

拉盖尔-高斯光束照射产生散斑场的特性研究

李新忠^{1,2} 田晓敏¹ 王 辉¹ 汤 洁² 王屹山² 聂兆刚³ 李贺贺¹ 王静鸽¹

¹河南科技大学物理工程学院, 河南 洛阳 471023

²中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学与光子技术国家重点实验室, 陕西 西安 710119

³南洋理工大学数学物理学院, 新加坡 637371

摘要 研究了拉盖尔-高斯光束照射毛玻璃产生的散斑场的特性。利用空间光调制器结合计算全息法产生了拉盖尔-高斯涡旋光束;较深入地研究了拉盖尔-高斯光束照射下散斑大小与光束径向指数、角向指数及涡旋光束面积间的关系。结果显示:对同一径向指数,散斑颗粒平均大小随角向指数的增大呈直线减小趋势;对同一角向指数,散斑大小随径向指数的增大而减小;散斑大小与涡旋光束照射面积的负指数成正比;随径向指数的增大,其逐渐接近高斯光束照射的结果。

关键词 物理光学; 涡旋光束; 拉盖尔-高斯光束; 毛玻璃; 散斑场

中图分类号 O436.1; O438.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0726001

Study on Properties of Speckle Field Formed by Laguerre-Gaussian Beam Illumination

Li Xinzhong^{1,2} Tian Xiaomin¹ Wang Hui¹ Tang Jie² Wang Yishan² Nie Zhaogang³

Li Hehe¹ Wang Jingge¹

¹School of Physics & Engineering, Henan University of Science & Technology, Luoyang, Henan 471023, China

²State Key Laboratory of Transient Optics and Photonics, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China

³School of Physical and Mathematical Sciences, Nanyang Technological University, Singapore 637371, Singapore

Abstract The properties of speckle field is studied when Laguerre-Gaussian (LG) beams illuminate a ground glass plate. The LG vortex beams are generated by a spatial light modulator combing with computer-generated hologram. The relation of speckle size and azimuthal and radial indices and the bright region of the LG beams are analyzed experimentally. Experimental results show that the speckle size decreases linearly with the azimuthal index increasing for certain radial index. Similarly, the speckle size also decreases with the radial index increasing for certain azimuthal index. Moreover, the speckle size is proportional to the negative factor of illuminating area of the LG beam. Further, the negative factor is gradual close to the results of Gaussian beam illuminating with the increasing radial index.

Key words physical optics; vortex beams; Laguerre-Gaussian beam; ground glass plate; speckle field

OCIS codes 260.6042; 050.4865; 030.6140

1 引 言

由于涡旋光束在玻色-爱因斯坦凝聚、量子通信、信息编码与传输、粒子微操纵、光学测量等领域具有重要的应用前景,成为近年来信息光学领域一个非常重要的研究热点^[1-11]。涡旋光束具有特殊的性质,其波前呈螺旋形结构;涡旋光束中每一个光子的轨道角动量为 $l\hbar$,其中 l 为涡旋光束的角向指数或拓扑荷数, \hbar 为约化普朗克常数。

收稿日期: 2015-03-02; 收到修改稿日期: 2015-03-25

基金项目: 国家自然科学基金(61205086, 11404097)、瞬态光学与光子技术国家重点实验室开放基金(SKLT201203)、河南省教育厅项目(12B140006)

作者简介: 李新忠(1979—),男,博士,副教授,主要从事光电信息及其图像处理方面的研究。E-mail: xzli@haust.edu.cn

在光学测量领域, Wang 等^[12-13]实验证实了散斑场中的光学涡旋具有核结构, 每个光学涡旋都可以利用其核结构参数进行唯一识别, 进而提出了一种基于光学涡旋的散斑测量方法(OVM)。通过追踪每个涡旋的运动, 实现了面内位移场的高精度测量^[14-15]。

用单个光学涡旋构造位移场没有考虑涡旋分布的统计特征。因此, 对非均匀场变化时会产生较大误差。为解决该问题, 本课题组将散斑场中的光学涡旋作为一个系综开展了较深入的研究, 提出了一种基于光学涡旋的新型散斑相关测量方法^[16], 该方法在保持原有测量精度的前提下, 测量效率提高了一个数量级。进而, 提出了基于涡旋存活率和存活涡旋平均运动速度两个新特征因子的动态散斑测试方法, 初步实现了利用光学涡旋对动态随机变化过程的定量分析^[17]。

尽管光学涡旋在光学测量领域的应用取得了一定的进展, 但要将其发展为一种成熟可靠的测量方法, 对光学涡旋的传播和衍射特性尚需进行深入分析和研究, 以实现更精确的定量分析和描述^[18]。这方面研究中, Reddy 等^[19-20]研究了光学涡旋通过毛玻璃后产生的散斑场特性, 分析了散斑尺寸对拓扑荷值的依赖关系; Kumar 等^[21]进一步研究了涡旋光束通过旋转毛玻璃产生的散斑场特性, 对同一转速而言, 随着拓扑荷值的增大, 散斑场相干性急剧下降。这些工作的开展, 对深入理解涡旋光束的衍射及传播特性提供了依据。

拉盖尔-高斯(LG)光束是一种典型的涡旋光束, 本文基于计算全息法结合空间光调制器产生了 LG 涡旋光束; 利用 LG 涡旋光束作为照明光源, 较深入地研究了 LG 光束照射在毛玻璃上后产生的散斑场特性; 给出了散斑大小与径向指数、角向指数及涡旋光束面积间的关系。

2 基于空间光调制器的 LG 光束产生

拉盖尔-高斯光束作为一种典型的涡旋光束, 其复振幅在柱坐标系下表示为

$$U_{LG,p}^l(r, \theta, z=0) = A_0 \cdot (2r^2/w_0^2)^{|l|/2} \cdot L_p^{|l|}(2r^2/w_0^2) \cdot \exp(-r^2/w_0^2) \exp(il\theta), \quad (1)$$

式中 A_0 为振幅常数, $L_p^{|l|}$ 为缔合拉盖尔多项式, w_0 为光束束腰半径, l, p 分别为角向指数和径向指数, l 取整数, 代表涡旋光束的拓扑荷值, p 决定 LG 光束的亮环数($p+1$), p 取非负整数, r 为径向距离, θ 为方位角。

由于不存在直接产生 LG 光束的光源, 采用基于空间光调制器的计算全息法来产生拉盖尔-高斯涡旋光束。计算全息图是利用计算机模拟 LG 涡旋光场与平面波光场干涉后得到干涉图样, 该干涉图样存储了涡旋光束的相位和振幅信息。将计算机生成的叉形光栅全息图写入空间光调制器中, 然后用平面光照射空间光调制器获得预期的涡旋光束, 这相当于物光波的全息再现过程。

用计算全息图和液晶空间光调制器法生成涡旋光束, 首先要生成计算机全息图。一束传播方向与 z 轴成 α 角的平面波光束, 其表达式为

$$U_1 = E_1 \exp(ikx \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \quad (2)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$, 为波数。假设 LG 涡旋光束与平面波光束都是单位振幅光束, 当两束光在 $z=0$ 处的束腰平面干涉时, 干涉光场的复振幅分布为

$$U_2 = U_{LG,p}^l + U_1. \quad (3)$$

根据(3)式, 平面波光束与 LG 涡旋光束干涉, 通过 Matlab 软件模拟, 得到计算机全息图。图 1 是 LG 涡旋光束(LG_2^5)计算全息图的生成过程, 图 1(a)为闪耀光栅(平面波光束相位图), 图 1(b)为 LG_2^5 涡旋光束的相位图, 两者相干叠加后得到含有“螺旋位错”的叉形光栅, 如图 1(c)所示。该过程为计算全息的干涉记录过程。

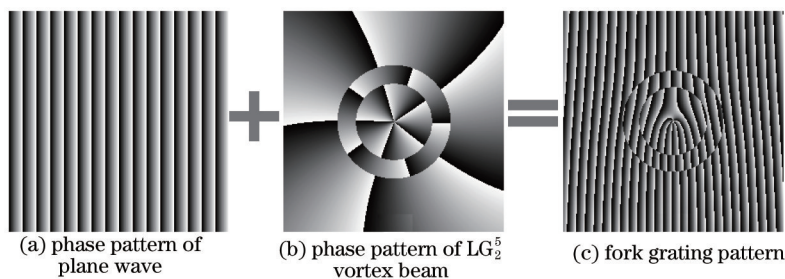


图 1 叉形 LG 涡旋光束全息图的产生

Fig.1 Generation of forked LG vortex beam hologram

利用计算机将图 1(c)的叉形光栅全息图写入空间光调制器中,然后用平面光(参考光束)照射空间光调制器,则在衍射空间再现 LG_2^5 涡旋光束。其他阶次的 LG 涡旋光束的产生过程同上。

3 实 验

当 LG 高斯光束照射在毛玻璃上后,在衍射场形成散斑。实验原理示意图如图 2 所示。氦-氖激光器(功率为 1 mW、波长为 632.8 nm)发出的激光束经过针孔滤波器、扩束镜的整形扩束后,激光束变为近似平行光。然后,激光束照射在写有叉形光栅全息图的空间光调制器上;利用光阑选择一级衍射光束(LG 光束)照射在毛玻璃上,最后,利用 CCD 相机记录散斑场。实验中采用的 CCD 相机为 Basler acA1600-20 gm 型 CCD 相机,像素大小为 $4.4 \mu\text{m} \times 4.4 \mu\text{m}$ 。毛玻璃置于空间光调制器后 60 cm 处,CCD 相机置于毛玻璃后 20 cm 处。

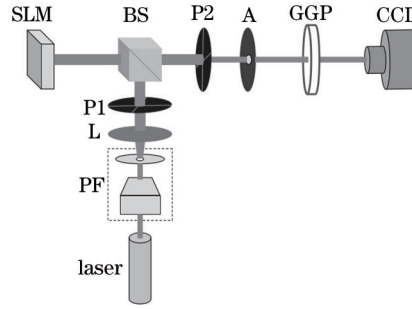


图 2 实验装置原理示意图

Fig.2 Schematic of the experimental device

由于散斑场特性与照射光束形状和大小关系密切,首先对照射在毛玻璃上的 LG 光束的光强分布进行了数值模拟和实验研究,图 3、4 分别对应 $p=0、1、2$ 和 $l=1、2、3、4、5$ 的 LG 涡旋光束光强分布图。由图 3 中可

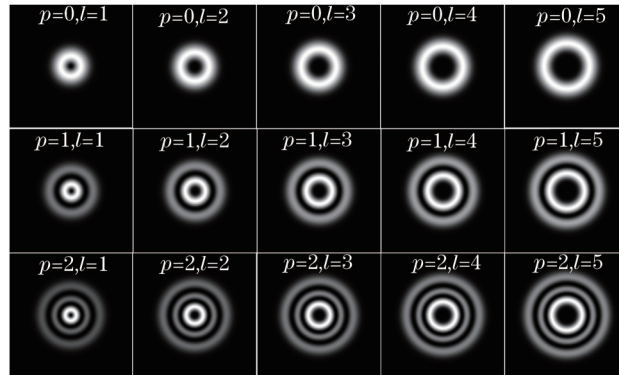


图 3 LG 涡旋光束光强分布图(数值模拟图)

Fig.3 Intensity distribution patterns of LG vortex beams (numerical simulation results)

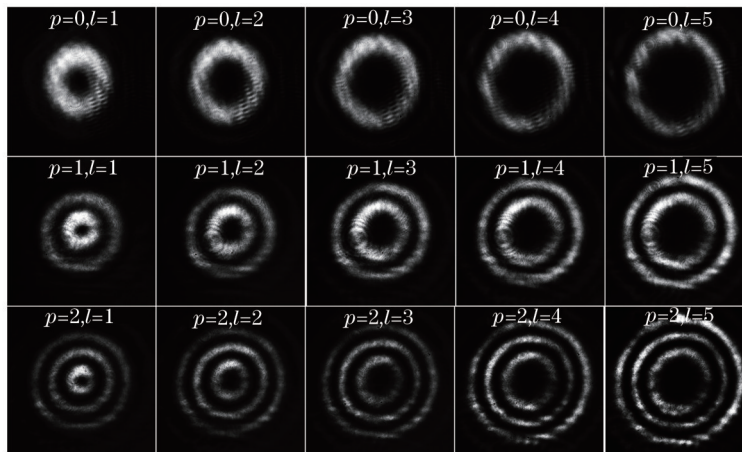


图 4 LG 涡旋光束光强分布图(实验结果)

Fig.4 Experimental intensity patterns of LG vortex beams (experimental results)

可以看出,当 p 固定时,随着拓扑荷值 l 的增大,LG光束亮环的直径也随之增大。对LG涡旋光束来说,其亮环数与径向指数 p 密切相关,涡旋的环数为 $p+1$ 。

由实验光强图4可以看出,亮环的直径仍然随涡旋光束拓扑荷值的增大而增大。对实验图像来说,由于寄生干涉和光路的微失谐,导致光强图中圆环有部分干涉背景和圆度降低现象发生。

4 结果与讨论

当图4所示的LG涡旋光束照射在毛玻璃上后,在其后的菲涅耳衍射区域形成散斑场,不同光束照射对应产生的散斑图像如图5所示。

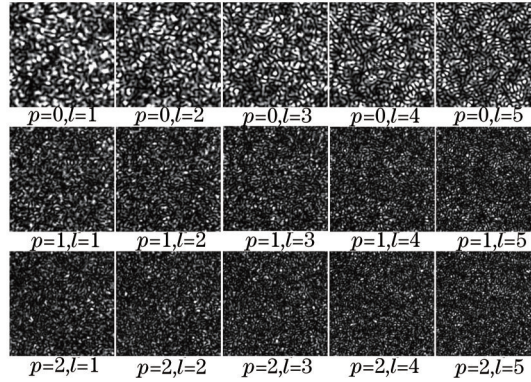


图5 LG涡旋光束照射产生的散斑图

Fig.5 Speckle patterns generated by LG vortex beams

由图5可以直观地看出,对LG涡旋光束照射产生的散斑图而言,当 p 固定时,散斑场中散斑随拓扑荷值 l 的增大而减小;而当拓扑荷值 l 固定时,散斑颗粒大小随 p 的增大而减小。为深入研究LG光束径向指数与角向指数对形成散斑场的影响,首先要计算散斑图中散斑颗粒的平均大小。本文采用基于散斑强度图的规范化自协方差函数求得^[22]。若 $I(x_1, y_1)$ 和 $I(x_2, y_2)$ 分别为散斑图上两点的光强,则其强度自相关函数定义为

$$R_l(\Delta x, \Delta y) = \langle I(x_1, y_1) I(x_2, y_2) \rangle, \quad (4)$$

式中 $\Delta x = x_1 - x_2$, $\Delta y = y_1 - y_2$, $\langle \cdot \rangle$ 表示取空间系综平均。若 $x_2=0, y_2=0, x_1=x, y_1=y$, (4)式可写为

$$R_l(\Delta x, \Delta y) = R_l(x, y). \quad (5)$$

规范化自协方差函数为

$$s_l(x, y) = \frac{R_l(x, y) - \langle I(x, y) \rangle^2}{\langle I(x, y)^2 \rangle - \langle I(x, y) \rangle^2}. \quad (6)$$

由维纳-辛钦定理(Wiener-Khintchine theorem)得,强度自相关函数可由功率谱密度(PSD)的逆傅里叶变换求得:

$$I_{\text{PSD}}(\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y) = |\mathcal{F}[I(x, y)]|^2, \quad (7)$$

式中 \mathcal{F} 为傅里叶变换,则(7)式可变为

$$s(x, y) = \frac{\mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}[I(x, y)]\} - \langle I(x, y) \rangle^2}{\langle I(x, y)^2 \rangle - \langle I(x, y) \rangle^2}. \quad (8)$$

则 $s(x, 0), s(0, y)$ 分别为 x, y 方向的自相关峰值,其半峰全宽即为 x, y 方向的散斑平均尺寸。

为直观了解该过程,图6给出了 $\text{LG}_0^1, \text{LG}_1^1, \text{LG}_2^1$ 光束分别照射在毛玻璃上产生的散斑[图6(a)]、其规范化自相关函数[图6(b)]、 x 方向[图6(c)]和 y 方向[图6(d)]的自相关强度曲线。

由图6可以看出,随着 p 的增大,对应的散斑图的自相关峰变得尖锐, x, y 方向的自相关强度曲线的半峰全宽变小;与此对应的,散斑图中散斑颗粒的尺寸随 p 的增大而减小。通过该方法计算得到了散斑场中散斑尺寸与拓扑荷值间的关系,结果如图7所示。

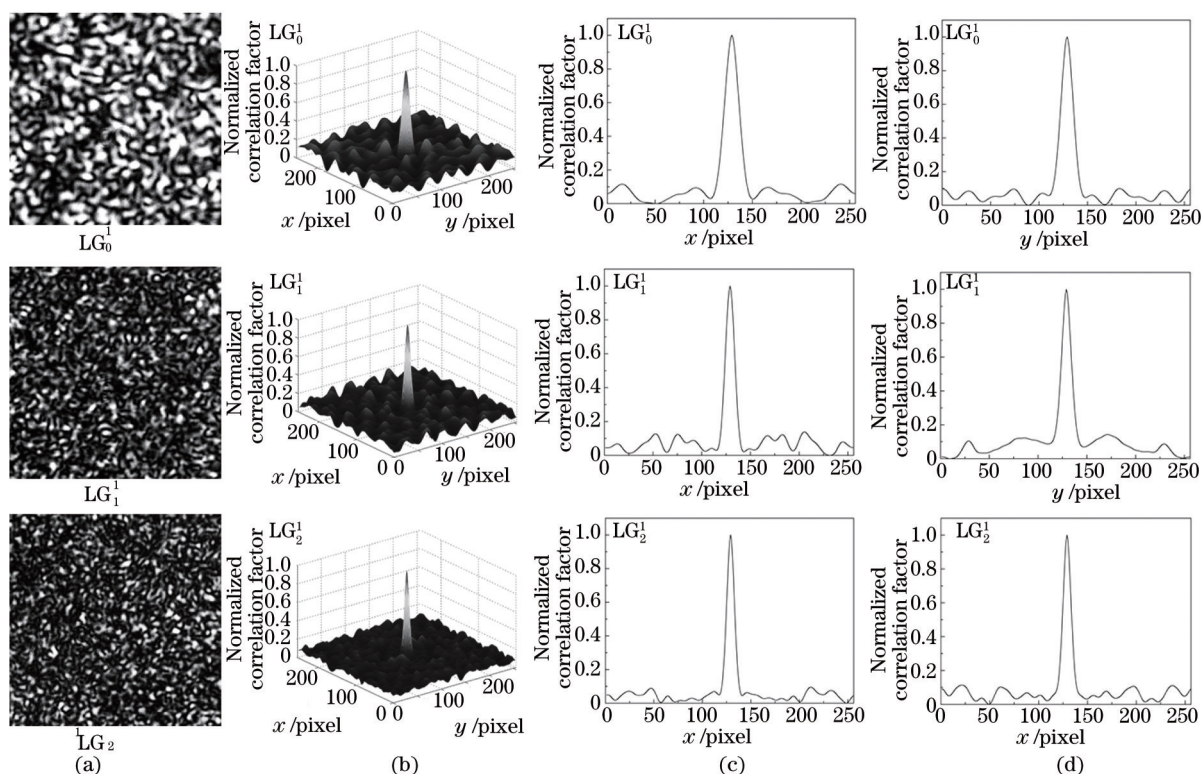


图 6 不同散斑图及其自相关函数图形。(a) LG_0^1, LG_1^1, LG_2^1 光束产生散斑图; (b) 对应的自相关函数; (c) 和 (d) x 和 y 方向的自相关曲线图

Fig. 6 Speckle patterns and their autocorrelation function graphs. (a) Obtained speckle pattern of LG_0^1, LG_1^1, LG_2^1 vortex beams; (b) distributions of autocorrelation function; (c) and (d) variations in autocorrelation function in both transverse directions of x and y , respectively

由图 7 可以看出,对某一径向指数 p ,散斑与拓扑荷值成线性关系,由直线拟合得到 $p=0, 1, 2$ 的光束照射散斑的斜率分别为 $-5.906, -3.629, -2.492$; p 越大,散斑尺寸随 l 的增大衰减的越慢。究其本质,在成像系统各光学元件间的距离固定时,散斑大小决定于成像系统的入瞳尺寸。对于环状涡旋光束照明来说,则取决于亮环的有效半径。随着 p 值的增大,亮环有效半径随 l 的增加率降低。

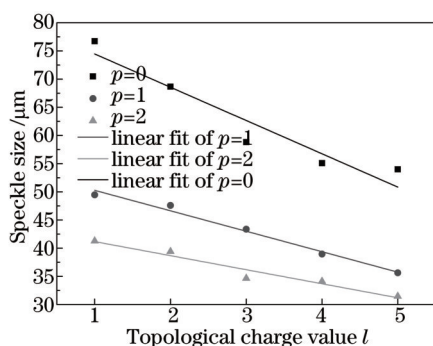


图 7 不同 LG 高斯光束照射下散斑尺寸变化图
Fig.7 Speckle size variations under different LG vortex beams illuminating

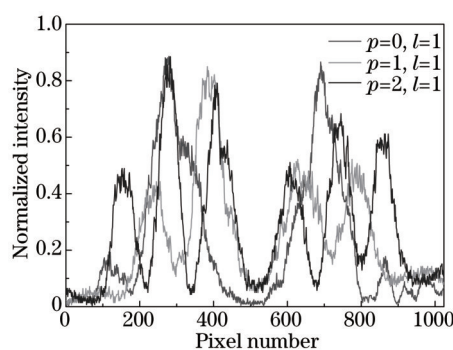


图 8 过 LG 光束暗核中心的强度曲线图
Fig.8 Line profiles along the vortex centres of LG beams

为深入分析散斑大小与照射光束间的关系,进而研究了散斑颗粒平均尺寸与照射在毛玻璃上的光束面积间的关系。由于 LG 涡旋光束是亮环状结构,首先过 LG 光束的暗核中心画出强度曲线图,结果如图 8 所示。图 8 中红色、绿色和蓝色三条曲线分别为 LG_0^1, LG_1^1, LG_2^1 光束的过暗核中心的强度曲线图(对应图 4 中第一列光束强度图)。由图 8 可以看出, LG_0^1, LG_1^1, LG_2^1 光束分别有 2、4、6 个峰值,每个光强峰值基本符合高斯线型。但由于寄生干涉和杂散光的影响,曲线不够平滑且存在中心亮环比外围亮环峰值强度低的现象。

为精确测定 LG 涡旋光束各亮环的内外半径,实验中需将毛玻璃板和 CCD 相机置于精密导轨上,精确记录毛玻璃板位置;然后去掉毛玻璃板,将 CCD 相机的探测平面置于毛玻璃板所在位置,记录 LG 涡旋光束光强分布图(如图 4 所示)。利用图像处理技术,以图 8 中强度曲线的峰值光强下降到 e^{-2} (13.6%) 来确定每个亮环的内外半径^[19](以图像处理得到的内外半径的像素点数乘以 CCD 相机的像素宽度 $4.4 \mu\text{m}$ 确定),进而计算出每个亮环的面积。以计算 LG_2^1 涡旋光束(三个亮环)的亮环面积为例,通过强度曲线(如图 9 所示)。根据上述计算原则,得到三个亮环的内外半径 $r_1 \sim r_6$,然后,利用公式 $A = \pi(r_2^2 - r_1^2) + (r_4^2 - r_3^2) + (r_6^2 - r_5^2)$ 得到照射在毛玻璃上的 LG_2^1 光束的面积。与此类似,可得到其他涡旋光束面积。

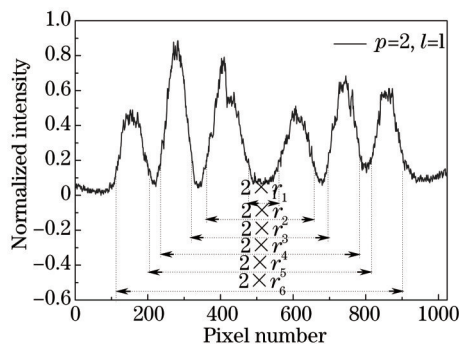


图 9 LG_2^1 涡旋光束照射面积计算示意图

Fig.9 Calculation of illuminating area of LG_2^1 beams

对不同径向指数 p , 散斑颗粒平均大小 S 和 LG 涡旋光束亮环面积 A 间的关系如图 10 所示。图 10(a)~(c) 分别为 $p=0, 1, 2$ 时的 $\ln(S)$ 与 $\ln(A)$ 随 l 变化的曲线图,图中红色实线为实验数据的直线拟合结果。

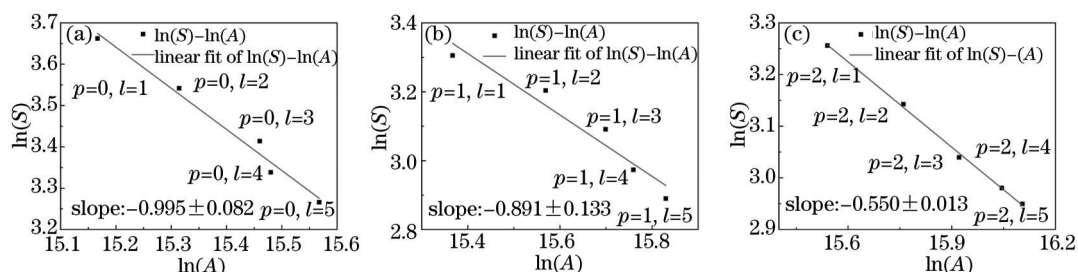


图 10 $\ln(S)$ 与 $\ln(A)$ 的曲线图

Fig.10 Plots of $\ln(S)$ versus $\ln(A)$

由图 10 可以看出,散斑大小随着涡旋阶数增加而减少,拟合结果与实验数据非常吻合。图中曲线的斜率为涡旋光束面积 A 的指数,对比分析发现: $p=0, 1, 2$ 时散斑大小分别正比于 $A_{p=0}^{-0.995 \pm 0.08}$ 、 $A_{p=1}^{-0.891 \pm 0.13}$ 和 $A_{p=2}^{-0.55 \pm 0.01}$ 。该结果与高斯光束直接照射毛玻璃产生散斑场的规律不同,在高斯光束照射毛玻璃情况下,形成的散斑场为布朗分布,散斑大小正比于 $A^{-0.50}$ ^[22]。产生该结果的原因主要由于 LG 涡旋光束的非高斯分布造成的(亮环分布)。此外,随着径向指数因子 p 的增大,该结果趋向于高斯光束照明的结果;这主要由于随着 p 的增大, LG 光束亮环数增多,入射光瞳内的光瞳分布逐渐趋向于高斯照明,所以导致了该现象的出现。

5 结 论

对不同径向指数与角向指数的 LG 涡旋光束照射毛玻璃产生的散斑场特性进行了研究。对同一径向指数 p , 散斑颗粒平均大小随角向指数 l 的增大呈直线减小趋势;对同一角向指数 l , 散斑大小随径向指数 p 的增大而减小。究其本质,径向指数 p 和角向指数 l 对散斑大小的影响是通过改变照射在毛玻璃上的亮环的面积而产生的。研究发现,散斑大小与涡旋面积的负指数成正比;涡旋的亮环越多,负指数因子越接近于 -0.5 (高斯光束照射结果)。研究结果为涡旋光束在光学测量、涡旋鬼成像和恒星强度干涉测量等领域的应用提供了实验依据。

参 考 文 献

1 Leach J, Dennis M R, Courtial J, *et al.*. Laser beams: Knotted threads of darkness[J]. Nature, 2004, 432(7014): 165.

- 2 Cai X L, Wang J W, Strain M J, *et al.*. Integrated compact optical vortex beam emitters[J]. *Science*, 2012, 338(6105): 363–366.
- 3 McMorran B J, Agrawal A, Anderson I M, *et al.*. Electron vortex beams with high quanta of orbital angular momentum[J]. *Science*, 2011, 331(6014): 192–195.
- 4 Yuanjie Y, Mingzhou C, Michael M, *et al.*. Effect of the radial and azimuthal mode indices of a partially coherent vortex field upon a spatial correlation singularity[J]. *New Journal of Physics*, 2013, 15(11): 113053.
- 5 Yang Y, Dong Y, Zhao C, *et al.*. Autocorrelation properties of fully coherent beam with and without orbital angular momentum[J]. *Opt Express*, 2014, 22(3): 2925–2932.
- 6 Yang Y, Dong Y, Zhao C, *et al.*. Generation and propagation of an anomalous vortex beam[J]. *Opt Lett*, 2013, 38(24): 5418–5421.
- 7 Jiang Yuesong, Zhang Xingang, Ou Jun, *et al.*. Poincaré sphere representation for vector vortex Bessel–Gauss beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(12): 1226001
江月松, 张新岗, 欧 军, 等. 矢量涡旋贝塞尔高斯光束的庞加莱球表示法[J]. *光学学报*, 2013, 33(12): 1226001.
- 8 Liu Jian, Yang Yanfang, He Ying, *et al.*. Flat-top beam creation based on strong focusing of circularly polarized vortex beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(5): 0526003.
刘 健, 杨艳芳, 何 英, 等. 基于圆偏振涡旋光束强聚焦的平顶光束的构成[J]. *光学学报*, 2014, 34(5): 0526003.
- 9 Sun Cunzhi, Chen Ziyang, Pu Jixiong. Experimental study of tightly focused vortex beams through turbid media[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(6): 0601002.
孙存志, 陈子阳, 蒲继雄. 强聚焦涡旋光束经过散射介质的实验研究[J]. *光学学报*, 2014, 34(6): 0601002.
- 10 Li Yinmei, Gong Lei, Li Di, *et al.*. Progress in optical tweezers technology[J]. *Chinese J Lasers*, 2015, 42(1): 0101001.
李银妹, 龚 雷, 李 迪, 等. 光镊技术的研究现状[J]. *中国激光*, 2015, 42(1): 0101001.
- 11 Zhang Jiefang, Zhao Bi, Hu Wencheng, *et al.*. Interaction propagation of optical vortex solitons in inhomogeneous nonlinear waveguides[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(4): 0419001.
张解放, 赵 辟, 胡文成, 等. 非均匀非线性波导中涡旋光孤子的相互作用传播[J]. *光学学报*, 2013, 33(4): 0419001.
- 12 Wang W, Hanson S G, Miyamoto Y, *et al.*. Experimental investigation of local properties and statistics of optical vortices in random wave fields[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94(10): 103902.
- 13 Wang W, Yokozeki T, Ishijima R, *et al.*. Optical vortex metrology based on the core structures of phase singularities in Laguerre–Gauss transform of a speckle pattern[J]. *Opt. Express*, 2006, 14(22): 10195–10206.
- 14 Wang W, Yokozeki T, Ishijima R, *et al.*. Optical vortex metrology for nanometric speckle displacement measurement[J]. *Opt Express*, 2006, 14(1): 120–127.
- 15 Wang W, Qiao Y, Ishijima R, *et al.*. Constellation of phase singularities in a speckle-like pattern for optical vortex metrology applied to biological kinematic analysis[J]. *Opt. Express*, 2008, 16(18): 13908–13917.
- 16 Li X, Tai Y, Nie Z. Digital speckle correlation method based on phase vortices[J]. *Optical Engineering*, 2012, 51(7): 07004.
- 17 Li X, Tai Y, Zhang L, *et al.*. Characterization of dynamic random process using optical vortex metrology[J]. *Appl Phys B*, 2014, 116(4): 901–909.
- 18 Petrov N V, Pavlov P V, Malov A N. Numerical simulation of optical vortex propagation and reflection by the methods of scalar diffraction theory[J]. *Quantum Electron*, 2013, 43(6): 582–587.
- 19 Reddy S G, Kumar A, Prabhakar S, *et al.*. Experimental generation of ring-shaped beams with random sources[J]. *Opt Lett*, 2013, 38(21): 4441–4444.
- 20 Reddy S G, Prabhakar S, Kumar A, *et al.*. Higher order optical vortices and formation of speckles[J]. *Opt Lett*, 2014, 39(15): 4364–4367.
- 21 Kumar A, Banerji J, Singh R P. Intensity correlation properties of high-order optical vortices passing through a rotating ground-glass plate[J]. *Opt Lett*, 2010, 35(22): 3841–3843.
- 22 Goodman J W, *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications*[M]. Greenwood Village: Roberts & Co., 2007.

栏目编辑: 史 敏