

# 基于正交模式扰动梯度下降算法的自适应 光学控制技术

陈 波<sup>1</sup> 杨 靖<sup>2</sup> 李新阳<sup>3</sup> 杨 旭<sup>1</sup> 李小阳<sup>1</sup>

<sup>1</sup>河北联合大学电气工程学院, 河北 唐山 063009

<sup>2</sup>河北联合大学图书馆, 河北 唐山 063009

<sup>3</sup>中国科学院光电技术研究所自适应光学研究室, 四川 成都 610209

**摘要** 针对无波前探测自适应光学提出一种基于正交模式扰动梯度下降(OP\_GD)算法的控制技术。通过与串行扰动梯度下降算法和随机并行梯度下降(SPGD)算法对比,分析了该算法的可行性和收敛速度。在此基础上,采用液晶空间光调制器(LC\_SLM)作为波前校正器,建立了基于该控制技术的自适应光学实验装置,实验研究了算法的收敛特性。实验结果表明,正交模式扰动梯度下降算法具有很好的全局收敛性,其收敛速度和SPGD算法相当。但是与SPGD算法相比,正交模式扰动梯度下降算法无需设计伪随机序列发生器,因此硬件实现更加容易。

**关键词** 自适应光学; 无波前探测; 正交模式; 梯度下降

中图分类号 TP273.2

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0801004

## Adaptive Optics Control Technique Based on Orthogonal Mode Perturbance Gradient Descent Algorithm

Chen Bo<sup>1</sup> Yang Jing<sup>2</sup> Li Xinyang<sup>3</sup> Yang Xu<sup>1</sup> Li Xiaoyang<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Electrical Engineering, Hebei United University, Tangshan, Hebei 063009, China

<sup>2</sup> Library, Hebei United University, Tangshan, Hebei 063009, China

<sup>3</sup> Laboratory on Adaptive Optics, Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China

**Abstract** For wavefront sensorless adaptive optics systems, a control technique based on the orthogonal mode perturbance gradient descent (OP\_GD) algorithm is proposed. The feasibility and convergence speed of this method are analyzed comparing with the serial gradient descent algorithm and stochastic parallel gradient descent (SPGD) algorithm. After that, an adaptive optics setup with liquid crystal spatial light modulator (LC\_SLM) is set up, and the convergence characteristic is analyzed experimentally. The results show that this algorithm has a good global convergence characteristic and almost the same convergence speed as SPGD algorithm. However, compared with SPGD algorithm, the orthogonal mode perturbance gradient descent algorithm is easier to perform with hardware because the pseudo-random sequence generator is unnecessary.

**Key words** adaptive optics; wavefront sensorless; orthogonal mode; gradient descent

**OCIS codes** 010.1080; 010.1330; 010.3310; 120.4820

## 1 引 言

无波前探测自适应光学系统所采用的控制方法大多为各种优化搜索算法。系统在进行波前像差校正时,优化算法以成像清晰度、接收光能量等指标为优化目标,以波前校正器的控制信号为优化变量,通过多次迭代得到接近理想的校正效果<sup>[1]</sup>。与基于波前探测的自适应光学相比,无波前探测自适应光学系统无需

收稿日期: 2015-01-22; 收到修改稿日期: 2015-03-18

基金项目: 河北省自然科学基金(F2013209149)、河北省高等学校科技计划(QN2014042)

作者简介: 陈 波(1984—),男,博士,讲师,主要从事自适应光学技术、优化控制等方面的研究。

E-mail: chenbo182001@163.com

波前传感器,具有结构简单、体积小等优点,因此在成像、激光腔内校正、光通信、相干合成等领域具有独特的应用价值<sup>[2-5]</sup>。

在无波前探测自适应光学中,随机并行梯度下降(SPGD)算法是近年来关注度最高的算法之一,而且也是效率最高的算法之一<sup>[6-7]</sup>。SPGD算法在迭代过程中首先生成一组随机信号(通常为伯努利分布),然后按照一定的方式施加到波前校正器上,估计目标函数的梯度,最后完成控制信号更新<sup>[8-9]</sup>。利用硬件实现基于该算法的波前控制器时,首先需要设计一个伪随机序列发生器,以实时产生M序列或Gold序列作为扰动信号<sup>[10-14]</sup>。随着波前校正器单元数目的增加,需要的伪随机序列的数量相应增加,从而给硬件设计和实现带来一定的难度<sup>[12]</sup>。此外,如果产生的随机序列间存在较大相关性时,即扰动信息冗余,还有可能进一步影响算法的收敛效率。为此,本文研究了一种基于正交模式扰动的梯度下降(OP\_GD)算法,并通过实验分析了基于该算法的自适应光学校正性能。

## 2 基于正交模式扰动梯度下降算法的自适应光学

基于相位共轭原理的无波前探测自适应光学系统如图1所示。光电探测器探测光强信号,性能分析模块根据光电探测器的信号计算性能指标值J,波前控制器采用一定的优化算法对波前校正器的控制信号u进行多次迭代,使得性能指标J达到最优。理想情况下,这时波前校正器产生的相位φ(x,y)与入射波前相位共轭,如(1)式所示:

$$\varphi(x,y) = \sum_{i=1}^N u_i F_i(x,y), \quad (1)$$

式中  $F_i(x,y)$  为波前校正器第  $i$  个控制通道的影响函数。上式用矩阵形式表示为

$$\Phi = Fu. \quad (2)$$

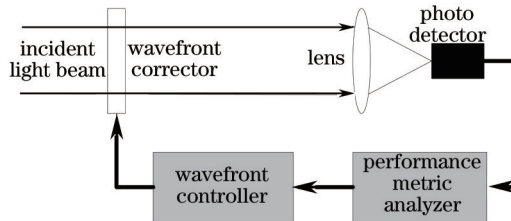


图1 无波前探测自适应光学模型

Fig.1 Scheme of wavefront sensorless adaptive optics

因此,对于无波前探测自适应光学而言,其实质就是利用各种算法,通过多次迭代求解(2)式,使得性能指标J最优。因此,优化算法的收敛特性至关重要。

OP\_GD算法与SPGD算法类似。在第k次闭环迭代时,首先产生一组扰动信号 $\Delta u^{(k)}$ ;然后将 $u^{(k-1)} + \Delta u^{(k)}$ 信号输出到波前校正器上,性能分析模块根据光强信号计算性能指标 $J^+$ ;将 $u^{(k-1)} - \Delta u^{(k)}$ 信号输出到波前校正器上并计算相应的性能指标值 $J^-$ ;最后更新控制信号 $u^{(k)}$ :

$$u^{(k)} = u^{(k-1)} + \gamma \Delta u^{(k)} (J^+ - J^-), \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (3)$$

式中  $\gamma$  为步长常数,当期望目标函数趋于最大时该值取正数,反之为负数。

与SPGD算法不同的是,OP\_GD算法中的扰动信号 $\Delta u^{(k)}$ 是利用一个已知的正交矩阵产生,而不是由随机序列发生器产生。对于一个含N个单元的校正器,OP\_GD算法在迭代过程中,循环利用一个 $N \times N$ 的正交矩阵M的列向量作为扰动向量 $\Delta u^{(k)}$ ,如图2所示。从模式的角度而言,上述迭代过程也可以看作是寻找矩阵M的列向量权重h,使得性能指标J最优,即波前校正器产生相位 $\Phi = Xh$ ,其中X为每个列向量对应的影响函数,结合图2和(2)式可以表示为 $X = FM$ 。由于校正器影响函数F一般具有空间完备性(例如变形镜影响函数、Zernike模式),同时考虑到M为正交矩阵,因此X也具有空间完备性,或者说扰动模式是完备的,因此通过充分迭代就可以得到确定的h。进一步,根据(2)式以及 $\Phi = Xh$ 和 $X = FM$ ,可得 $u = Mh$ 。

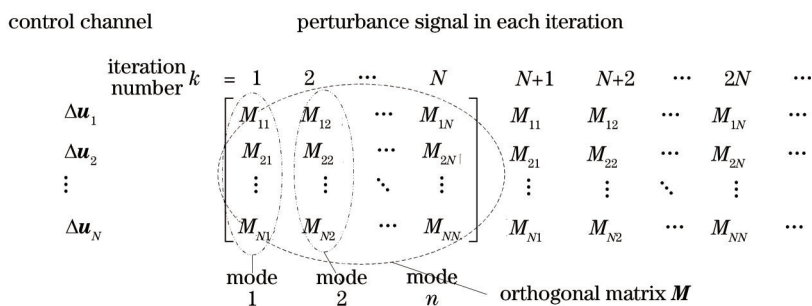


图2 OP\_GD算法每次迭代时的扰动信号

Fig.2 Perturbance signal in each iteration of OP\_GD algorithm

事实上,已经在自适应光学中成功应用的串行扰动梯度下降法(爬山法)<sup>[15]</sup>,可以看作是OP\_GD算法的一个特例。对于串行扰动梯度下降算法,根据其扰动特性,其迭代过程中的扰动信号是循环使用正交矩阵  $E$  的列向量,其中  $E$  为单位矩阵乘以一个扰动幅度常数  $\sigma$ ,如图3所示。因此从模式的角度而言,上述过程可以看作是寻找每个模式的大小  $e$ ,最终使得性能指标  $J$  最优,即  $\Phi = Xe$ 。同样,由于  $E$  为正交矩阵,结合以上分析可得  $u = Eh$ 。

根据以上分析,从扰动信号的产生方法来看,串行扰动梯度下降算法采用单位(正交)矩阵生成扰动模式,而OP\_GD算法则是采用一般的正交矩阵生成扰动模式,因此串行扰动梯度下降算法可以看作是OP\_GD算法的特例。从扰动方式上来看,OP\_GD算法采用了类似于SPGD算法的并行扰动方式,因此收敛速度应当与SPGD算法相同,优于串行扰动梯度下降算法。从算法实现的角度来看,与SPGD算法相比,OP\_GD算法的扰动模式可以事先生成,闭环迭代时直接调用即可,因此在硬件实现时更加容易。

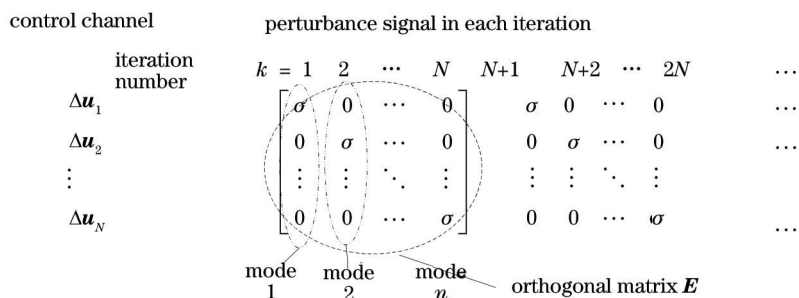


图3 串行扰动梯度下降算法每次迭代时的扰动信号

Fig.3 Perturbance signal in each iteration of serial gradient descent algorithm

### 3 实验及数据分析

#### 3.1 实验方案

建立了如图4所示的基于OP\_GD算法的自适应光学实验系统,其中的线条表示光路。激光器的出射光依次经过衰减片、偏振片、准直束镜、光阑、平面反射镜后投射到液晶空间光调制器(LC\_SLM波前校正器)上,经过相位调制后的出射光束经过透镜聚焦到电荷耦合元件(CCD)上。经过光阑后的光束直径约为6 mm,液晶为BNS公司256 pixel×256 pixel的向列型液晶,CCD为德国SVS-Vistek公司的svs340 MTR CPC,像素大小为7.4 μm×7.4 μm,像素深度为12位,像素数为480 pixel×640 pixel,实验中只利用其中心128 pixel×128 pixel部分。

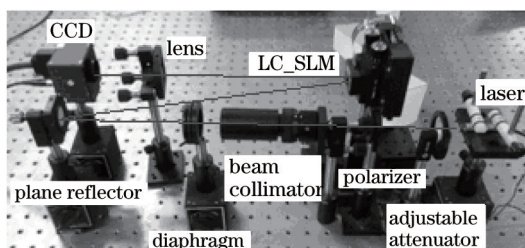


图4 基于OP\_GD算法的自适应光学实验系统

Fig.4 Adaptive optics experimental setup based on OP\_GD algorithm

计算机读取 CCD 数据  $I(x,y)$ , 计算(4)式所示的平均半径作为优化目标<sup>[16]</sup>:

$$J = \frac{\sum \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} I(x,y)}{\sum I(x,y)}, \quad (4)$$

式中  $x'$  和  $y'$  表示图像数据  $I(x,y)$  的质心; 利用前述 OP\_GD 算法对一定数量的 Zernike 模式系数  $u$  进行迭代, 并根据液晶工作原理转化为相应的控制信号加载到液晶空间光调制器上, 实现波前畸变补偿。OP\_GD 算法中正交矩阵  $M$  的产生方法为: 利用 Matlab 软件中 rand 函数产生大小位于  $-0.5 \sim 0.5$  之间的  $N \times N$  维随机数矩阵, 调用 orth 函数对其正交化即可获得  $M$ 。实验中使用的  $20 \times 20$  的正交矩阵  $M$  如图 5(a) 所示, 其第  $i$  个列向量和第  $j$  个列向量的内积  $\eta(i,j)$  如图 5(b) 所示, 计算得知其最小值为  $6.5226 \times 10^{-16}$ 。

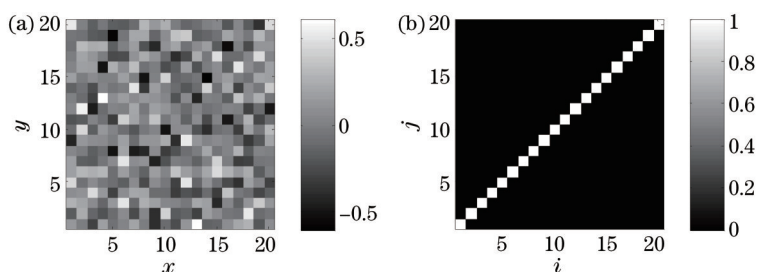


图 5 实验中使用的  $20 \times 20$  正交矩阵  $M$  及其列向量间的内积  $\eta(i,j)$ 。(a)  $M$ ; (b)  $\eta(i,j)$

Fig.5 Orthogonal matrix  $M$  by  $20 \times 20$  and the inner product  $\eta(i,j)$  of its column vectors. (a)  $M$ ; (b)  $\eta(i,j)$

为了检验 OP\_GD 算法的收敛特性, 采用的实验方案为: 利用液晶空间光调制器引入波前像差, 并由其自身进行校正, 即利用一定数量的 Zernike 模式随机产生波前相位并施加到液晶空间光调制器上作为实验系统中的波前像差, 然后利用液晶空间光调制器进行闭环校正。在此情况下, 闭环校正结果只取决于算法的收敛特性。

### 3.2 数据分析

利用前 23 阶 Zernike 模式(不包括前 3 阶: piston、 $x$ -tilt、 $y$ -tilt, 即  $N=20$ )随机产生 1 frame 相位数据作为入射波前像差, 其中低阶模式比重较大, 然后进行闭环校正, 实验结果如图 6 所示。图 6(a) 为校正前的 CCD 图像, 图 6(b) 为经过 400 次闭环迭代后的 CCD 图像, 图 6(c) 为闭环迭代过程中目标函数  $J$  的迭代曲线, 400 次迭

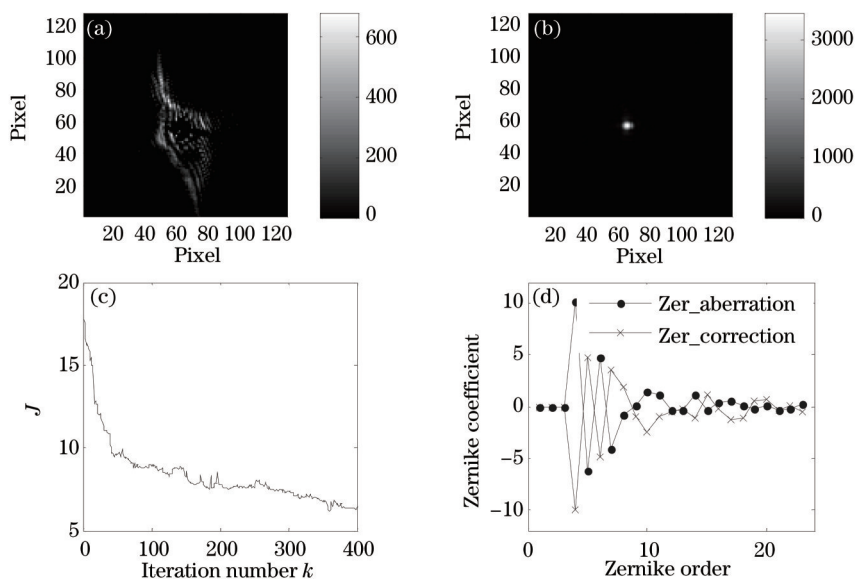


图 6 1 frame 波前像差的闭环校正结果。(a)校正前的 CCD 图像数据; (b) 400 次闭环迭代后的 CCD 图像; (c) 目标函数  $J$  的迭代曲线; (d) 入射波前像差和补偿波前相位对应的 Zernike 系数

Fig.6 Close-loop correction results of one frame random wavefront aberration. (a) Image data of CCD before correction; (b) image data of CCD after close-loop correction; (c) metric  $J$  in close-loop correction; (d) Zernike coefficient of aberration and compensation wavefront

代后收敛于 6.4870, 图 6(d) 为入射波前像差和补偿波前相位对应的 Zernike 系数(分别记做 Zer\_aberration 和 Zer\_correction), 计算得到二者的绝对值最大差值为 1.406(第 5 阶 Zernike 模式系数)。可以看出, 基于 OP\_GD 算法的自适应光学能够有效校正波前像差。

为了分析算法的全局收敛特性, 按照上述方法随机生成 20 frame 入射波前像差进行闭环迭代校正。校正前、后的目标函数值  $J$  如图 7 所示, 计算得到校正后的  $J$  的平均值和方差分别为 6.3252 和 0.2352, 可以看出 20 次闭环校正后  $J$  的一致性较好, 由此表明 OP\_GD 算法具有较高的全局收敛特性。

为了进一步分析 OP\_GD 算法的收敛速度, 编写了 SPGD 算法程序对上述 20 frame 入射波前像差进行闭环校正, 对比了两种算法的收敛速度, 结果如图 8 所示。可以看出, 两种算法的收敛速度没有明显的差异。

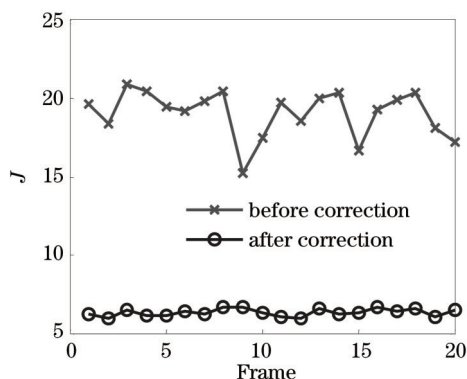


图 7 20 次闭环实验校正前、后对应的目标函数  $J$

Fig.7 Metric  $J$  before and after correction  
in 20 trials of test

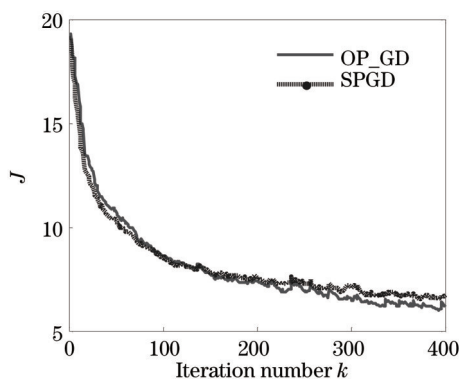


图 8 分别利用 OP\_GD 和 SPGD 算法闭环时  $J$  的收敛情况

Fig.8 Averaged metrics  $J$  when OP\_GD and SPGD  
algorithms are used separately

## 4 结 论

综合以上实验结果可知, OP\_GD 算法具有很好的全局收敛特性, 基于该算法的自适应光学系统能够有效校正波前像差, 而且作为一种并行扰动算法, 其收敛速度与 SPGD 算法相当。但是与 SPGD 算法相比, OP\_GD 算法通过调用提前生成的正交矩阵来产生扰动信号, 因此无需设计伪随机信号发生器, 硬件实现更加方便。

## 参 考 文 献

- 1 Muller R A, Buffington A. Real-time correction of atmospherically degraded telescope images through image sharpening[J]. JOSA, 1974, 64(9): 1200-1210.
- 2 Dong Lizhi, Lei Xiang, Liu Wenjin, *et al.*. Optimization of beam intensity distributions with intracavity bimorph deformable mirror[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2012, 24(7): 1691-1694.  
董理治, 雷 翔, 刘文劲, 等. 腔内双压电变形镜光强分布优化[J]. 强激光与粒子束, 2012, 24(7): 1691-1694.
- 3 Han Liqiang, Wang Qi, Shida Katsunori, *et al.*. Improving fiber coupling efficiency of free space optical communication using blind optimization wavefront correction[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2010, 22(9): 1999-2002.  
韩立强, 王 祁, Shida Katsunori, 等. 优化波前校正提高自由空间光通信光纤耦合效率[J]. 强激光与粒子束, 2010, 22(9): 1999-2002.
- 4 Yang Huizhen, Cai Dongmei, Chen Bo, *et al.*. Analysis of adaptive optics techniques without a wave-front sensor and its application in atmospheric laser communications[J]. Chinese J Lasers, 2008, 35(5): 680-684.  
杨慧珍, 蔡冬梅, 陈 波, 等. 无波前传感自适应光学技术及其在大气光通信中的应用[J]. 中国激光, 2008, 35(5): 680-684.
- 5 Shawn M R, Kevin J C, Jan E K, *et al.*. Active coherent beam combining of diode lasers[J]. Opt Lett, 2011, 36(6): 999-1001.
- 6 Yazdani R, Hajimahmoodzadeh M, Fallah H R. Adaptive phase aberration correction based on imperialist competitive algorithm[J]. Appl Opt, 2014, 53(1): 132-140.
- 7 Wu Jian, Yang Huizhen, Gong Chenglong. Research of stochastic parallel gradient descent algorithm based on segmentation random disturbance amplitude[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(7): 0712001.

- 吴 健, 杨慧珍, 龚成龙. 基于分段随机扰动幅值的随机并行梯度下降算法研究[J]. 中国激光, 2014, 41(7): 0712001.
- 8 Vorontsov M A, Carhart G W, Ricklin J C. Adaptive phase-distortion correction based on parallel gradient-descent optimization[J]. Opt Lett, 1997, 22(12): 907-909.
- 9 Chen Bo, Li Xinyang. Bandwidth of adaptive optics system based on stochastic parallel gradient descent algorithm[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(3): 030101.
- 陈 波, 李新阳. 基于随机并行梯度下降算法的自适应光学系统带宽[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(3): 030101.
- 10 Marc H C, Mikhail V, Gary C, *et al.*. Adaptive wavefront correction: A hybrid VLSI/optical system implementing parallel stochastic gradient descent[C]. SPIE, 1999, 3866: 176-182.
- 11 Alspector J, Gannett J W, Haber S, *et al.*. A VLSI-efficient technique for generating multiple uncorrelated noise sources and its application to stochastic neural networks[J]. IEEE Trans Circ Syst, 1991, 38(1): 109-123.
- 12 Zhang Jinbao, Chen Bo, Wang Caixia, *et al.*. FPGA hardware implementation of SPGD control algorithm for adaptive optics system[J]. Opto-Electronic Engineering, 2009, 36(9): 46-51.
- 张金宝, 陈 波, 王彩霞, 等. 自适应光学系统 SPGD 控制算法的 FPGA 硬件实现[J]. 光电工程, 2009, 36(9): 46-51.
- 13 Su Rongtao, Zhou Pu, Wang Xiaolin, *et al.*. High-speed high-precision phase controller for coherent beam combining of fiber lasers[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2012, 24(6): 1290-1294.
- 粟荣涛, 周 朴, 王小林, 等. 光纤激光相干合成高速高精度相位控制器[J]. 强激光与粒子束, 2012, 24(6): 1290-1294.
- 14 Wang Caixia, Li Mei, Li Xinyang, *et al.*. Real-time parallel wavefront processor for adaptive optics based on stochastic parallel-gradient-descent algorithm[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(11): 3076-3081.
- 王彩霞, 李 梅, 李新阳, 等. 基于随机并行梯度下降算法的自适应光学实时并行处理机[J]. 光学学报, 2010, 30(11): 3076-3081.
- 15 Jiang Wanhan, Huang Shufu, Wu Xubin. Hill-climbing adaptive optics wavefront correction system[J]. Chinese J Lasers, 1988, 15(1): 17-21.
- 姜文汉, 黄树辅, 吴旭斌. 爬山法自适应光学波前校正系统[J]. 中国激光, 1988, 15(1): 17-21.
- 16 Chen Bo, Yang Huizhen, Zhang Jinbao, *et al.*. Performances index and convergence speed of parallel gradient descent algorithm in adaptive optics of point source[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(5): 1143-1148.
- 陈 波, 杨慧珍, 张金宝, 等. 点目标成像自适应光学随机并行梯度下降算法性能指标与收敛速度[J]. 光学学报, 2009, 29(5): 1143-1148.

栏目编辑: 吴秀娟