2}{\sum_i x_i^{\text{ref}2}}}, \quad (18)$$

式中  $x_{\text{ref}}$  表示参考图像, 采用 strawberries 原始图像作为参考图像。为定量描述 PICHCS 对图像重建质量的提升, 定义 rRMSE 下降率

$$\eta = \frac{R_T - R_P}{R_T} \times 100\%, \quad (19)$$

式中  $R_T$  和  $R_P$  分别代表由 TV\_RANK 算法和 PICHCS 算法重建图像的 rRMSE。根据定义计算得到, 在采样率 (CR) 为 30%, 信噪比 2.0490 情况下, PICHCS 算法的  $R = 0.2308$ , 相比 TV\_RANK 下降了 59.85%。

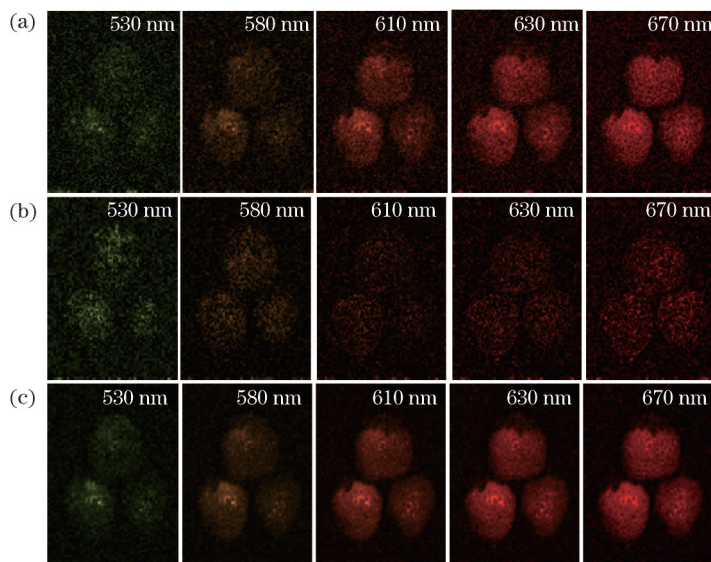


图 2 重建结果,  $S_{\text{CR}} = 30\%$ ,  $P_{\text{SNR}} = 2.0490$ 。(a)TV\_RANK 算法,  $R = 0.4773$ ; (b)先验图像与目标图像之差的绝对值; (c)PICHCS 算法,  $R = 0.2308$

Fig.2 Reconstructed results,  $S_{\text{CR}} = 30\%$ ,  $P_{\text{SNR}} = 2.0490$ . (a) TV\_RANK algorithm,  $R = 0.4773$ ; (b) absolute value of the difference of target object and prior image; (c) PICHCS algorithm,  $R = 0.2308$

不同采样率、信噪比条件下的图像重建质量不同。图 3 第一行对应 TV\_RANK 算法重建结果, 第二行对应 PICHCS 算法重建结果, 给出了采样率分别为 30%, 20%, 10% 情况下 TV\_RANK

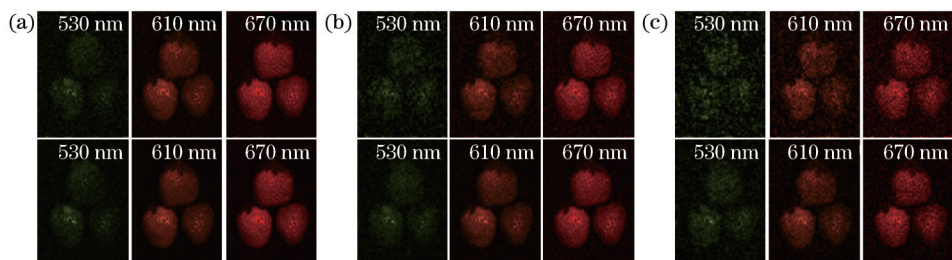


图 3 不同采样率对比结果。(a)  $S_{\text{CR}} = 30\%$ ,  $S_{\text{SNR}} = 5.0432$ ; (b)  $S_{\text{CR}} = 20\%$ ,  $P_{\text{SNR}} = 5.0469$ ; (c)  $S_{\text{CR}} = 10\%$ ,  $P_{\text{SNR}} = 5.0594$

Fig.3 Contrast results of different CR. (a)  $S_{\text{CR}} = 30\%$ ,  $S_{\text{SNR}} = 5.0432$ ; (b)  $S_{\text{CR}} = 20\%$ ,  $P_{\text{SNR}} = 5.0469$ ; (c)  $S_{\text{CR}} = 10\%$ ,  $P_{\text{SNR}} = 5.0594$

算法和PICHCS算法的对比结果,其中各采样率所对应的信噪比分别为5.0432、5.0469、5.0594,可认为近似相等。表1则给出了对应重建结果的rRMSE及其下降率。同样,图4第一行对应TV\_RANK算法重建结果,第二行对应PICHCS算法重建结果,给出了采样率为30%,信噪比分别为10.0755、5.0432、2.0490情况下的对比结果,表2则为其对应的rRMSE及下降率 $\eta$ 。从结果中可以看出,相比TV\_RANK算法,PICHCS的重建图像噪点少、对比度高、轮廓清晰,rRMSE小,重建质量有明显地改善。

表1 不同采样率下相对均方根误差对比结果

Table 1 rRMSE contrast results of different sampling ratios

$S_{CR}$	$P_{SNR}$	$R_T$	$R_p$	$\eta$
30%	5.0432	0.2386	0.1814	24.0%
20%	5.0469	0.3365	0.2338	30.5%
10%	5.0594	0.5247	0.3308	37.0%

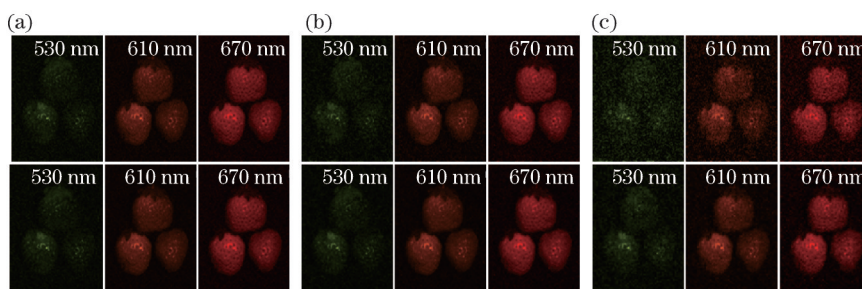


图4 不同信噪比对比结果。(a)  $S_{CR}=30\%$ ,  $S_{SNR}=10.0755$ ; (b)  $S_{CR}=30\%$ ,  $P_{SNR}=5.0432$ ; (c)  $S_{CR}=30\%$ ,  $P_{SNR}=2.0490$

Fig.4 Contrast results of different SNR. (a)  $S_{CR}=30\%$ ,  $S_{SNR}=10.0755$ ; (b)  $S_{CR}=30\%$ ,  $P_{SNR}=5.0432$ ; (c)  $S_{CR}=30\%$ ,  $P_{SNR}=2.0490$

表2 不同信噪比下相对均方根误差对比结果

Table 2 rRMSE contrast results of different SNR

$S_{CR}$	$P_{SNR}$	$R_T$	$R_p$	$\eta$
30%	10.0755	0.2140	0.1824	14.8%
30%	5.0432	0.2386	0.1814	24.0%
30%	2.0490	0.4773	0.2308	59.9%

分析以上结果发现,rRMSE下降率在不同采样率、不同信噪比情况下有所不同,对应PICHCS算法在TV\_RANK算法的基础上对重建质量的改进程度不同。为了分析PICHCS算法的改进程度的变化趋势,模拟了不同采样率和信噪比情况下的图像重建,并分别计算了TV\_RANK算法和PICHCS算法的rRMSE及下降率,其变化规律如图5所示。其中图5(a)为rRMSE随采样率CR的变化曲线, $S_{CR}$ 的变化范围从1%到30%,其中红色代表PICHCS算法重建结果对应的rRMSE,蓝色则代表TV\_RANK算法;图5(b)为rRMSE下降率 $\eta$ 随CR的变化曲线。从图中可以看出,在采样率的变化范围内,PICHCS算法的rRMSE均低于TV\_RANK,而下降率 $\eta$ 在CR为7.5%附近出现最大值46.1%。需要注意的是,虽然PICHCS算法的rRMSE低于TV\_RANK,但当采样率过低,例如在1%附近时,两种算法的rRMSE都较高,无法辨识重建图像,两种算法均失效。图5(c)为rRMSE随SNR的变化曲线,SNR的变化范围从1到10,其中红线对应PICHCS算法,蓝线对应TV\_RANK算法;图5(d)为rRMSE下降率 $\eta$ 随SNR的变化曲线。同样可以分析得到,在采样率的变化范围内,PICHCS算法的rRMSE均低于TV\_RANK,下降率 $\eta$ 在SNR为2附近出现最大值59.9%,而当信噪比在1附近时,即信号几乎完全湮没在噪声中,两种算法均失效。从以上结果可以看出PICHCS算法能降低重建图像噪声,提高多光谱图像的重建质量,在低采样率、低信噪比的情况效果更佳显著,但采样率、信噪比不能过低,否则算法的改进效果会下降甚至失效。

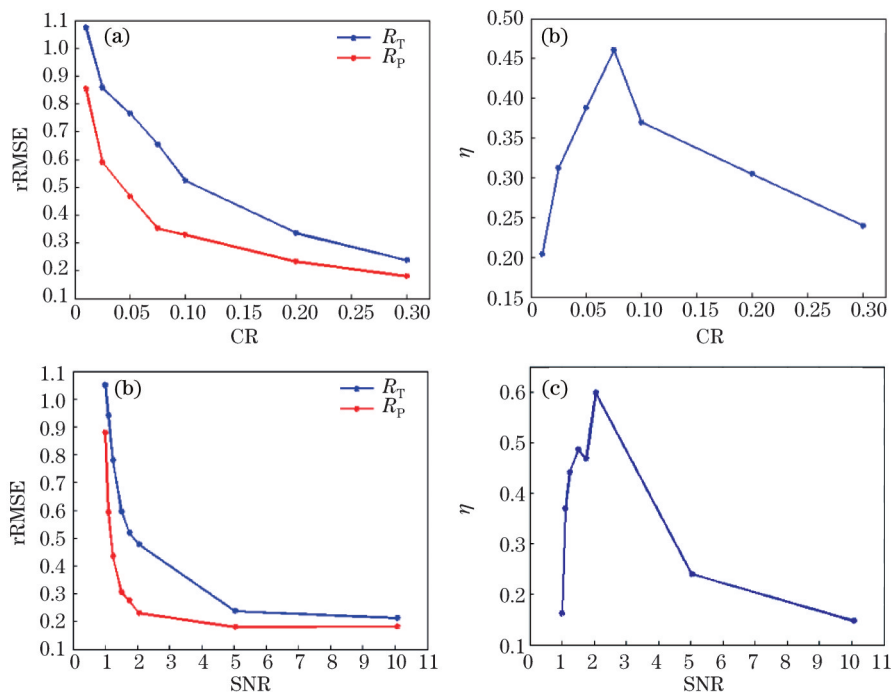


图5 PICHCS算法改进能力。(a) rRMSE与采样率关系曲线,  $P_{SNR}=5$ ; (b)  $\eta$ 与采样率关系曲线,  $P_{SNR}=5$ ; (c) rRMSE与SNR关系曲线,  $S_{CR}=30\%$ ; (d)  $\eta$ 与SNR关系曲线,  $S_{CR}=30\%$

Fig.5 Improved ability of PICHCS algorithm. (a) Curves of rRMSE with CR,  $P_{SNR}=5$ ; (b) curve of  $\eta$  with CR,  $P_{SNR}=5$ ; (c) curves of rRMSE with SNR,  $S_{CR}=30\%$ ; (d) curve of  $\eta$  with SNR,  $S_{CR}=30\%$

## 4.2 实验结果及分析

### 4.2.1 实验系统

实验系统基于单次曝光压缩感知成多光谱像原理<sup>[17]</sup>,分为前置成像模块和调制探测模块。物体经过前置成像透镜成像在前置成像面上,后经随机相位调制器的调制映射成探测面上的高对比度的散斑场,作为测量值  $y$ 。前置成像面上的光谱图像可以看作不同空间位置、不同中心波长的点源的叠加。因此,成像前要预先通过标定测量获得测量矩阵  $A$ ,即将前置成像面上不同位置、不同波长的点光源映射所形成的散斑场测量值作为测量矩阵的一列。

系统实验样机如图6所示,前置成像透镜采用成品长焦镜头,镜头的焦距为180 mm。在长焦镜头的焦平面上放置视场光阑,限定视场角大小。在视场光阑后放置滤波轮,自然物体发出的宽带热光经过放置在滤波轮上的滤波片的作用变为待测谱段的热光。空间随机相位调制器选用毛玻璃,成像 CCD 选用英国 Andor公司的 iKon CCD,其像元大小为  $13 \mu\text{m} \times 13 \mu\text{m}$ 。

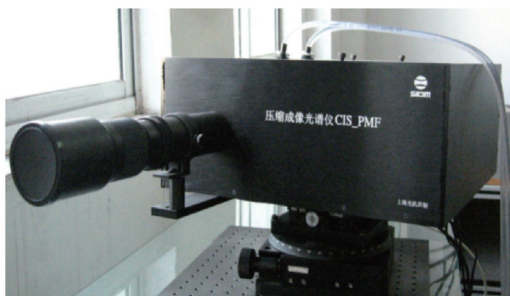


图6 系统实验样机

Fig.6 Experimental system prototype



图7 目标物体

Fig.7 Target object

### 4.2.1 实验结果

实验所用到的目标物体为透射物体,如图7所示,SIOM为物体的透光部分,其他部分不透光。为了体现图像的谱间变化部分,在物体S,I,O,M四个字母上分别贴上红黄绿蓝四个颜色的透明膜。实验过程中,无法

获得真实目标的原始多光谱图像,为了评价算法在欠采样时的重建效果,将100%采样情况下的TV\_RANK重建结果作为参考图像,如图8所示。图9(a)、(b)则分别给出了9%采样情况下TV\_RANK算法和PICHCS算法的重建结果,其对应的rRMSE分别为0.3681和0.1790。PICHCS算法的重建图像平滑、轮廓清晰,相较于TV\_RANK算法rRMSE下降了51.4%。这个实验验证了PICHCS算法的有效性,对比结果说明PICHCS算法可以提高多光谱图像的重建质量,实现多光谱图像测量采样率的进一步降低。

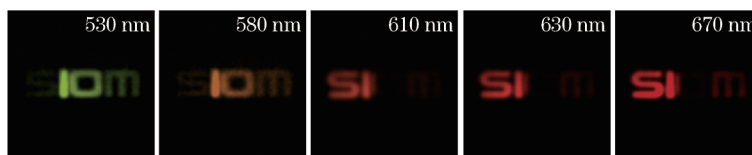


图8 参考图像,  $S_{cr}=100\%$

Fig.8 Reference image,  $S_{cr}=100\%$

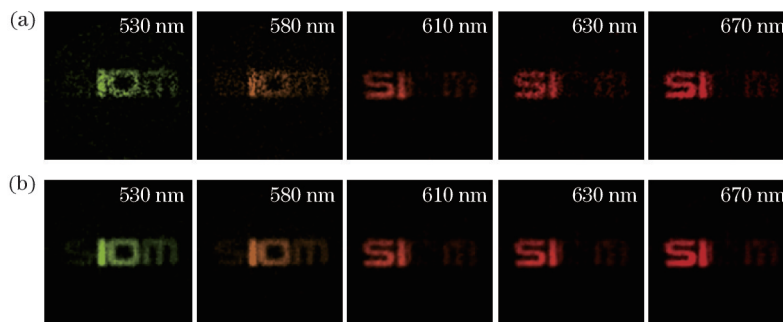


图9 重建结果,  $S_{cr}=9\%$ 。(a) TV\_RANK算法,  $R=0.3681$ ; (b) PICHCS算法,  $R=0.1790$

Fig.9 Reconstructed results,  $S_{cr}=9\%$ . (a) TV\_RANK algorithm,  $R=0.3681$ ; (b) PICHCS algorithm,  $R=0.1790$

## 5 结 论

将PICCS理论拓展到多光谱成像领域,同时结合TV\_RANK算法,提出了一种PICHCS多光谱图像重建方法。数值模拟结果表明,相比TV\_RANK算法,PICHCS能提高图像的重建质量,在低采样率低信噪比情况下,rRMSE下降率能达到50%以上。初步的实验数据表明,PICHCS能够精确地从9%采样率的观测值中重建出多光谱图像,而TV\_RANK算法对应的重建结果则含有较多的噪声。与PICCS算法不同的是,PICHCS算法的目标函数只采用先验图像与目标图像的差的稀疏约束,并没有加入目标图像本身的全变差约束。这是因为考虑到初始图像的重建过程中充分利用了图像的空间和谱间先验特性,先验图像本身已经具有良好的空间平滑特性和谱间相关特性。另外,PICHCS算法中先验图像的获取方式,虽然消除了大量的谱间不相关噪声,但由于谱间叠加的原因损失了图像的谱间分辨率,且对于那些数据关联导致的谱间关联噪声效果不明显。因此,如果能通过其他方法获取更好的先验图像,PICHCS算法的性能还能进一步提高。未来的研究将主要集中在先验图像的多种获取方法上。

## 参 考 文 献

- 1 Donoho D L. Compressed sensing[J]. Information Theory, IEEE Transactions on, 2006, 52(4): 1289-1306.
- 2 Lustig M, Donoho D, Pauly J M. Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging[J]. Magnetic Resonance in Medicine, 2007, 58(6): 1182-1195.
- 3 Herman M A, Strohmer T. High-resolution radar via compressed sensing[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2009, 57(6): 2275-2284.
- 4 Katz O, Bromberg Y, Silberberg Y. Compressive ghost imaging[J]. Applied Physics Letters, 2009, 95(13): 131110.
- 5 Gong W, Han S. Super-resolution far-field ghost imaging via compressive sampling[J]. arXiv preprint arXiv: 0911.4750, 2009.
- 6 Gong W, Han S. Experimental investigation of the quality of lensless super-resolution ghost imaging via sparsity constraints[J]. Physics Letters A, 2012, 376(17): 1519-1522.
- 7 Epstein B R, Hingorani R, Shapiro J M, *et al.*. Multispectral KLT-wavelet data compression for Landsat thematic mapper images[C].



- Data Compression Conference, IEEE, 1992: 200–208.
- 8 Duarte M F, Davenport M A, Takhar D, *et al.*. Single-pixel imaging via compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 83.
- 9 Lu Minghai, Shen Xia, Han Shensheng. Ghost imaging via compressive sampling based on digital micromirror device[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(7): 0711002.  
陆明海, 沈 夏, 韩申生. 基于数字微镜器件的压缩感知关联成像研究[J]. 光学学报, 2011, 31(7): 0711002.
- 10 Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T. A new TwIST: Two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration[J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 2007, 16(12): 2992–3004.
- 11 Duarte M F, Baraniuk R G. Kronecker compressive sensing[J]. Image Processing, IEEE Transactions on, 2012, 21(2): 494–504.
- 12 Golbabae M, Vanderghyest P. Hyperspectral image compressed sensing via low-rank and joint-sparse matrix recovery[C]. Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2012 IEEE International Conference on. 2012: 2741–2744.
- 13 Chen G H, Tang J, Leng S. Prior image constrained compressed sensing (PICCS): a method to accurately reconstruct dynamic CT images from highly undersampled projection data sets[J]. Med Phys, 2008, 35(2): 660–663.
- 14 Lauzier P T, Tang J, Chen G H. Prior image constrained compressed sensing: Implementation and performance evaluation[J]. Medical Physics, 2012, 39(1): 66–80.
- 15 Qi Z, Chen G H. Extraction of tumor motion trajectories using prior image constrained compressed sensing based four-dimensional cone beam CT (PICCS-4DCBCT): A validation study[J]. Medical Physics, 2011, 38: 5530.
- 16 Chen G H, Tang J, Hsieh J. Temporal resolution improvement using PICCS in MDCT cardiac imaging[J]. Medical Physics, 2009, 36(6): 2130–2135.
- 17 Wu Jianrong, Shen Xia, Yu Hong, *et al.*. Snapshot compressive imaging by phase modulation[J]. Acta Optica Sinica, 2014 (10): 1011005.  
吴建荣, 沈 夏, 喻 虹, 等. 基于相位调制的单次曝光压缩感知成像[J]. 光学学报, 2014 (10): 1011005.
- 18 Wang Jincheng, Kuang Cuifang, Wang Yifan, *et al.*. Multispectral fluorescence microscopic imaging based on compressive sensing[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(12): 1204003  
王金成, 匡翠方, 王轶凡, 等. 基于压缩感知的荧光显微多光谱成像[J]. 中国激光, 2013, 40(12): 1204003
- 19 Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1992, 60(1): 259–268.
- 20 Chan T F, Esedoglu S. Aspects of total variation regularized L1 function approximation[J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 2005, 65(5): 1817–1837.
- 21 Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T, *et al.*. Numerical Recipes[M]. New York: C. Cambridge University Press, 1997.
- 22 Miosso C J, von Borries R, Argaez M, *et al.*. Compressive sensing reconstruction with prior information by iteratively reweighted least-squares[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2009, 57(6): 2424–2431.
- 23 Yasuma F, Mitsunaga T, Iso D, *et al.*. Generalized assorted pixel camera: post-capture control of resolution, dynamic range and spectrum[J]. Technical Report, Department of Computer Science, Columbia University, 2008.

栏目编辑: 苏 岑