

非旋波近似下双光子 Jaynes—Cummings 模型的量子特性

丛红璐¹ 任学藻² 廖旭²

¹北京交通大学海滨学院, 河北, 黄骅 061199

²西南科技大学理学院, 四川, 绵阳 621010

摘要 在非旋波近似下对双光子 Jaynes-Cummings(J-C)模型与单模相干态光场相互作用的量子特性进行了精确求解。对双光子 J-C 模型与单光子 J-C 模型量子纠缠和原子布居数反转的演化特点进行了对比, 讨论了平均光子数、光场与原子之间的耦合强度以及失谐对量子纠缠以及原子布居数反转的影响, 数值计算的结果表明, 随着光场与原子之间耦合强度的增大, 量子纠缠的周期性逐渐消失, 随着平均光子数的增加, 纠缠达到较稳定的最大值所需时间逐渐增大。无论耦合强度、平均光子数还是失谐的增大, 由非旋波项产生的虚光子效应逐渐增强, 量子纠缠演化曲线和原子布居数反转的塌缩区出现小锯齿状振荡。

关键词 量子光学; 双光子 Jaynes-Cummings 模型; 非旋波近似; 量子纠缠; 原子布居数反转

中图分类号 O431.2 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0727002

Quantum Properties of Two-Photon Jaynes-Cummings Model without Rotating Wave Approximation

Cong Honglu¹ Ren Xuezhao² Liao Xu²

¹Beijing Jiaotong University Haibin College, Huanghua, Hebei 061199, China

²School of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang, Sichuan 621010, China

Abstract Quantum properties of a two photon Jaynes-Cummings model (JCM) interacting with a single mode coherent light field is calculated mechanically without rotating wave approximation. The evolution properties of the two-photon JCM and JCM quantum entanglement and the atomic population inversion are contrasted. The effects of the mean photon number, the atom-field coupling coefficient and the detuning on the quantum entanglement and the atomic population inversion are studied. The numerical results indicate that, with the increase of the atom-field coupling coefficient, the period of the entanglement evolution disappear gradually, and it takes longer time for the mean entanglement to reach the maximum value with increasing of the mean photon number. The little indentation oscillation appears in the evolution curves of quantum entanglement and the collapse regime of the atomic population inversion, which is caused by virtual photon effect, weather increasing of the atom-field coupling coefficient or the mean photon number and the detuning.

Key words quantum optics; two-photon Jaynes-Cummings model; without rotating wave approximation; quantum entanglement; atomic population inversion

OCIS codes 270.5565; 270.5580; 270.4180

1 引 言

Jaynes-Cummings (J-C)模型是描述单模光场与二能级原子相互作用的理想模型^[1], 在实验上人们可以用高 Q 因子腔体和里德堡原子来实现这种模型^[2], 因此在探讨光场与物质相互作用时 J-C 模型(JCM)受到了广泛关注^[3-6]。随着研究的进展, 由于双光子微波激光器成功运转和双光子过程中原子具有周期性量子力学通道的特

收稿日期: 2015-01-06; 收到修改稿日期: 2015-03-06

基金项目: 国家自然科学基金(10635040)、河北省高等教育改革研究与实践项目(2015GJJG305)

作者简介: 丛红璐(1984-), 男, 硕士, 讲师, 主要从事量子光学方面的研究。E-mail: conghonglu@163.com

性,因此双光子J-C模型成为量子光学的重要模型^[7-8]。

量子纠缠作为量子力学最显著的特性之一,是量子通信、量子计算、量子信息传送和量子信息处理的重要基础^[9-10]。Phoenix等^[11-12]首先用熵来度量光场与原子之间的量子纠缠,近年来人们对熵理论的研究高度重视并做了大量的工作^[13-14]。随着实验技术的日趋完善,光场与原子相互作用的耦合强度达到超强数量级^[15-16],在强耦合情况下由非旋波项产生的量子噪声会对系统的动力学性质产生影响^[3-5],在纠缠的制备过程中,不可避免涉及环境、耗散以及噪声对量子系统的影响。因此在实际量子信息过程中需要从理论角度知道何种情况何时具有较大的量子噪声,从而从实验角度进行抑制或者阻止此现象的发生,从而保持和提高量子纠缠度^[17-26]。本文在非旋波近似下对双光子J-C模型与相干态光场之间的量子纠缠以及原子布居数反转进行了精确求解,讨论了平均光子数、光场与原子之间的耦合强度以及失谐对其演化的影响。

2 模型与求解

考虑二能级原子通过双光子跃迁与单模腔场发生相互作用,系统的哈密顿量在非旋波近似下可以写为^[20]

$$H = \frac{\omega_0}{2}(|E\rangle\langle E| - |G\rangle\langle G|) + \omega a^+ a + g(a^{+2} + a^2)(|E\rangle\langle G| + |G\rangle\langle E|), \quad (1)$$

式中 ω_0 和 ω 分别代表原子的能级间隔和腔场频率, $\Delta = 2\omega - \omega_0$ 为光子跃迁失谐量, $|E\rangle$ 和 $|G\rangle$ 为原子的上下能级, a 和 a^+ 为玻色子的产生湮灭算符, g 为光场与原子的耦合强度。对(1)式做平移变化 $|e\rangle = (|E\rangle + |G\rangle)/\sqrt{2}$, $|g\rangle = (|E\rangle - |G\rangle)/\sqrt{2}$, 得

$$H = \frac{\omega_0}{2}(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) + \omega a^+ a + g(a^{+2} + a^2)(|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|). \quad (2)$$

系统的波函数为

$$|\psi\rangle = |\phi_1\rangle|e\rangle + |\phi_2\rangle|g\rangle, \quad (3)$$

将(2)式和(3)式代入定态薛定谔方程,做 Bogoliubov 变换, $A = a \cosh \lambda + a^+ \sinh \lambda$, $B = a \cosh \lambda - a^+ \sinh \lambda$ 后得

$$\frac{\omega_0}{2}|\phi_2\rangle + \omega_1 A^+ A|\phi_1\rangle - \frac{\omega - \omega_1}{2}|\phi_1\rangle = E|\phi_1\rangle, \quad (4)$$

$$\frac{\omega_0}{2}|\phi_1\rangle + \omega_1 B^+ B|\phi_2\rangle - \frac{\omega - \omega_1}{2}|\phi_2\rangle = E|\phi_2\rangle, \quad (5)$$

式中 $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - 4g^2}$, $|\phi_1\rangle$ 和 $|\phi_2\rangle$ 可用一组完备基 $|n\rangle_A$ 和 $|n\rangle_B$ 展开

$$|\phi_1\rangle = \sum_{n=0}^N c_n |n\rangle_A = \sum_{n=0}^N c_n \frac{(A^+)^n}{\sqrt{n!}} (1 - \tanh^2 \lambda)^{\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{\tanh \lambda}{2} a^{+2}\right) |0\rangle, \quad (6)$$

$$|\phi_2\rangle = \sum_{n=0}^N d_n |n\rangle_B = \sum_{n=0}^N d_n \frac{(B^+)^n}{\sqrt{n!}} (1 - \tanh^2 \lambda)^{\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{\tanh \lambda}{2} a^{+2}\right) |0\rangle. \quad (7)$$

$|n\rangle_A$, $|n\rangle_B$ 分别是 A 空间和 B 空间的压缩数态,且满足正交归一性,将(6)、(7)式代入(4)、(5)式后分别左乘 ${}_A\langle m|$ 和 ${}_B\langle m|$, 得

$$\frac{\omega_0}{2} \sum_{n=0}^N d_n \langle m|n\rangle_B + (\omega_1 m - \frac{\omega - \omega_1}{2}) c_m = E c_m, \quad (8)$$

$$\frac{\omega_0}{2} \sum_{n=0}^N c_n \langle m|n\rangle_A + (\omega_1 m - \frac{\omega - \omega_1}{2}) d_m = E d_m. \quad (9)$$

式中

$${}_A\langle m|n\rangle_B = \frac{(\frac{g}{\omega})^{\frac{n}{2}}}{\sqrt{m!n!}} \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega}} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \frac{(-1)^k n!}{k!(n-2k)!} \left(\sqrt{\frac{\omega_1^2}{g\omega}}\right)^{n-2k} \left(\frac{g}{\omega}\right)^{\frac{n-n+2k}{2}} \frac{m!}{(\frac{m-n+2k}{2})!}, \quad (10)$$

$${}_B\langle m|n\rangle_A = \frac{(\frac{g}{\omega})^{\frac{m}{2}}}{\sqrt{m!n!}} \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega}} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \frac{(-1)^k m!}{k!(m-2k)!} \left(\sqrt{\frac{\omega_1^2}{g\omega}}\right)^{m-2k} \left(\frac{g}{\omega}\right)^{\frac{n-m+2k}{2}} \frac{n!}{(\frac{n-m+2k}{2})!}. \quad (11)$$

求解(8)和(9)式可得系统的能量本征值 $\{E^{(i)}\}^{[20]}$ 和对应的本征波函数 $\{c_n^{(i)}\}$ 和 $\{d_n^{(i)}\}$ 。

3 演化问题

若初始时刻原子处于激发态,光场处于相干态 $|\alpha\rangle = \exp(\alpha a^\dagger - \frac{\alpha^2}{2})|0\rangle$, 其中 $\bar{n} = \alpha^2$ 是初始时刻的平均光子数,则初始时刻波函数为:

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(\alpha a^\dagger - \frac{\alpha^2}{2}\right)|0\rangle(|e\rangle + |g\rangle) = \sum_{i=0}^{2N} k_i \left[\sum_{n=0}^N (c_n^{(i)} |n\rangle_A |e\rangle + d_n^{(i)} |n\rangle_B |g\rangle) \right]. \quad (12)$$

将(12)式分别左乘 $\langle m|_A$, $\langle m|_B$ 得到

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i c_m^{(i)} = \frac{\left[1 - \left(\frac{\omega - \omega_1}{2g}\right)^2\right]^{\frac{1}{4}} \exp\left[-\frac{\alpha^2}{2} \left(1 - \frac{\omega - \omega_1}{2g}\right)\right]}{\sqrt{2m!}} \left(\frac{\omega - \omega_1}{4g}\right)^{\frac{m}{2}} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \frac{(-1)^k m!}{k!(m-2k)!} \left(\alpha \sqrt{\frac{2\omega_1}{g}}\right)^{m-2k}, \quad (13)$$

$$\sum_{i=0}^{3N} k_i d_m^{(i)} = \frac{\left[1 + \left(\frac{\omega - \omega_1}{2g}\right)^2\right]^{\frac{1}{4}} \exp\left[-\frac{\alpha^2}{2} \left(1 - \frac{\omega - \omega_1}{2g}\right)\right]}{\sqrt{2m!}} \left(\frac{\omega - \omega_1}{4g}\right)^{\frac{m}{2}} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \frac{m!}{k!(m-2k)!} \left(\alpha \sqrt{\frac{2\omega_1}{g}}\right)^{m-2k}. \quad (14)$$

通过求解(13)和(14)式组成的非齐次线性方程组可得 $\{k_i\}$, 任意时刻的波函数为:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{i=0}^{2N} k_i \exp(-iE_i t) \left(\sum_{n=0}^N c_n^{(i)} |n\rangle_A |e\rangle + \sum_{n=0}^N d_n^{(i)} |n\rangle_B |g\rangle \right). \quad (15)$$

原子处于激发态时的布居几率为:

$$P = \frac{1}{2} \sum_{i,j=0}^{2N} k_i k_j \exp[-i(E_i - E_j)t] \left[\sum_{m=0}^N (c_m^{(j)*} c_m^i + d_m^{(j)*} d_m^i) + \sum_{n,m=0}^N (c_m^{(j)*} c_m^{(i)} \langle m|n\rangle_B + d_m^{(j)*} d_m^{(i)} \langle m|n\rangle_A) \right]. \quad (16)$$

原子布居数反转为: $W(t) = 2P - 1$, 利用场(原子)熵来定义原子与场相互作用时产生的量子纠缠。冯诺依曼熵定义为 $S = -\text{Tr} \rho \ln \rho^{[21]}$, $\rho = |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)|$, 原子的约化密度矩阵为

$$\rho_a(t) = \text{Tr}_f \rho = \sum_{ij=0}^{2N} k_i^* k_j \exp[-i(E_i - E_j)t] \begin{bmatrix} \sum_{m=0}^N c_m^{(i)} c_m^{(j)*} & \sum_{nm=0}^N c_n^{(i)} d_m^{(j)*} \langle m|n\rangle_A \\ \sum_{nm=0}^N d_n^{(i)} c_m^{(j)*} \langle m|n\rangle_B & \sum_{m=0}^N d_m^{(i)} d_m^{(j)*} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

如果选择(12)式给出的初态,则初始光场和原子均处于纯态,那么光场与原子相互作用的整个系统的熵为零。根据熵的 Arake - Lieb 不等式^[21]

$$|S_a - S_f| \leq S \leq |S_a + S_f|, \quad (18)$$

可知,在 $t \geq 0$ 的任意时刻,光场与原子的熵相等。因此可利用原子约化密度矩阵得到量子系统的场(原子)熵。

$$S_f(t) = S_a(t) = -\text{Tr}\{\rho_a(t) \ln \rho_a(t)\} = -\sum_k \lambda_k \ln \lambda_k, \quad (19)$$

式中 $\lambda_k (k=1,2)$ 为原子约化密度矩阵的本征值。

4 结果与讨论

图 1 为双光子 J-C 模型和 J-C 模型的量子纠缠以及原子布居数反转的演化图。从双光子纠缠的演化中可以看到,原子和光场的纠缠具有明显的周期性(周期为 π/g)和规则的振荡性。随着纠缠的演化,在 $t = n\pi/g$ 时量子纠缠变为零,此时光场与原子的纠缠最小,表现为退纠缠现象。通过双光子纠缠与双光子布居数反转的演化对比可以看出,退相干现象的时间正是布居数反转的回复时间。而原子布居数反转在 $t = (2n+1)\pi/2g, n=0,1,2,\dots$ 时出现塌缩现象,但量子纠缠达到最大值 ($\ln 2 \approx 0.7$)。在 J-C 模型演化规律中,布居数反转的塌缩区,正好对应量子纠缠的最小值,并且 J-C 模型也无退纠缠现象出现。这与双光子 J-C 模型

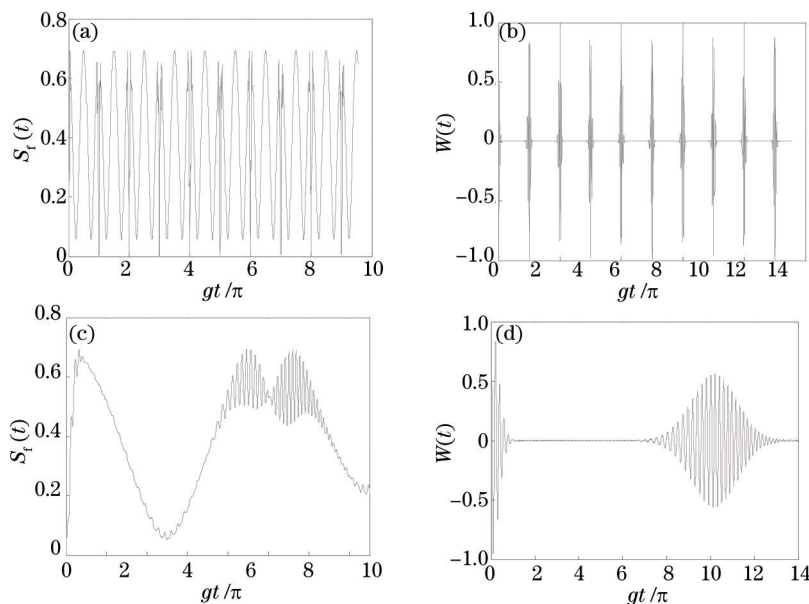


图 1 (a) 双光子纠缠随时间的演化;(b)双光子原子布居数反转随时间的演化;(c)单光子纠缠随时间的演化;
(d)单光子原子布居数反转随时间的演化。图中取 $\bar{n} = 25$, 双光子 $g = \omega_0/2000 = \omega/1000$; 单光子 $g = \omega_0/2000 = \omega/2000$
Fig.1 (a) Entanglement evolution of the two photon JCM; (b) atomic population inversion evolution of the two photon JCM; (c)
entanglement evolution of the JCM; (d) atomic population inversion evolution of the JCM.

In Fig. 1, $\bar{n} = 25$, two photon JCM $g = \omega_0/2000 = \omega/1000$;JCM $g = \omega_0/2000 = \omega/2000$

得到的结论正好相反。

图 2 为平均光子数 $\bar{n} = 25$,耦合强度取不同值时双光子布居数反转随时间的演化。如图 1(b)所示,当耦合强度较小时布居数反转的塌缩区能够完全塌缩,随着耦合强度的增大,如图 2 所示,可以明显看出原子布居数反转塌缩区不能够完全塌缩,出现了小锯齿状的振荡。这主要是由于非旋波项的贡献^[19]。非旋波项跃迁所产生光子的寿命很短,称为虚光子,根据海森堡能量—时间不确定关系,非旋波项对应的跃迁过程导致系统能量改变很大,因此在光场与原子相互作用系统中,虚光子对光场与原子相互作用系统具有很大的影响,也就是图中所看到的小锯齿状的振荡,即所谓的量子噪音^[3-5],说明耦合强度较大时非旋波项的贡献不可忽略。

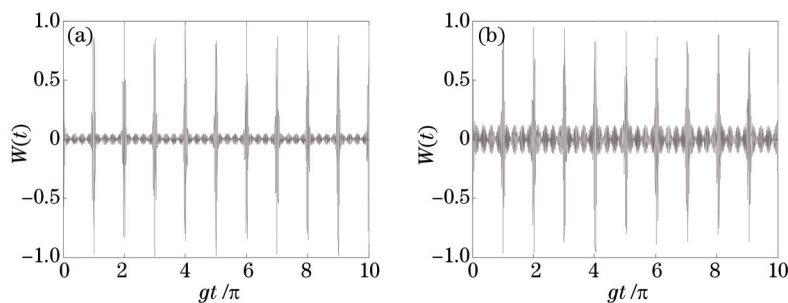


图 2 $\bar{n} = 25$ 时双光子原子布居数反转随时间的演化。(a) $g = \omega_0/500 = \omega/250$;(b) $g = \omega_0/200 = \omega/100$

Fig.2 Atomic population inversion evolution of the two photon JCM with $\bar{n} = 25$. (a) $g = \omega_0/500 = \omega/250$; (b) $g = \omega_0/200 = \omega/100$

图 3 为平均光子数 $\bar{n} = 25$ 时,耦合强度取不同值时双光子纠缠随时间的演化。当耦合强度较小时,如图 1(a)所示,纠缠演化曲线呈现明显的周期性,随着耦合强度的增大,如图 3(a)~(d)所示,纠缠演化的周期性逐渐消失。其次,从双光子纠缠演化图中可以发现,随着耦合强度的增大,光场与原子相互作用产生的纠缠从零演化到稳定的最大值的时间逐渐减小,如图 3(d)所示,纠缠在很短的时间便达到最大值,且纠缠一旦达到最大值就会始终保持在最大值附近演化下去。另外,如图 1(a)和 3(a)所示,当耦合强度比较小时,纠缠演化曲线比较光滑。随着耦合强度的增大非旋波效应逐渐增强,如图 3(b)~3(d)所示,纠缠演化曲线呈现出小锯齿状的振荡。

图 4 为 $g = \omega_0/2000 = \omega/1000$,平均光子数 \bar{n} 取不同值时,双光子纠缠随时间的演化。通过对比图 1(a)和图 4 可以发现,当耦合强度和平均光子数都较小时,纠缠的演化具有较强的周期性。随着平均平均光子数的增

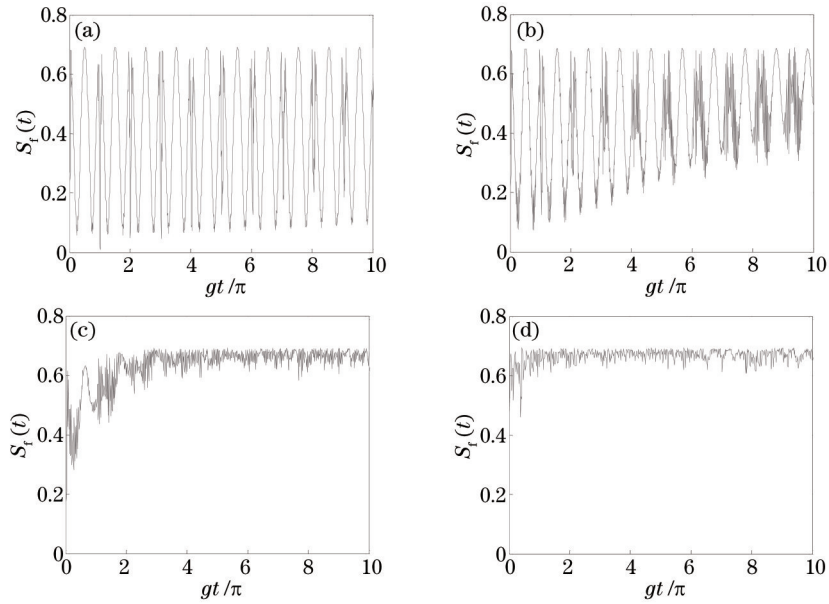


图3 $\bar{n} = 25$ 时双光子纠缠随时间的演化。(a) $g = \omega_0/200 = \omega/100$; (b) $g = \omega_0/100 = \omega/50$; (c) $g = \omega_0/50 = \omega/25$; (d) $g = \omega_0/20 = \omega/10$
 Fig. 3 Entanglement evolution of the two photon JCM with $\bar{n} = 25$. (a) $g = \omega_0/200 = \omega/100$; (b) $g = \omega_0/100 = \omega/50$;
 (c) $g = \omega_0/50 = \omega/25$; (d) $g = \omega_0/20 = \omega/10$

大,如图4(b)中小图所示,纠缠演化曲线在较短的时间内依然保持较好的周期性,在 $t = n\pi/g$ 时量子纠缠不为零。从图4(b)中可以发现随着演化时间的增加,量子纠缠周期性消失,且纠缠达到较稳定的最大值所需时间明显增加。随着平均光子数的增加,非旋波效应也随之增强,双光子纠缠曲线小锯齿状的振荡也逐渐增强。

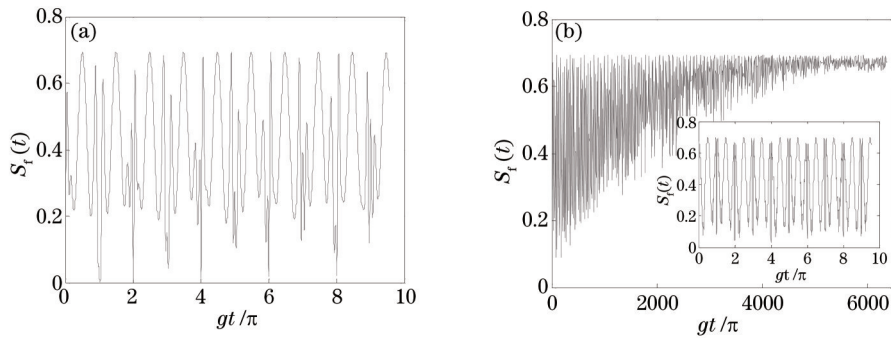


图4 $g = \omega_0/2000 = \omega/1000$ 时双光子纠缠随时间的演化。(a) $\bar{n} = 5$; (b) $\bar{n} = 35$
 Fig. 4 Entanglement evolution of the two photon JCM with $g = \omega_0/2000 = \omega/1000$. (a) $\bar{n} = 5$; (b) $\bar{n} = 35$

图5为 $g = \omega_0/100$, $\bar{n} = 10$ 时失谐对双光子纠缠特性的影响。对比图5(a)和图5(b)可以发现,当失谐较小时,纠缠演化周期性显著,随着失谐的增大,量子纠缠周期性消失且经过较长时间纠缠依然能够达到较稳定的最大值。从图5中可以发现随着失谐的增加,双光子纠缠曲线小锯齿状的振荡也逐渐增强,说明了非旋波效应不可忽略。

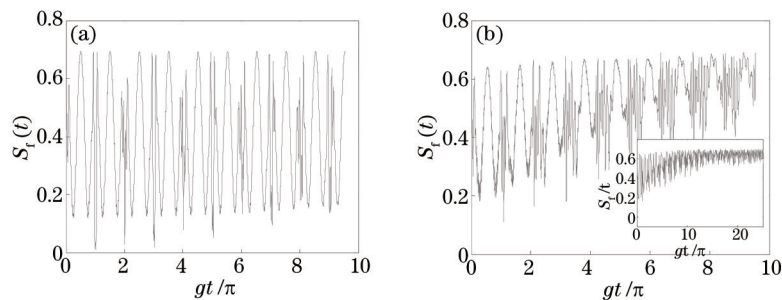


图5 $g = \omega_0/100$, $\bar{n} = 10$ 时双光子纠缠随时间的演化。(a) $\Delta = 0.01$; (b) $\Delta = 0.8$
 Fig.5 Entanglement evolution of the two photon JCM with $g = \omega_0/100$, $\bar{n} = 10$. (a) $\Delta = 0.01$; (b) $\Delta = 0.8$

5 结 论

在非旋波近似下精确求解了双光子 J-C 模型与相干态光场相互作用时量子纠缠和原子布居数反转随时间的演化。数值计算的结果表明,随着耦合强度的增大,非旋波效应逐渐增强,纠缠的周期性逐渐消失,纠缠和原子布居数反转的塌缩区,出现小锯齿状振荡。随着平均光子数的增加,非旋波效应也随之增强,量子纠缠周期性消失,且纠缠达到较稳定的最大值所需时间明显增加。双光子纠缠曲线小锯齿状的振荡也逐渐增强。随着失谐的增大,双光子纠缠周期性消失,非旋波效应逐渐增强。

参 考 文 献

- 1 E T Jaynes, F W Cummings. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to beam maser[J]. Proc IEEE, 1963, 51(1): 89-109.
- 2 D Meschede, H Walther, G Muller. One-atom maser[J]. Phys Rev Lett, 1985, 54(6): 551-554.
- 3 Jia Fei, Xie Shuangyuan, Yang Yaping. Interaction of an atom with a field with varying frequency without rotating-wave approximation[J]. Acta Phys Sin, 2006, 55(11): 5835-5841.
贾 飞, 谢双媛, 羊亚平. 非旋波近似下频率变化的场与原子的相互作用[J]. 物理学报, 2006, 55(11): 5835-5841.
- 4 Zhang Wanjuan, Wang Zhiguo, Xie Shuangyuan, *et al.*. Interaction of an atom with a squeezed field of time-varying frequency[J]. Acta Phys Sin, 2007, 56(4): 2168-2174.
张婉娟, 王治国, 谢双媛 等. 频率变化的压缩态光场与原子的相互作用[J]. 物理学报, 2007, 56(4): 2168-2174.
- 5 Yaping Yang, Jingping Xu, Gaoxiang Li, *et al.*. Interactions of a two-level atom and a field with a time-varying frequency[J]. Phys Rev A, 2004, 69(S): 053406.
- 6 Lu Daoming. The entanglement properties in the system composed of a Λ -type atom and a V-type atom trapped in two distant cavities connected by an optical fiber[J]. Acta Phys Sin, 2011, 60(12): 120303.
卢道明. Λ 型和 V 型三能级原子与耦合腔相互作用系统中的纠缠特性[J]. 物理学报, 2011, 60(12): 120303.
- 7 Liu Xiaojuan, Zhou Bingju, Fang Maofa, *et al.*. Information entropy squeezing of the atom of an arbitrary initial state via the two-photon process[J]. Acta Phys Sin, 2006, 55(2): 704-711.
刘小娟, 周并举, 方卯发, 等. 双光子过程中任意初态原子的信息熵压缩[J]. 物理学报, 2006, 55(2): 704-711.
- 8 Fang Maofa, Liu Xiang. Quantum mechanical channel and quantum mutual entropy in the two-photon Jaynes-Cummings model[J]. Acta Phys Sin, 2000, 49(3): 435-440.
方卯发, 刘 翔. 双光子 Jaynes-Cummings 模型中量子力学通道与量子互熵[J]. 物理学报, 2000, 49(3): 435-440.
- 9 A Ekert, R Jozsa. Quantum computation and Shor's factoring algorithm[J]. Rev Mod Phys, 1996, 68(3): 733-753.
- 10 C H Bennett, G Brassard, C Crepeau, *et al.*. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. Phys Rev Lett, 1993, 70(13): 1895-1899.
- 11 S J D Phoenix, P L Knight. Fluctuations and entropy in models of quantum optical resonance[J]. Annu Phys, 1988, 186(2): 381-407.
- 12 S J D Phoenix, P L Knight. Establishment of an entangled atom-field state in the Jaynes-Cummings model[J]. Phys Rev A, 1991, 44(9): 6023-6029.
- 13 A P Hines, C M Dawson, R H McKenzie, *et al.*. Entanglement and bifurcations in Jahn-Teller models[J]. Phys Rev A, 2004, 70(2): 022303.
- 14 X Jia, A R Subramaniam, I A Gruzberg, *et al.*. Entanglement entropy and multifractality at localization transitions[J]. Phys Rev B, 2008, 77(1): 014208.
- 15 C J Gan, H Zheng. Dynamics of a two-level system coupled to a quantum oscillator: transformed rotating-wave approximation[J]. Eur Phys J D, 2010, 59(3): 473-478.
- 16 G Gunter, A A Anappara, J Hees, *et al.*. Sub-cycle switch-on of ultrastrong light-matter interaction[J]. Nature, 2009, 458(7235): 178-181.
- 17 Cong Honglu, Ren Xuezhao, Jiang Daolai, *et al.*. An exact solution of evolution of the field entropy in a system of three-level cascade type atom interacting with single-mode coherent field[J]. Acta Phys Sin, 2010, 59(5): 3221-3226.
丛红璐, 任学藻, 姜道来, 等. 精确求解级联型三能级原子与单模相干态光场熵的演化特性[J]. 物理学报, 2010, 59(5): 3221-3226.
- 18 Ren Xuezhao, Jiang Daolai, Cong Honglu, *et al.*. Exact solution of entanglement of the double Jaynes-Cummings model without rotating wave approximation[J]. Chin Phys B, 2010, 19(9): 090309.

- 19 Liao Xu, Cong Honglu, Jiang Daolai, *et al.*. Influence of the field with varying frequency modulation on atomic population inversion in non-rotating-wave approximation[J]. *Acta Phys Sin*, 2010, 59(8): 5508-5513.
廖 旭, 丛红璐, 姜道来, 等. 非旋波近似下频率变化的光场对原子布局反转的调控[J]. *物理学报*, 2010, 59(8): 5508-5513.
- 20 Ren Xueza, Cong Honglu, Liao Xu, *et al.*. Level crossing in a two-photon Jaynes-Cummings model[J]. *Chin Phys B*, 2012, 21(5): 054210.
- 21 Ren Xueza, Cong Honglu, Wang Xuwen, *et al.*. Quantum entanglement of the binomial field interacting with a cascade three-level atom beyond the rotating wave approximation[J]. *Sci China Phys Mech Astron*, 2011, 54(9): 1625-1630.
- 22 Wang Zhongjie, Ruan Fei, Fang Xu. Teleportation for atomic state based on disentanglement-free state[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(3):0327001.
王中结, 阮 飞, 方 旭. 基于免退纠缠态的原子态隐形传输[J]. *光学学报*, 2015, 35(3): 0327001.
- 23 Guo Zhanying, Zhang Xinhai, Xiao Ruihua, *et al.*. Dynamics of quantum entanglement in a two-qubit XXZ Heisenberg system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(7): 0727001.
郭战营, 张新海, 肖瑞华, 等. 两粒子XXZ海森堡系统中的量子纠缠动力学[J]. *光学学报*, 2014, 34(7): 0727001.
- 24 Zheng Xiaolan, Zhang Bin. Quantum entanglement and correlations between two qubits induced by a heat bath[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(1): 0127002.
郑小兰, 张 斌. 热库诱导的两比特量子纠缠与量子关联[J]. *光学学报*, 2014, 34(1): 0127002.
- 25 Anning Zhang, Min Li, Yahui Feng. Experimentally achieve two photon entanglement on various emitting angle[J]. *Chin Opt Lett*, 2013, 11(9): 092701.
- 26 Wang Chengzhi, Yu Xiaoqin, Li Chunxian, *et al.*. Entanglement between two atoms mediated by two dissipative optical cavities[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(s2): s227001.
王成志, 喻小琴, 李春先, 等. 耗散双光腔调制的两原子间的纠缠[J]. *光学学报*, 2013, 33(s2): s227001.

栏目编辑: 刘丰瑞