

# Q-Type 非球面小畸变全景环带光学系统设计

周向东 白 剑

浙江大学光电信息工程学系, 现代光学仪器国家重点实验室, 浙江 杭州 310027

**摘要** 通过动态链接库方式在 Zemax 中建立 Q-type 非球面接口, 利用 Q-type 非球面设计了一款工作在可见光波段, 垂直半视场为  $30^\circ \sim 110^\circ$ , 焦距为  $-1.25$  mm,  $F$  数为 5, 系统总长为 28.7 mm 的全景环带光学系统(PAL)。该光学系统由 7 片透镜组成, 包含 6 片球面镜和一片两面均为 Q-type 面型的非球面镜片。对设计结果进行了分析, 全视场  $F$ -Theta 畸变小于 1%, 在奈奎斯特空间频率 83 lp/mm 处调制传递函数(MTF)高于 0.5, 成像效果接近衍射极限。为验证 Q-type 非球面在 PAL 设计中的优越性, 实际设计了一个与 Q-type 面型 PAL 具有相同参数的偶次非球面 PAL, 对两者进行了分析比较。结果表明, 在相同的计算平台下, Q-type 非球面多项式系数的有效数字比对应的偶次非球面的多 3~6 位, 有效减小了优化过程中计算机数字系统截断误差对优化过程的影响, 有利于提高光学系统优化设计效率、提高非球面光学零件的加工精度和检测精度。

**关键词** 光学设计; 全景环带光学系统; Q-type 非球面; 畸变校正

中图分类号 TB133

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0722003

## Small Distortion Panoramic Annular Lens Design with Q-Type Aspheres

Zhou Xiangdong Bai Jian

State Key Laboratory of Modern Optical Instruments, Department of Optical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China

**Abstract** Implemented Q-type aspheres interface in Zemax by means of user defined surface dynamic link library (DLL), and then design of a panoramic annular lens (PAL) with Q-type aspheres worked in the visible spectrum is presented. The designed PAL's half field of view (FOV) in vertical plane is  $30^\circ \sim 110^\circ$ , focal length is  $-1.25$  mm,  $F$  Number is about 5 with a total length of 28.7 mm, which includes six spherical lenses and one lens with two Q-type aspheres. The performances of the designed optics are also analyzed.  $F$ -Theta distortions at the whole fields are less than 1%, and modulation transfer function (MTF) values are greater than 0.5 at the Nyquist spatial frequency of 83 lp/mm that is approaching to the diffraction limit. For validating Q-type aspheres's superiority in PAL design, an even aspherical PAL with the same parameters has been designed to compare with the Q-type ones. The results show that, under the same computing platform, Q-type aspheric polynomial coefficients have 3~6 more significant digits than the corresponding even aspheric ones which can effectively reduce the computer truncated error in the optimization process. It's help to speed up the design progress and enhance the precision of manufacturing and inspection of aspheric optical components.

**Key words** optical design; panoramic annular lens; Q-type aspheres; distortion correction

**OCIS codes** 220.2740; 080.4225; 220.1250; 220.1000

### 1 引 言

全景环带光学系统(PAL)是一种折反射式光学系统,由匈牙利学者 Greguss<sup>[1]</sup>在其 1986 年发表的专利中首次提出。PAL 的成像方式不同于遵从中心投影原理的传统光学系统,而是采用平面圆柱投影,将位于围绕光学系统光轴  $360^\circ$  范围内、垂直视场内一定角度的物成像到二维平面上的一个环形区域。PAL 在管道测

收稿日期: 2015-01-15; 收到修改稿日期: 2015-01-28

基金项目: 国家自然科学基金(60877008)

作者简介: 周向东(1985—),男,博士研究生,主要从事光学设计和结构设计等方面的研究。E-mail:xdzhou@zju.edu.cn

导师简介: 白 剑(1967—),男,博士,教授,主要从学微光学、光学相位检测和光学设计等方面的研究。

E-mail: bai@zju.edu.cn

量、医用内窥、车载监控和机器视觉等领域都有广泛的应用<sup>[2-4]</sup>。

PAL属于大视场光学系统,多数PAL的垂直半视场为40°~100°,如果继续增大视场,则与视场相关的像差校正特别是畸变的校正是PAL设计的难点。另外对全景环带光学系统轻量化和外形结构紧凑化的要求也进一步增大了PAL的设计难度。相对于球面,非球面能够提供更多的设计自由度,因此在光学系统优化设计中具有显著的优势。尤其是最近几十年,随着光学加工技术和光学检测技术的发展,特别是单点金刚石车削技术的出现,加工非球面变得更加容易,使非球面在光学系统设计中得到了更广泛的应用,许多新的非球面数学描述方法被引入光学设计领域,如X-Y多项式<sup>[5]</sup>,Zernike多项式<sup>[6-8]</sup>,径向基函数<sup>[8-9]</sup>,Bernstein多项式<sup>[10]</sup>以及新近提出的Q-type非球面<sup>[11-12]</sup>等。其中Q-type非球面具有优化设计效率高、使非球面零件更易于加工和检测等方面的优势,一经提出就迅速受到业界重视,近年来已被成功应用于短焦鱼镜头<sup>[11]</sup>和手机摄像头<sup>[12]</sup>等设计中,获得较好的设计效果,有效提高了镜头的成品率。目前还没有将Q-type应用于全景环带光学系统设计的报道。

本文采用Q-type非球面设计了一款全新的全景环带光学系统,该系统视场超过大多数常见的PAL系统,垂直半视场达到30°~110°,系统元件片数较少、结构紧凑,全视场F-Theta畸变小于1%,在奈奎斯特空间频率83lp/mm处调制传递函数(MTF)高于0.5,成像质量接近衍射极限。

## 2 Q-type非球面

### 2.1 Q-type非球面定义及特性

目前,在光学设计领域被广泛使用的非球面表达式是偶次非球面。这种非球面表达式形式简单、使用方便。但是由于偶次非球面多项式各项系数之间的相互干扰和系数数量级的严重偏小导致光学系统优化设计效率不高,且缺乏对非球面可加工性和可检测性进行控制的手段,在非球面零件的制造和检验方面存在较多不便。2007年,美国QED公司的Forbes博士<sup>[13]</sup>提出了一种新的非球面数学描述方式,具体包含两种不同的形式:温和Q-type非球面 $Q_{\text{bis}}$ 和强Q-type非球面 $Q_{\text{con}}$ ,在光学工程领域将其统称为Q-type非球面。本文使用 $Q_{\text{bis}}$ 非球面,其矢高公式可表达为

$$z = \frac{c_{\text{bis}} r^2}{1 + \sqrt{1 - c_{\text{bis}}^2 r^2}} + \frac{1}{\sqrt{1 - c_{\text{bis}}^2 r^2}} \left[ u^2 (1 - u^2) \sum_{m=0}^M a_m Q_m(u^2) \right], \quad (1)$$

其中, $u=r/r_{\text{max}}$ , $r_{\text{max}}$ 为该表面的最大通光半口径, $c_{\text{bis}}$ 为与(1)式所表达的非球面面型最接近球面的曲率半径,最接近球面为同时通过该非球面顶点和最大通光口径边缘的球面。 $Q_m(u^2)$ 是一组以 $a_m$ 为系数的 $m$ 阶正交化Jacobi多项式,该系列多项式中的前六项可表示为如下形式:

$$\begin{aligned} Q_0(u^2) &= 1, \\ Q_1(u^2) &= \frac{1}{\sqrt{19}}(13 - 16u^2), \\ Q_2(u^2) &= \sqrt{\frac{2}{95}} [29 - 4u^2(25 - 19u^2)], \\ Q_3(u^2) &= \sqrt{\frac{2}{2545}} \{207 - 4u^2 [315 - u^2(577 - 320u^2)]\}, \\ Q_4(u^2) &= \frac{1}{3\sqrt{131831}} \{7737 - 16u^2 \{4653 - 2u^2 [7381 - 8u^2(1168 - 509u^2)]\}\}, \\ Q_5(u^2) &= \frac{1}{3\sqrt{6632213}} \{66657 - 32u^2 \{28338 - u^2 \{135325 - 8u^2 [35884 - u^2(34661 - 12432u^2)]\}\}\}. \end{aligned} \quad (2)$$

与现有的其他非球面矢高表达式类似,Q-type非球面矢高表达式也由两部分组成。(1)式中等号右边第一项描述了一个最接近球面;第二项则代表了非球面对该最接近球面的偏离量。不同之处在于:在第二项中引入了将非球面面型对最接近球面沿光轴方向偏离程度转换为沿面法线方向偏离程度的转换因子

$\frac{1}{\sqrt{1 - c_{\text{bis}}^2 r^2}}$ 。由(1)式可得到非球面面型相对其最接近球面在面法线方向偏离的均方根(RMS)斜率表达式:

$$k_{\text{RMS}} = \left\langle \left\{ \frac{1}{r_{\text{max}}} \frac{d}{du} \left[ u^2 (1-u^2) \sum_{m=0}^M a_m Q_m(u^2) \right] \right\}^2 \right\rangle = \frac{1}{r_{\text{max}}^2} \sum_{m=0}^M a_m^2, \quad (3)$$

$k_{\text{RMS}}$ 值对应于非球面检测时干涉仪下观察到干涉条纹的疏密程度,  $k_{\text{RMS}}$ 值越高干涉条纹越密,非球面度越高,非球面光学零件加工和检测的难度越大。由(2)式可知,  $k_{\text{RMS}}$ 值为与  $a_m$  和  $r_{\text{max}}$  相关的简单关系式。据此,光学设计人员可以在优化函数中设置相应的控制条件尽量减小非球面的  $k_{\text{RMS}}$  值,提高非球面光学零件的可加工性和可检测性<sup>[14-15]</sup>。

此外,第二项中使用了一系列单位正交化的 Jacobi 多项式,避免了偶次非球面表达方式在进行优化计算时多项式各项之间的冗余干扰和精度丢失,使得光学系统的优化效率更高,有利于加快设计速度并得到高质量的设计结果。

在 Q-type 非球面零件加工方面,与其他非球面描述方法一样,可以根据 Q-type 面型的矢高表达式利用 CAD 软件生成该面型的三维模型,将此三维模型的 igs 文件或者直接将 Q-type 面型的矢高表达式输入现有的非球面加工设备都可以实现 Q-type 非球面光学零件的制造。

### 2.2 Q-type 非球面在 Zemax 中的实现

Zemax 软件通过 Windows 系统提供的动态链接库(DLL)向软件使用者提供了用户自定义面型“UDS”的接口,通过该接口可以在 Zemax 中添加、优化以任意数学描述定义的表面。只需要将描述自定义面型的所有特性(非球面矢高表达式、光线追迹算法等)写入一个 C/C++ 文件再编译为 Windows 动态链接库,将其放到 Zemax 安装目录下的 DLL 文件夹中就可以在软件中像使用任何 Zemax 内建面型一样使用该自定义面型。图 1 是在 Zemax 软件中实现的 Q-type 非球面用户界面的截图,图中显示了一个 Q-type 非球面及描述该面型的各项参数,这些参数包括  $r_{\text{max}}, c_{\text{bfs}}, a_0-a_5$ (软件界面中显示为 Rmax, c, a^0-a^5),共 8 个参数。在  $Q_{\text{bfs}}$  中没有用到 Conic 项和 Radius 项。

Surf:Type	Comment	Radius	Thickness	Glass	Semi-Diameter	Conic	
OBJ	Standard	Infinity	Infinity		0.000000	0.000000	
STO	ForbesQtype	Infinity	0.000000	K9	0.000000	0.000000	
IMA	Standard	Infinity	-		0.000000	0.000000	
Rmax	c	a ^ 0	a ^ 1	a ^ 2	a ^ 3	a ^ 4	a ^ 5
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

图 1 Q-type 非球面在 Zemax 中的用户界面

Fig.1 Implemented interface of Q-type surface in Zemax

## 3 光学系统设计

### 3.1 光学系统设计参数

设计的全景环带光学系统根据其使用要求将其工作波段设置在可见光波段,垂直半视场为  $30^\circ \sim 110^\circ$ 。拟使用 1/2 inch (inch=2.54 cm)传感器来接收像面,传感器有效像面尺寸为  $6.4 \text{ mm} \times 4.8 \text{ mm}$ ,像元尺寸为  $6 \mu\text{m} \times 6 \mu\text{m}$ 。采用等距投影的映射关系,根据目标视场和传感器尺寸大小,计算得到焦距为  $-1.25 \text{ mm}$ 。为有效利用传感器像元、降低图像处理难度,拟将畸变控制在 1% 以内。具体设计参数见表 1。

表 1 全景环带光学系统设计参数

Table 1 Specifications of the PAL

Parameters	Specification
Wave length	Visible spectrum
Field of view	$(30^\circ \sim 110^\circ) \times 360^\circ$
F/#	<6
Focal length	-1.25
Total length	<40 mm
F-Theta distortion	<1%

### 3.2 畸变控制和非球面位置选取原则

在大视场光学系统中一般采用非相似投影关系来描述其视场和像高之间的关系,常见的非相似投影关系主要有:体视型、等距型、等立体角型和正交型。所设计的 PAL 符合等距型成像关系,和对应的畸变  $D$  的表达式为

$$y' = f'\theta, \tag{4}$$

$$D = \frac{y - y'}{y'} = \frac{y - f'\theta}{f'\theta}, \tag{5}$$

其中  $y'$  是理论像高,  $y$  是实际像高,  $f'$  是系统焦距,  $\theta$  是视场角。在全景环带光学系统的设计中,从一开始就要对畸变进行控制,若在其他各项参数基本满足设计指标后再来考虑对畸变的校正会使设计过程变得十分困难。

由光学系统中光阑位置与畸变之间的关系,距离光阑面越远的光学表面产生的畸变对整个系统畸变的影响越大<sup>[6]</sup>。因此,在设计过程中选取远离光阑面的表面为 Q-type 非球面可以得到较好的畸变校正结果:

$$\Delta S_5 = H\Delta E(3S_3 + S_4) + 3(H\Delta E)^2 S_2 + (H\Delta E)^3 S_1, \tag{6}$$

式中  $H$  是拉格朗日不变量,  $\Delta E$  为光阑位置变化量,  $S_1$  到  $S_5$  分别为初级球差, 初级彗差, 初级像散, 初级场曲和初级畸变。

### 3.3 设计步骤

从实验室以往设计的 PAL 系统中选取了一个与设计参数相近的球面 PAL 结构作为初始结构,其光学结构如图 2 所示,垂直半视场为  $30^\circ \sim 90^\circ$ , 焦距为  $-1.2 \text{ mm}$ ,  $F$ -Theta 畸变在 2% 左右,系统总长为  $54.6 \text{ mm}$ ,光阑位置在第二个反射面顶点附近。初始结构的视场、畸变和系统总长未达到设计参数的要求,需要通过调整结构参数(曲率半径、玻璃材料、空气间隔厚度、玻璃厚度、增加透镜数量等)进行优化来达到设计要求。首先将焦距缩放到目标值,通过适当修改结构参数使视场逐步增大到设计目标值,然后根据 3.2 节中非球面位置选取原则,将远离光阑位置的最后一块透镜非球面化,把两个表面都改为偶次非球面进行初步优化。优化过程中,逐步增加多项式的项数。最后,将偶次非球面改为 Q-type 非球面,逐步增加 Q-type 多项式的项数到 6 项做最终的优化。整个优化过程中,使用操作数 DISC 对系统畸变进行控制,并且限制光线在表面  $S_1$  和  $S_2$  上的入射高度,避免折射光线被反射面阻挡。

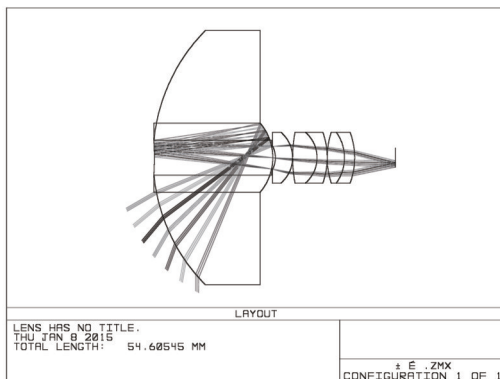


图 2 PAL 初始结构

Fig.2 Initial layout of the PAL

## 4 设计结果与分析

光学系统结构如图 3(a)所示。该 PAL 系统由 7 片透镜组成,前 6 片为球面透镜,最后一块透镜的两个表面  $S_{14}$ 、 $S_{15}$  均为 Q-type 非球面。系统焦距为  $-1.25 \text{ mm}$ ,垂直半视场为  $30^\circ \sim 110^\circ$ ,  $F$  数为 5,系统总长为  $28.7 \text{ mm}$ ,各项参数都达到表 1 中设计指标要求。整个光学系统结构十分紧凑且后工作距离大于  $4 \text{ mm}$ ,便于机械结构的设计和传感器的安装。图 3(b)是 PAL 环带像面的示意图,环带外圈半径  $2.345 \text{ mm}$ ,内圈半径  $0.634 \text{ mm}$ ,盲区面积仅占大圆面积的 7% 左右,传感器像元利用率较高。

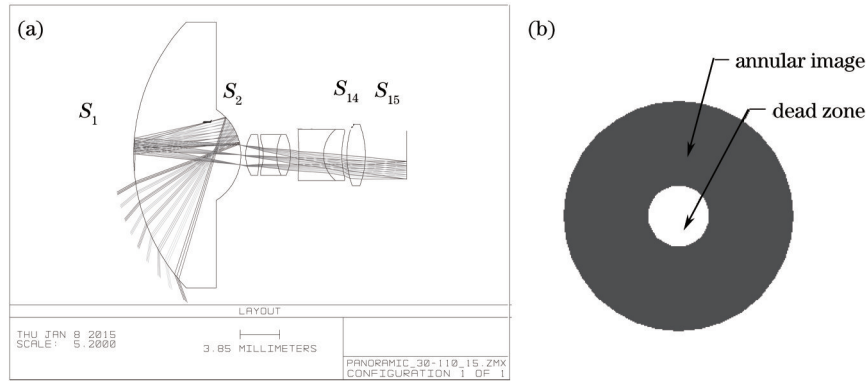


图 3 设计结果。(a) PAL 光学结构; (b) 环带像面示意图

Fig.3 Design result. (a) Optical layout of PAL; (b) annular image

图 4(a)给出了设计结果的点列图,最大视场的均方根弥散斑半径为  $4.904 \mu\text{m}$ ,其余视场均方根弥散斑直径均小于艾里斑直径  $7.207 \mu\text{m}$ ;图 4(b)给出了设计结果的调制传递函数曲线,在全视场内,奈奎斯特空间频率  $83 \text{ lp/mm}$  处调制传递函数值均大于 0.5,成像效果接近衍射极限;图 4(c)展示了该系统的场曲曲线和畸变曲线,最大畸变小于 1%。

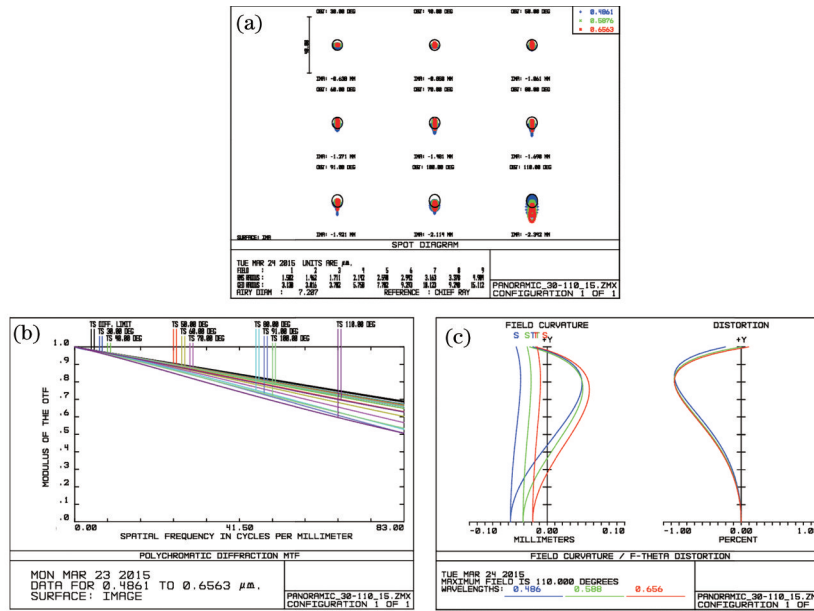


图 4 全景环带光学系统成像性能。(a)点列图; (b)调制传递函数; (c)场曲和畸变曲线

Fig.4 Performances of the designed PAL. (a) Spot diagram; (b) MTF; (c) field curvature and distortion curves

利用 QED 公司提供的面型转换工具 Surface Conversion Tool 将  $S_{14}$ 、 $S_{15}$  这两个 Q-type 非球面转换为对应的偶次非球面表达式,并将该偶次非球面多项式的最高项的次数设置为 14,使之与 Q-type 多项式的级次相当。 $S_{14}$ 、 $S_{15}$  的 Q-type 表达式中全部 8 个参数和转换后的偶次非球面表达式的参数见表 2。由表中数据可知,

表 2 Q-type 非球面参数与对应的偶次非球面参数

Table 2 Parameters of the designed Q-type aspheres and corresponding even aspheres

Q-type aspheres	$S_{14}$	$S_{15}$	Even aspheres	$S_{14}$	$S_{15}$
$r_{\max}$	5.563687	10.249295	\	\	\
$c_{\text{bfs}}$	0.136057	-0.083558	$c$	0.107690	-0.121344
\	\	\	$k$	1.520188	-1.287555
$a_0$	-0.621830	-1.453978	$a_4$	$2.067337 \times 10^{-5}$	$8.094365 \times 10^{-5}$
$a_1$	0.050035	-0.014169	$a_6$	$-3.408534 \times 10^{-5}$	$1.746079 \times 10^{-6}$
$a_2$	$7.077357 \times 10^{-3}$	-0.077154	$a_8$	$6.845115 \times 10^{-5}$	$-6.572753 \times 10^{-8}$
$a_3$	$-1.570290 \times 10^{-3}$	-0.080587	$a_{10}$	$-4.745926 \times 10^{-7}$	$2.788628 \times 10^{-10}$
$a_4$	$1.814157 \times 10^{-3}$	0.042770	$a_{12}$	$1.494280 \times 10^{-8}$	$3.537098 \times 10^{-12}$
$a_5$	$-7.234100 \times 10^{-8}$	$2.824848 \times 10^{-6}$	$a_{14}$	$-1.817865 \times 10^{-10}$	$-2.290678 \times 10^{-14}$

Q-type 多项式系数  $a_m(a_0\sim a_5)$  的数量级大多在  $10^{-3}$  以内;而转换后的偶次非球面多项式系数  $a_4\sim a_{14}$  多在  $10^{-5}$  以下(这是使用偶次非球面优化时的常见情形),比对应的 Q-type 多项式系数  $a_0\sim a_5$  小 2~8 个数量级。可见,在相同的计算平台下,Q-type 多项式系数数量级大小更合理,能够提供的有效数字位数更多。

为进一步比较两种面型,从相同的初始结构出发,采用与 Q-type 非球面 PAL 相近的结构形式设计了一个偶次非球面 PAL。设计中使用的透镜数量和非球面选取位置均与 Q-type 非球面 PAL 相同,最终的设计结果除畸变外均满足 3.1 节中设计参数的要求,其结构如图 5(a)所示。表 3 给出了偶次非球面 PAL 最后一片透镜中两个偶次非球面( $S_{14}, S_{15}$ )的多项式系数。从表中数据可见,偶次非球面多项式各项系数的数量级从  $10^{-4}$  开始随多项式次数的增加而降低,最低达到了  $10^{-9}$ ,比对应的 Q-type 面型设计结果的各项系数小 3~6 个数量级,与表 2 的分析结果相符。一方面,相对于传统的偶次非球面表达式,利用 Q-type 非球面进行光学系统优化设计可以减小优化过程中计算机数字系统截断误差对优化过程的影响,从而提高光学系统优化设计效率。另一方面,对于非球面面型设计结果,Q-type 非球面表达方式提供了更多的有效数字位数,有利于提高非球面光学零件的加工精度和检测精度,提高镜头成品率。此外,采用偶次非球面设计的 PAL 系统最大  $F$ -theta 畸变已接近 2%[图 5(b)],边缘视场的调制传递函数曲线稍差[图 5(c)],系统总长 31.3 mm 比 Q-type 非球面 PAL 的 28.7 mm 多出 9.06%[图 5(a)]。综上可知,采用 Q-type 面型在提高光学系统设计效率,提高光学零件加工精度和检测精度的基础上可以得到畸变更小、结构更紧凑、成像质量更好的设计结果。

表 3 两个偶次非球面的面型参数

Table 3 Parameters of the designed two even aspheres

	$r$	$k$	$a_4$	$a_6$	$a_8$	$a_{10}$	$a_{12}$	$a_{14}$
$S_{14}$	26.7442	-1.3077	$8.1664 \times 10^{-5}$	$-6.194 \times 10^{-5}$	$2.4460 \times 10^{-6}$	$1.0724 \times 10^{-6}$	$2.3434 \times 10^{-8}$	$1.2952 \times 10^{-9}$
$S_{15}$	-8.4427	-3.9365	$2.5468 \times 10^{-4}$	$-1.780 \times 10^{-5}$	$3.4717 \times 10^{-7}$	$2.3616 \times 10^{-7}$	$8.9193 \times 10^{-8}$	$2.2243 \times 10^{-9}$

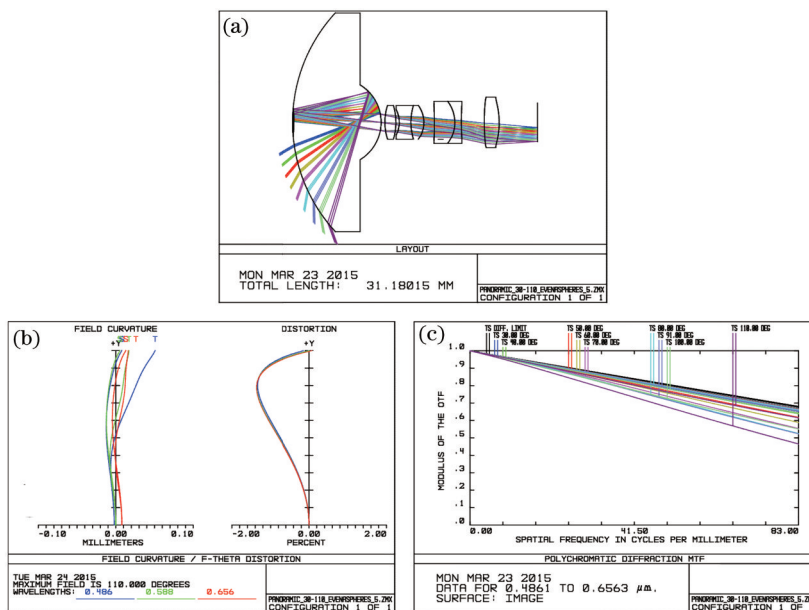


图 5 偶次非球面 PAL 结构及其成像性能曲线。(a) 设计结构;(b) 场曲和畸变曲线;(c) 调制传递函数

Fig.5 Layout and performances of the designed PAL with even aspheres. (a) Layout; (b) field curvature and distortion curves; (c) MTF

## 5 结 论

在 Zemax 中实现了 Q-type 非球面接口,利用 Q-type 非球面设计了一款工作在可见光波段,焦距为  $-1.25$  mm,垂直半视场为  $30^\circ\sim 110^\circ$ , $F$  数为 5,总长为 28.7 mm 的全景环带光学系统。该光学系统结构紧凑,全视场  $F$ -Theta 畸变小于 1%,成像质量接近衍射极限。设计结果表明 Q-type 非球面在全景环带光学系统设计中有一定的优越性,有利于得到畸变更小、结构更紧凑、成像质量更好的设计结果。最后,实际设计了一个与 Q-type 非球面 PAL 具有相同参数的偶次非球面 PAL,对两者进行了分析比较。结果表明:在同一个计

算平台下进行光学系统优化设计过程中,相对于偶次非球面,Q-type多项式系数数量级大小更合理,能够提供更多的有效数字位数,可以减小计算机数字系统截断误差对优化过程的影响,有利于提高光学系统优化设计效率、提高非球面光学零件的加工精度和检测精度、提高镜头成品率。

## 参 考 文 献

- 1 Greguss P. Imaging Block for Three-Dimensional Space. U. S. Patent, 4566763[P]. 1986: 01-28.
- 2 Bai Jian, Niu Shuang, Yang Guoguang, *et al.*. Panoramic optical annular staring imaging technology[J]. Infrared and Laser Engineering, 2006,35(3): 331-335.  
白 剑, 牛 爽, 杨国光, 等. 全景光学环带凝视成像技术[J]. 红外与激光工程, 2006, 35(3): 331-335.
- 3 S Niu, J Bai, X Y Hou, *et al.*. Design of a panoramic annular lens with a long focal length[J]. Appl Opt, 2007,46(32): 7850-7857.
- 4 Z Huang, J Bai, X Y Hou. Design of panoramic stereo imaging with single optical system[J]. Opt Express, 2012,20(6): 6085-6096.
- 5 Wang Qingfeng, Cheng Dewen, Wang Yongtian. Description of free-form optical curved surface using two-variable orthogonal polynomials[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(9): 0922002.  
王庆丰, 程德文, 王涌天. 双变量正交多项式描述光学自由曲面[J]. 光学学报, 2012, 32(9): 0922002.
- 6 Zhu Hao, Cui Qingfeng, Piao Mingxu, *et al.*. Design of circular unobscured three-mirror optical systems[J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(10): 1022004.  
朱 浩, 崔庆丰, 朴明旭, 等. 圆周式无遮拦三反射镜光学系统设计[J]. 光子学报, 2014, 43(10): 1022004.
- 7 Gong Dun, Wang Hong. Optical design of large field and low distortion coaxial three mirror system with free-form surface[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(7): 0722001.  
巩 盾, 王 红. 含有自由曲面的大视场低畸变同轴三反射光学系统设计[J]. 光学学报, 2014, 34(7): 0722001.
- 8 Ye Jingfei, Gao Zhishan, Liu Xiaoli, *et al.*. Freeform surfaces reconstruction based on Zernike polynomials and radial basis function[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(8): 0822003.  
叶井飞, 高志山, 刘晓莉, 等. 基于Zernike多项式和径向基函数的自由曲面重构方法[J]. 光学学报, 2014, 34(8): 0822003.
- 9 Li Hua, Zhang Xin, Wang Chao, *et al.*. Optical design of an avionic helmet-mounted displays using freeform surface[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(3): 0322001.  
李 华, 张 新, 王 超, 等. 自由曲面机载头盔显示器光学系统设计[J]. 光学学报, 2014, 34(3): 0322001.
- 10 R Navarro, S Pascal, M Gray, *et al.*. New modelling of freeform surfaces for optical design of astronomical instruments[J]. SPIE, 2012, 8450: 845053.
- 11 C Xu, D W Cheng, W T Song, *et al.*. Design of compact fisheye lens with slope-constrained Q-type aspheres[J]. SPIE, 2013, 8841: 88410D.
- 12 B Ma, K Sharma, K P Thompson, *et al.*. Mobile device camera design with Q-type polynomials to achieve higher production yield[J]. Opt Express, 2013, 21(15): 17454-17463.
- 13 G W Forbes. Shape specification for axially symmetric optical surfaces[J]. Opt Express, 2007, 15(8): 5218-5226.
- 14 G W Forbes, C P Brophy. Asphere, Oasphere, how shall we describe thee?[J]. SPIE, 2008, 7100: 710002.
- 15 G Forbes. Robust, efficient computational methods for axially symmetric optical aspheres[J]. Opt express, 2010, 18(19): 19700-19712.
- 16 Michael J. Kidger. Fundamental Optical Design[M]. Bellingham: SPIE Press, 2001: 116-120.

栏目编辑: 韩 峰