湍流大气中随机相位光束阵列的斜程传输特性

卢芳赵丹韩香娥

西安电子科技大学物理与光电工程学院,陕西西安710071

摘要 基于广义惠更斯--菲涅耳原理,理论上研究了具有随机相位的激光束阵列在湍流大气中的斜程传输特性。主要 研究了湍流强度、占空比、传输高度和光束间的相位差对光束阵列平均光强的影响。研究结果表明:湍流会使合成光 强减弱,光束扩展;同时,占空比越小,合成光场的峰值光强越小,即合成效果越差;随着光束间相位差的增大,主峰强 度快速下降,最终合成光束近似于单束高斯光束模型。与水平传输时的结果进行了比较,结果显示大气湍流对斜程 传输光束扩展的影响明显小于水平传输的情况。计算模型和结果为工程实际中合成方案的选择和评估提供了参考。 关键词 大气光学;大气湍流;随机相位;光束阵列;斜程传输

中图分类号 0436 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0801005

Propagation of Beam Array with Random Phase through Atmospheric Turbulence in a Slant Path

Lu Fang Zhao Dan Han Xiang'e

School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China

Abstract Based on the extended Huygens–Fresnel principle, the properties of a beam array with random phase distributions propagation through a turbulence atmosphere in a slant path are analytically investigated. Influences of turbulence intensity, duty ratio, transmission height and the phase difference between the beams on the average intensity of the beam array are researched. The results show that turbulence can cause the decrease of the peak and the spreading of beam; at the same time, the smaller the duty ratio, the smaller peak intensity , the combination effect is even worse; with the random phase difference between the beams increasing, the main peak intensity decreases fast and the far–field coherent combining irradiance distribution gradually evolves into the pattern of the single Gauss beam distribution model. The results for a slant path are compared with those for a horizontal path, and as a result, the influence of the atmospheric turbulence to the beam spreading along the slant path is much smaller than that along the horizontal path. The mathematical model and calculation result can offer a reference for choosing and evaluating different combining schemes.

Key words atmospheric optics; atmospheric turbulence; random phase; beam array; propagation in slant path **OCIS codes** 010.1290; 010.1330; 140.3290

1 引 言

多年来,激光束在大气中的传输一直受到国内外同行的广泛关注。近几年,多个单光束组成的激光束阵 列因其在大气光传输中的应用潜力引起了人们的广泛注意。1999年,Lü等¹¹推导出了自由空间中径向分布激 光光束列阵的传输方程;2007年,苏州大学Cai等¹²则探讨了在湍流大气中传输的圆径向光束阵列和矩形光束 阵列光强分布;四川大学Ji等¹³研究了高斯-谢尔模型、双曲余弦高斯阵列光束的在大气湍流中的传输因子。 目前,理论研究工作大多集中在具有相同初始相位的光束阵列模型,而在实际工作中,光纤激光相干阵列受到

收稿日期: 2015-01-13; 收到修改稿日期: 2015-03-04

基金项目:国家部委预研项目(62401110309)、教育部博士点基金(20110203110009)、中央高校基本科研业务费专项资金项目(NSIY011401)

作者简介: 卢 芳(1985—), 女, 博士研究生, 主要从事激光大气传输方面的研究。E-mail: lufang11@163.com

导师简介:韩香娥(1962—),女,博士,教授,主要从事光传输、散射方面的研究。E-mail:xehan@mail.xidian.edu.cn(通信联系人)

光学学报

各种因素的影响,各个子光束之间存在一定的相位差对合成光束的峰值光强和光束质量都有较为明显的影响。 2009年,中国科学院上海光学精密机械研究所王炜等¹⁶¹从理论分析和数值计算的角度,分别对阵列光纤激光器 中每一个子阵元的振幅,初始相位和偏振态对光束合成效率及远场分布效果进行了分析和比较。2010年,Zhou 等¹⁵¹用解析法推导了部分相干锁相光束阵列在大气湍流中的传输解析式,分析了光源空间相干长度和初始随 机相位差对光强分布的影响。2014年,本课题组提出用径向光纤阵列产生部分相干光并搭建实验,通过相位 调制器对各路光束进行相位调制后阵列合成输出,经初步测量分析,其产生的光场具有空间部分相干特性。

以上工作均考虑光束在水平路径中传输(即大气折射率结构参量为常数),然而在星地激光通信、激光雷 达等激光大气工程应用领域中,激光束在大气湍流中通常是沿着斜程路径进行传输的,此时大气结构常数 与传播路径的变化有很大关系^[6-8],因此,对激光束阵列在大气湍流中斜程传输特性的研究具有现实意义。 本文根据广义惠更斯-菲涅尔原理,以带随机相位的径向分布阵列光束为模型,对其在湍流大气中的斜程传 输特性进行了仿真和分析。

2 理论分析

本文以径向分布光束阵列为例,模型如图1所示。假定阵列由N+1東束腰宽度均为 w_0 的基模高斯光束组成,每个光束都是圆对称的,阵元间距为d,光束中心坐标为 (a_{mn},b_{mn}) ,其中m=0表示原点处的光束,m=1表示外围的光束, φ_{mn} 则表示m处的第n束光的初始随机相位, $n=1, 2, 3, \dots, N$ 。设入射光束所在平面为z=0的面,且沿z轴正方向传输。



图1 径向光束阵列示意图

Fig.1 Schematic diagram of the radial laser beam array

单束基模高斯光束光场为[9-10]

$$E(x, y, 0) = \exp\left[-\frac{(x - a_{mn})^2 + (y - b_{mn})^2}{w_0^2}\right] \exp(j\varphi_{mn}).$$
(1)

根据本文所描述的阵列模型,(1)式中有[11]

$$a_{mn} = \sum_{m=0}^{1} md \cdot \cos\left[\frac{(n-1)2\pi}{6m}\right],\tag{2}$$

$$b_{mn} = \sum_{m=0}^{1} md \cdot \sin\left[\frac{(n-1)2\pi}{6m}\right].$$
 (3)

根据广义惠更斯-菲涅耳衍射积分原理,可以得到光束阵列中单个光束在大气湍流中传输的光场表达式为121

$$E(u,v,z) = \left(-\frac{\mathrm{i}}{\lambda z}\right) \exp\left(\mathrm{i}\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \int \exp\left[-\frac{\left(x-a_{mn}\right)^{2}+\left(y-b_{mn}\right)^{2}}{w_{0}^{2}}\right] \times \exp\left[\mathrm{i}\frac{\pi}{\lambda z}\left(x-u\right)^{2}+\mathrm{i}\frac{\pi}{\lambda z}\left(y-v\right)^{2}\right] \exp\left[\phi\left(x,y;u,v\right)\right] \exp\left(\mathrm{j}\varphi_{mn}\right) \mathrm{d}x\mathrm{d}y,\tag{4}$$

式中(u,v)为z平面内任意一点, λ 为波长, $\phi(x,y;u,v)$ 为球面波在湍流大气中从点(x,y,0)到点(u,v,z)传输过程中引入的复随机相位起伏。

假定初始各光束是完全相干叠加的,每路激光的出射相位在控制精度内相互独立地随机变化,则光束

阵列总的光场分布为[13]

$$E^{\text{total}}(u,v,z) = \left(-\frac{\mathrm{i}}{\lambda z}\right) \exp\left(\mathrm{i}\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \sum_{n=1}^{N} \iint \exp\left[-\frac{\left(x-a_{mn}\right)^{2}+\left(y-b_{mn}\right)^{2}}{w_{0}^{2}}\right] \times \exp\left[\mathrm{i}\frac{\pi}{\lambda z}\left(x-u\right)^{2}+\mathrm{i}\frac{\pi}{\lambda z}\left(y-v\right)^{2}\right] \times \exp\left[-\frac{\mathrm{i}}{\omega z}\left(x-u\right)^{2}+\mathrm{i}\frac{\pi}{\lambda z}\left(x-u\right)^{2}\right) + \mathrm{i}\frac{\pi}{\lambda z}\left(x-u\right)^{2}+\mathrm{i}\frac{\pi}{\lambda z}\left(x-u\right)^{2}\right] \times \exp\left[-\frac{\mathrm{i}}{\omega z}\left(x-u\right)^{2}+\mathrm{i}\frac{\pi}{\lambda z}\left(x-u\right)^{2}\right] \times \exp\left[-\frac{\mathrm{i}}{\omega z}\left(x-u\right)^{2}+\mathrm{i}\frac{\pi}{\lambda z}\left(x-u\right)^{2}\right] + \exp\left[-\frac{\mathrm{i}}{\omega z}\left(x-u\right)^{2}+\mathrm{i}\frac{\pi}{\lambda z}\left(x-u\right)^{2}\right] + \exp\left[-\frac{\mathrm{i}}{\omega z}\left(x-u\right)^{2}+\mathrm{i}\frac{\pi}{\lambda z}\left(x-u\right)^{2}\right] + \exp\left[-\frac{\mathrm{i}}{\omega z}\left(x-u\right)^{2}\right]$$

 $\exp[\phi(x,y;u,v)]\exp(j\varphi_{mn})dxdy,$

由光场分布公式,可以求得平均光强分布为

$$\langle I(u,v,z) \rangle = \langle E^{\text{total}}(u,v,z) E^{\text{total}*}(u,v,z) \rangle = \frac{1}{\lambda^2 z^2} \sum_{n=1}^{N} \sum_{q=1}^{N} \iint dx_1 dx_2 dy_1 dy_2 \exp \left[-\frac{(x_1 - a_{mn})^2 + (y_1 - b_{mn})^2}{w_0^2} \right] \times \\ \exp \left[-\frac{(x_2 - a_{mq})^2 + (y_2 - b_{mq})^2}{w_0^2} \right] \exp \left[i \frac{\pi}{\lambda z} (x_1 - u)^2 + i \frac{\pi}{\lambda z} (y_1 - v)^2 \right] \times \\ \exp \left[-i \frac{\pi}{\lambda z} (x_2 - u)^2 - i \frac{\pi}{\lambda z} (y_2 - v)^2 \right] \times \exp \left[j (\varphi_{mn} - \varphi_{mq}) \right] \times \left\langle \exp \left[\phi (x_1, y_1; u, v) \right] \exp \left[\phi^* (x_2, y_2; u, v) \right] \right\rangle,$$
(6)

式中(•)表示对时间求平均,最后一项满足[14]

$$\left\langle \exp[\phi(x_1, y_1; u, v)] \exp[\phi^*(x_2, y_2; u, v)] \right\rangle = \exp\left\{-\left[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2\right]/\rho_0^2\right\},$$
 (7)

其中,ρ。是球面波在湍流大气中传输时的大气相干长度,在斜程路径上可以表示为^[15-16]

$$\rho_{0} = \left[0.545k^{2} \sec \zeta \int_{0}^{H} C_{n}^{2}(h) dh \right]^{-3/5},$$
(8)

其中, ζ 代表发射光束天顶角的大小, H=z cosζ, 为地面上发射点到大气中接收点的实际高度, C²_n(h) 为斜程传输时随高度变化的大气折射率结构参量。本文采用2001年国际电信联盟无线电通信部门提出的随高度变化的ITU-R 大气结构常数, 即^{117]}

 $C_{n}^{2}(h) = 8.148 \times 10^{-56} v_{RMS}^{2}(h)^{10} \exp(-h/1000) + 2.7 \times 10^{-16} \exp(-h/1500) + C_{n0}^{2} \exp(-h/100),$ (9) 式中 $v_{RMS} = (v_{g}^{2} + 30.69 v_{g} + 384.91)^{1/2}$, 是垂直路径均方根风速,其中 v_{g} 是近地面风速,当地面风速未知时,一般 取 2.87 m/s,可得到 $v_{RMS} = 21$ m/s, C_{n0}^{2} 是近地面大气结构常数,典型值为 1.7×10^{-14} m^{-2/3}。

假设每个阵元的输出相位变化都是均值为零、方差为 $\langle \delta \rangle^2$ 的高斯变量,控制在 - $\pi \sim \pi$ 之间变化,由高斯 矩理论,(6)式中 $\langle \exp[j(\varphi_{mn} - \varphi_{mq})] \rangle$ 可以改写为^[4,18]

$$\left\langle \exp\left[j\left(\varphi_{mn}-\varphi_{mq}\right)\right]\right\rangle = \exp\left(-\left\langle\delta\right\rangle^{2}/2\right).$$
 (10)

将(7)式和(10)式代入(6)式,经过复杂的积分运算,最后可得该模型光束阵列在湍流大气中斜程传输的解 析式为

$$\left\langle I(u,v,z)\right\rangle = \frac{w_0^4 \pi^2 \rho_0^2}{w_0^4 \pi^2 \rho_0^2 + 2w_0^2 \lambda^2 z^2 + \lambda^2 \rho_0^2 z^2} \times \sum_{n=1}^{N} \sum_{q=1}^{N} \exp\left\{-\left[\left(u - a_{mn}\right)^2 + \left(v - b_{mn}\right)^2\right] \left(w_0^2 \pi^2 \rho_0^2 - i\lambda \pi \rho_0^2 z\right) - \left[\left(u - a_{mq}\right)^2 + \left(v - b_{mq}\right)^2\right] \left(w_0^2 \pi^2 \rho_0^2 + i\lambda \pi \rho_0^2 z\right) - \lambda^2 z^2 \left[\left(a_{mn} - a_{mq}\right)^2 + \left(b_{mn} - b_{mq}\right)^2\right]\right\} \right/ (w_0^4 \pi^2 \rho_0^2 + 2w_0^2 \lambda^2 z^2 + \lambda^2 z^2 \rho_0^2) \times \exp\left(-\left\langle\delta\right\rangle^2 / 2\right).$$
(11)

由(11)式可以看出当方差为0时,远场光强为相干远场光强分布,相位方差越大即相位抖动越大时,所带来的相干合成效果降低,空间相干性降低,光强峰值降低。

3 数值计算与分析

根据理论模型,以图1所示的阵列结构为例进行数值计算仿真,分析不同参数对上述模型阵列光束在湍流大气中斜程传输的影响。全文计算参数:光束半径 ω₀=10 mm,波长 λ=1550 nm。

图 2 是随机相位阵列光束在不同湍流强度下的斜程传输光强空间分布图,光束间距 d = 50 mm,天顶角 $\zeta = \pi/3$,各光束初始相位相同,传输距离 z = 1 km,如图 2(a)~(d)所示,其中图 2(a)是在自由空间传输的情况,

(5)

图 2(a)~(b)为湍流大气中传输的情况。由于大气湍流的影响导致各光束之间彼此发生相干叠加的相干性遭到了一定程度的破坏,随着湍流强度的增加,光束扩展严重,峰值光强也随之下降。



图 2 随机相位阵列光束在大气中斜程传输时,在不同湍流强度处的光强空间分布的等高线图。(a) 自由空间; (b) $C_{a0}^2 = 1.7 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$; (c) $C_{a0}^2 = 1.7 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$; (d) $C_{a0}^2 = 1.7 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$

Fig.2 Propagation of beam array with random phase through atmospheric turbulence in a slant path, contour of

the irradiance spatial distribution with different turbulence intensities. (a) Free space;

(b) $C_{n0}^2 = 1.7 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$; (c) $C_{n0}^2 = 1.7 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$; (d) $C_{n0}^2 = 1.7 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$

图 3 是不同占空比 $\tau = 2w_0/d$ 的阵列光束在湍流大气中斜程传输的平均光强分布图。天顶角 $\zeta = \pi/3$,



图 3 不同占空比下的光强分布。(a) $\tau = 1$; (b) $\tau = 0.5$; (c) $\tau = 0.4$; (d) $\tau = 0.3$ Fig. 3 Intensity distribution corresponding to different duty ratios. (a) $\tau = 1$; (b) $\tau = 0.5$; (c) $\tau = 0.4$; (d) $\tau = 0.3$

各光束初始相位相同,传输距离 z=1 km,如图 3(a)~(d)所示,当占空比较大时,如 r=1时,光强分布基本呈现 单一的主峰,几乎观察不到侧缝;当占空比较小时,如 r=0.5 时,主峰宽度也有所减小,变得更加尖锐,能够 明显观察到侧缝;当占空比更小时,如 r=0.3 时,观察不到明显的主峰,光强分布呈现多个峰并存的形式。 并且占空比越小,合成光场的峰值光强越小,即合成效果越差。因此,选择合适的占空比可能同时得到多个 峰值较大的侧峰和获得较好的合成效果。

图 4 是加上随机相位的阵列光束在湍流大气中斜程传输时的光强分布,参数取地面附近大气结构常数 $C_{n0}^2 = 1.7 \times 10^{-14} \text{m}^{-2/3}$,天顶角 $\zeta = \pi/3$,光束间距 d = 50 mm,传输距离 z = 3 km。由图 4 可知,当随机相位方差 为 0 的时候,即每一路光束初始相位相同,x轴上的光强峰值功率最高,主峰与次峰对比明显,当方差为 $\pi/2$ 时,光强峰值功率降低,当方差继续增大到 π 时,光强峰值功率继续降低,主峰与次峰已经没有明显区别,此 时,光强分布已近似于高斯光束的光强分布。由此可见,光束间的相位差会对合成效果产生明显的影响,工 程上可以通过相位的调制来获得具有不同相干性的合成光束。

图 5 是典型条件下,取不同天顶角时阵列光束的光强分布,典型参数值为取地面附近大气结构常数 *C*²_{n0} = 1.7×10⁻¹⁴ m^{-2/3},地面风速取 2.87 m/s,各光束初始相位相同,光束间距 *d* = 50 mm,传输距离 *z* = 3 km。 当*ζ* = π/2 时,即沿水平路径传输,天顶角越大说明接收点越高,由图可知,在一定的传输距离内,如果接收 机越高,接收到的光束强度越大,大气湍流的影响也就越小,并且,水平传输时的光束束宽要比斜程传输时 大的多,即相同条件下光束阵列在水平传输时的光束扩展更严重,也就是说斜程传输时波束受大气湍流的 影响比水平传输时要小的多,这是因为传输高度越高湍流的强度越弱。



4 结 论

根据广义惠更斯-菲涅耳原理,理论研究了具有随机相位的激光束阵列在湍流大气中的斜程传输特性。研究结果表明,随机相位光束阵列斜程传输时随着湍流强度的增加,峰值光强会减小,有光束扩展现象。占空比越小,合成光场的峰值光强越小,即合成效果越差。光束间相位差的增大,会降低主峰与侧峰的差别,最终近似于单束高斯光场分布模型。通过对水平路径和斜程路径传输的比较,在典型条件下,发现水平传输的光束扩展比斜程传输时更严重,接收端光束强度更小,即斜程传输时波束受大气湍流的影响比水平传输时要小得多,这是因为传输高度越高湍流的强度越弱。

参 考 文 献

1 B Lü, B Zhang, H Ma, Beam-propagation factor and mode-coherence coefficients of hyperbolic-cosine Gaussian beams[J]. Opt Lett, 1999, 24(10): 640-642.

² Y Cai, Y Chen, H T Eyyuboglu. Propagation of laser array beams in a turbulence atmosphere[J]. Appl Phys B, 2007, 88: 467-475.

- 3 Xiaoling Ji, Xiaoli Shao. Influence of turbulence on the beam propagation factor of Gaussian Schell-model array beams[J]. Optics Communications, 2010, 283(6): 869-873.
- 4 Wang Wei, He Bing, Zhou Jun, *et al.*. Study on far-field intensity distribution of fiber laser used in coherent beam combination[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(8): 2248-2255.
- 王 炜,何 兵,周 军,等.光纤激光相干阵列远场光强分布的影响分析[J].光学学报,2009,29(8):248-2255.
- 5 Pu Zhou, Xiaolin Wang, Yanxing Ma, *et al.*. Propagation of partially coherent partially phase-locked laser array in turbulent atmosphere [J]. Optics Communications, 2010, 283(6): 1071-1074.
- 6 Liu Jun, Wu Pengli, Gao Ming. Wander and spreading of polarized and partially coherent laser propagation on slant path in turbulence atmospheric[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(10): 1013001.
- 刘 钧, 吴鹏利, 高 明. 偏振部分相干激光斜程湍流大气传输的漂移扩展[J]. 中国激光, 2012, 39(10): 1013001.
- 7 Yi Xiuxiong, Guo Lixin, Wu Zhensen. Study on the optical scintillation for gaussian beam propagation in the slant path through the atmospheric turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(4): 433-438.

易修雄,郭立新,吴振森.高斯波束在湍流大气斜程传输中的闪烁问题研究[J].光学学报,2005,25(4):433-438.

8 Li Xiaofeng. The Principle and Technology of the Satellite-to-Ground Laser Communication Links[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007: 129-132.

李晓峰. 星地激光通信链路原理技术[M]. 北京: 国际工业出版社, 2007: 129-132.

- 9 P Zhou, X Wang. Propagation of general-type of phase-locked beam array in a turbulent atmosphere[J]. Appl Phys B, 2010, 100(4): 903-908.
- 10 Yang Baolai, Wang Xiaolin, Zhou Pu, et al.. Research on all-fiber laser coherent combining system based on fiber-loop[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(10): 1005001.

杨保来, 王小林, 周 朴, 等. 全光纤结构的光纤环被动锁相相干合成研究[J]. 中国激光, 2014, 41(10): 1005001.

- 11 Xinyan Fan, Jingjiao Liu, Jinsheng Liu, *et al.*. Coherent combining of a seven-element hexagonal fiber array[J]. Optics & Laser Technology, 2010, 42(2): 274-279.
- 12 Zheng Weiwei, Wang Liqin, Xu Jingping, *et al.*. Studies on propagation of laser beam array with initial phase distributions in a turbulent atmosphere[J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(7): 5098-5103. 郑巍巍, 王丽琴, 许静平, 等. 带初相位分布的径向基模激光束列阵在湍流大气中的传输特性研究[J].物理学报, 2009,58(7): 5098-5103.
- 13 Xiao Rui, Hou Jing, Jiang Zongfu. Effect of partial coherence laser arrays on far-field output properties[J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(2): 853-859.

肖 瑞,侯 静,姜宗福.激光器阵列的部分相干性对相干合成远场输出特性的影响[J].物理学报,2008,57(2):853-859.

- 14 Pu Zhou, Zejin Liu, Xiaojun Xu, et al.. Propagation of phase-locked partially coherent flattened beam array in turbulent atmosphere[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2009, 47(11): 1254-1258.
- 15 Xiuxiang Chu, Zejin Liu, Yi Wu. Propagation of a general multi-Gaussian beam in turbulent atmosphere in a slant path[J]. J Opt Soc Am A, 2008, 25(1): 74-79.
- 16 Zhou Jian, Sun Jianfeng, Lu Wei, et al.. Real-time measurement of atmospheric coherence length based on lateral shearing interferometry [J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(12): 1208006.

周 健,孙建锋,鲁 伟,等.基于剪切干涉法的大气相干长度直接实时测量[J].中国激光,2014,41(12):1208006.

- 17 ITU-R Document. Propagation Data and Prediction Methods Required for the Design of Space-to-Earth and Earth-to-Space Optical Communication Systems[R]. Rec. ITU-R P.618-11, 2001.
- 18 Pu Zhou, Xiaolin Wang, Yanxing Ma. Propagation of partially coherent partially phase-locked laser array in turbulent atmosphere[J]. Optics Communications, 2010, 283(6): 1071-1074.

栏目编辑: 史 敏