

二维梯度折射率光波导中线光畸形波的传播控制

胡文成¹ 张解放² 黄文华³ 卢志明¹

¹上海大学上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072

²浙江传媒学院互联网与社会研究中心, 浙江 杭州 310018

³湖州师范学院理学院, 浙江 湖州 313000

摘要 非均匀非线性波导中光脉冲的传播由(2+1)维变系数非线性薛定谔方程描述。采用相似变换方法求解了(2+1)维变系数非线性薛定谔方程的精确畸形波解,并讨论了带有外势项的非线性薛定谔方程控制的线光畸形波在波导放大器中的传播问题。给出了操控线光学畸形波解传播的控制条件,发现线光畸形波的特性,如振幅和位置等,在非线性光学介质中是可以控制的。在可控参数条件下,讨论了可控光畸形波在非线性介质中的传播行为,包括延迟激发、抑制和保持。研究结果在理论和实际应用上都具有重要意义。

关键词 非线性光学;非线性薛定谔方程;相似变换;畸形波解;线光畸形波

中图分类号 O437

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0719001

Transmission Control of Line Optical Rogue Waves in Two-Dimension Graded-Index Waveguides

Hu Wencheng¹ Zhang Jiefang² Huang Wenhua³ Lu Zhiming¹

¹Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, China

²Center of Internet and Society, Zhejiang University of Media and Communications, Hangzhou, Zhejiang 310018, China

³Department of Physics, Huzhou University, Huzhou, Zhejiang 313000, China

Abstract Optic pulse propagation in inhomogeneous nonlinear waveguides can be described by nonlinear Schrödinger equation with (2+1) dimension variable coefficients. Similarity transformation is used to construct exact optical rogue wave solutions of (2 + 1) dimensional nonlinear Schrödinger equation with varying coefficients. Moreover, the dynamic of the first-order optical rogue waves in the optical fiber amplifier is investigated by the nonlinear Schrödinger equation with an external harmonic potential. Manipulating propagate conditions of two-dimensional optical rogue waves are given. In the suitable regulation of parameters, the properties of the optical rogue waves are found, such as amplitude and position, which are controllable in the nonlinear media. In the controllable parameters, the propagation behaviour of the controllable light waves in the nonlinear media are discussed, including delayed excitation, annihilation and maintaining. These results give edification in theory and practical application.

Key words nonlinear optics; nonlinear Schrödinger equation; similarity transformation; rogue wave solutions; line optical rogue waves

OCIS codes 190.4370; 190.5530; 190.6135

1 引言

畸形波首先是在海洋中发现的一种破坏力极大的自然现象^[1]。它突然产生,突然消失,来无影,去无踪,波高极大,波高一般为有义波高的两倍以上。据不完全统计,世界上至少有200艘超级轮船在航行中遭遇

收稿日期: 2015-01-23; 收到修改稿日期: 2015-03-21

基金项目: 国家自然科学基金(11272120, 11272196)

作者简介: 胡文成(1986—),男,博士研究生,主要从事非线性光学方面的研究。E-mail: phyhwc@163.com

导师简介: 卢志明(1969—),男,研究员,博士生导师,主要从事非线性动力学方面的研究。

E-mail: zmlu@shu.edu.cn(通信联系人)

畸形波甚至失踪^[2],很多海上石油钻井平台及浮动机场等经常遭到畸形波(异常大的波浪)的袭击而被摧毁,现阶段我国正大力发展海洋经济,畸形波由于其突发的不可预测性及破坏力,受到了人们越来越多的关注。畸形波的产生机理、相互作用、准确的预测以及人为的操控正成为当前畸形波的研究的热点^[3]。自从理论上证明非线性薛定谔方程存在畸形波解后,大大推动了畸形波研究的进展,因为人们从孤子理论知道除了水波动力学外,其他很多物理系统,如非线性光学^[4-7]、玻色-爱因斯坦凝聚^[8-9]、等离子体物理^[10-11]、大气^[12]甚至金融^[13]等领域都可以用非线性薛定谔方程描述。

在流体中,畸形波观测虽被不断地报道,但要在实验上激发畸形波有很大难度,尽管早在1983年Peregrine^[14]在水动力学领域从数学理论上建立了Peregrine孤子解。但是直到2011年,才第一次在实验中人为地激发出水畸形波^[15]。而在光学系统中,由于衍射和增益或衰减等非线性参数可以实现操控,能较方便的对畸形波进行操控研究,因此光畸形波可以为人们对海洋、大气等复杂系统的畸形波研究提供很好的帮助和借鉴。光畸形波的研究历史到现在虽然仅有7年时间,但是产生了大量的研究结果,光畸形波理论研究和实验研究相继发展^[16],这些光学领域的成果极大的促进了畸形波在各个领域的研究进展。

在理论上,人们目前大多尚限于对(1+1)维非线性薛定谔方程描述的物理系统进行探讨^[13-14,17-22],即使是对(2+1)、(3+1)维非线性薛定谔方程描述的物理系统进行研究,但最后还是退化为一维问题研究^[23-24],还是没有揭示出在两维平面上的内在本质。鉴于此,本文对(2+1)维变系数非线性薛定谔方程描述的非均匀非线性波导中光脉冲在二维平面上的传播开展了研究,通过类比于KdV-Burgers(KP)方程的线孤子解^[25],在已有线光畸形波^[26]工作的基础上,研究了二维线光学畸形波解,并在带有外势项的非线性薛定谔方程中,讨论了二维梯度折射率光波导放大器中线光学畸形波的传播与控制,得到了若干新的二维畸形波特征。

2 平面梯度折射率波导放大器中传播的光畸形波求解

对于一个具有克尔非线性的平面波导,其折射率 $n = n_0 + n_1 f(z)(x^2 + y^2) + n_2 \gamma(z)I(z, x, y)$ 。在慢变包络近似下,在非均匀非线性波导中的光波传播可以由广义变系数非线性薛定谔方程(NLSE)来描述为^[27-28]

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\beta(z)}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{f(z)}{2} (x^2 + y^2) u + \gamma(z) |u|^2 u = i \frac{g(z)}{2}, \quad (1)$$

式中 $\beta(z)$ 是衍射系数, $\gamma(z)$ 非线性系数,而 $g(z)$ 是增益(或吸收)系数,它们都由介质决定。折射率 $n = n_0 + n_1 f(z)(x^2 + y^2) + n_2 \gamma(z)I(z, x, y)$ 中,前两项表示折射率线性部分,最后一项表示克尔非线性部分, n_0 为折射率的线性部分,与波数有关的常数, n_1 为与横向特征长度的有关的常数,其中无量纲函数 $f(z)$ 可正可负,其正负取决于材料的渐变折射率是非线性自聚焦 [$\gamma(z) > 0$] 还是自散焦 [$\gamma(z) < 0$] 透镜作用, $n_2 \gamma(z)I(z, x, y)$ 为克尔非线性部分, n_2 为克尔非线性系数, n_2 取正(负)对应着非线性自聚焦(自散焦)介质,函数 $\gamma(z)$ 是一个无量纲函数,描述非线性克尔系数的非均匀性, I 为光场强度,(1)式中各变量均已无量纲化。

为了将变系数NLSE转换成标准的NLSE,采用如下的变换:

$$u(z, x, y) = A(z)U[Z(z), X(z, x, y)] \exp[i\varphi(z, x, y)], \quad (2)$$

式中 $A(z)$ 是实函数, $\varphi(z, x)$ 是复函数,而 $U(Z, X)$ 满足标准的NLSE,即

$$iU_z + \frac{1}{2}U_{xx} + |U|^2 U = 0. \quad (3)$$

将(2)式代入(1)式中,为了将(1)式化成标准形式的(3)式,需要满足一系列偏微分方程组,求解这组偏微分方程,可以得到(2)式中各变量的表达式为

$$X = \frac{kx + ly - x_c(z)}{w(z)}, \quad x_c(z) = x_0 - w(z) \left[\int_0^z \frac{\beta(s)}{w^2(s)} ds \right], \quad (4)$$

$$A(z) = \frac{A_0}{w(z)} \exp \left[\int_0^z g(s) ds \right], \quad Z = \int_0^z \frac{(k^2 + l^2)\beta(s)}{w^2(s)} ds + Z_0, \quad (5)$$

$$\varphi(z, x, y) = \frac{w_z}{\beta w} (x^2 + y^2) - \frac{1}{w} \left(\frac{x}{k} + \frac{y}{l} \right) - \frac{1}{2} \int_0^z \frac{(k^2 + l^2)\beta(s)}{k^2 l^2 w(s)^2} ds, \quad (6)$$

式中 $w(z)$ 称为全局变量,它是 z 的函数, k, l, x_0, A_0, Z_0 是常数。同时(1)式的参数要满足的一定条件,即可积性条件为

$$\gamma = \frac{(k^2 + l^2)\beta}{A_0^2} \exp\left[-\int_0^z 2g(s)ds\right], \quad (7)$$

$$f = \frac{\beta w_z - \beta_z w}{\beta^2 w}, \quad (8)$$

(3)式所示标准的 NLSE 存在畸形波解,这里考虑由 Peregrine^[14]在 1983 年提出的振荡有理解,又叫畸形波解。对其一阶解作伽利略变换^[19],可以得到 $U(Z, X)$ 的解具有如下的形式:

$$U_1 = \left[1 - \frac{4 + 8i(Z - Z_c)}{1 + 4(X - X_c)^2 + 4(Z - Z_c)^2}\right] \exp\left[i\left(1 - \frac{v^2}{2}\right)(Z - Z_c) + ivX\right], \quad (9)$$

式中 Z_c 和 v 是两个任意常数, $X_c = v(Z - Z_c)$ 是光脉冲的中心, $Z = Z_c$ 是畸形波出现的位置。将(9)式代入相似变换方程(2)式,就可得到(1)式的一阶振荡有理解:

$$u_1 = A(z) \left[1 - \frac{4 + 8i(Z - Z_c)}{1 + 4(X - X_c)^2 + 4(Z - Z_c)^2}\right] \exp\left[i\varphi(z, x, y) + i\left(1 - \frac{v^2}{2}\right)(Z - Z_c) + ivX\right], \quad (10)$$

这个解称之为—阶二维光学畸形波解。(3)式还存在更高阶的有理解^[29-30],同样可以求出(1)式的高阶二维光学畸形波解。(3)式的二阶有理解为

$$U_2 = \left(1 - \frac{G + iH}{D}\right) \exp(iZ), \quad (11)$$

式中的 G, H 和 D 分别为

$$\begin{aligned} G &= -\frac{3}{16} + \frac{3}{2}X^2 + X^4 + \frac{9}{2}Z^2 + 6X^2Z^2 + 5Z^4, \\ H &= \left(-\frac{15}{8} - 3X^2 + 2X^4 + Z^2 + 4X^2Z^2 + 2Z^4\right)Z, \\ D &= \frac{3}{64} + \frac{9}{16}X^2 + \frac{X^4}{4} + \frac{X^6}{3} + \frac{33}{16}Z^2 - \frac{3}{2}X^2Z^2 + X^4Z^2 + \frac{9}{4}Z^4 + X^2Z^4 + \frac{1}{3}Z^6. \end{aligned}$$

类似于一阶解的处理方式,对二阶有理解进行伽利略变换,可以求出(1)式的二阶二维光学畸形波解为

$$u_2 = A(z) \left(1 - \frac{G + iH}{D}\right) \exp\left[i\varphi(z, x, y) + i\left(1 - \frac{v^2}{2}\right)(Z - Z_c) + ivX\right], \quad (12)$$

式中 A, φ, Z 和 X 由(4)~(6)式给出。需要指出的是,这里得到的精确二维畸形波解(10)式和(12)式是由线性组合坐标 X 和 Z 表示的一阶和二阶有理形式解。本质上还是一维的做法,但考虑到实际物理背景,只有在平面上讨论(1)式的解才更有意义,如光学上就是波导介质截面,水动力学就是水平面。类比于 KP 方程的线孤子解,把二维平面上的畸形波解叫做线畸形波解,因为在二维平面上,如果在某个具体位置看畸形波时,它就像一个振幅很高的竖直面,好比实际海洋中产生的“水墙”。考虑到畸形波解的一阶、二阶解具有相似的物理图像,二阶解的情况和讨论方法是一样的,限于篇幅,本文只讨论其一阶解及其演化。下一节在平面上研究(2+1)维非线性薛定谔方程的精确—阶畸形波解,并分析光波导放大器中线光学畸形波的传播与控制。

3 平面折射率波导中线光畸形波的传播控制

本节通过选择相应的参数来讨论线光畸形波的传播特性。正如文献[23]中所说,由于 $f \neq 0$ (即非线性薛定方程的外势项不为零),具体的解及讨论将变得非常困难,为此本文选择巧妙的系数组合来解决这个困难。

3.1 衍射系数为指数型光波导放大器

考虑这样一种平面波导放大器,其衍射系数 $\beta(z)$ 沿传播距离 z 呈指数式增长^[31],与折射率有关的参量 $f(z)$ 也呈指数形式的变化,增益(或吸收)系数 $g(z) = g_0$ 为常数,即

$$\beta = \exp(-\sigma z), f = \exp(-\sigma z), g = g_0. \quad (13)$$

将 $\beta = \exp(-\sigma z), f = \exp(-\sigma z)$ 代入限制条件(8)式可得全局变量

$$w = c_1 \sinh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{\sigma}\right] + c_2 \cosh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{\sigma}\right], \quad (14)$$

式中 c_1 和 c_2 是任意的常数,那么可以得到振幅,有效传播距离等系数的表达式为

$$Z = -\frac{2(k^2 + l^2)\sinh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{2\sigma}\right]\cosh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{2\sigma}\right]}{2c_1c_2\sinh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{2\sigma}\right]\cosh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{2\sigma}\right] + 2c_2^2\cosh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{2\sigma}\right]^2 - c_2^2} + \frac{2(k^2 + l^2)\sinh\left(\frac{1}{2\sigma}\right)\cosh\left(\frac{1}{2\sigma}\right)}{2c_1c_2\sinh\left(\frac{1}{2\sigma}\right)\cosh\left(\frac{1}{2\sigma}\right) + 2c_2^2\cosh\left(\frac{1}{2\sigma}\right)^2 - c_2^2} + Z_0, \quad (15)$$

$$A = \frac{A_0 \exp(g_0 z)}{c_1 \sinh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{2\sigma}\right] + c_2 \cosh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{2\sigma}\right]}, \quad (16)$$

$$x_c = x_0 - \left\{ c_1 \sinh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{\sigma}\right] + c_2 \cosh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{\sigma}\right] \right\} \times \left\{ -\frac{2(k^2 + l^2)\sinh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{2\sigma}\right]\cosh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{2\sigma}\right]}{2c_1c_2\sinh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{2\sigma}\right]\cosh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{2\sigma}\right] + 2c_2^2\cosh\left[\frac{\exp(-\sigma z)}{2\sigma}\right]^2 - c_2^2} + \frac{2(k^2 + l^2)\sinh\left(\frac{1}{2\sigma}\right)\cosh\left(\frac{1}{2\sigma}\right)}{2c_1c_2\sinh\left(\frac{1}{2\sigma}\right)\cosh\left(\frac{1}{2\sigma}\right) + 2c_2^2\cosh\left(\frac{1}{2\sigma}\right)^2 - c_2^2} \right\}. \quad (17)$$

由限制条件(7)式可知非线性项需满足:

$$\gamma = \frac{(k^2 + l^2)\beta}{A_0^2} \exp\left[-\int_0^z 2g(s)ds\right] = -2\frac{(k^2 + l^2)\exp(-\sigma z)g_0 z}{A_0^2}. \quad (18)$$

首先选取 $\sigma = 0.5$, 即 $\beta = \exp(-0.5z)$, $f = \exp(-0.5z)$, 其他参数选为 $k = 2$, $l = 2$, $c_1 = 4$, $c_2 = 1$, $Z_0 = 6$, 由(15)式可知当 $z \rightarrow \infty$ 时有效传播距离 Z 先是单调递增而后趋于不变, 其有效传播距离 Z 随传播距离 z 变化如图 1 所示。对于标准的薛定谔方程(3)式的一阶解 u_1 , 如果取畸形波解的参数 $Z_c = 6.5$, $v = 0.1$, 则当 $Z = Z_c$ 时, 即图 1 中, 蓝色曲线和红色虚线的交点 ($z = 5$) 处, 线光畸形波完全激发, 振幅达到最大值, 当 $Z < Z_c$ 或 $Z > Z_c$ 时, 线光畸形波将被抑制, 由于畸形波解的特殊性, 当 $Z < Z_c$ 或 $Z > Z_c$ 但二者的差值很小时, 畸形波仍然具有一定的振幅, 可以把这种情况叫作次激发状态。对于 $\sigma = 0.5$ 的情况, 由(15)式可知, 当 $z = 5$ 时, 线光畸形波被完全激发。所以可知光畸形波先是被抑制, 而后在 $z = 5$ 处被完全激发, 最后以一定的小于完全激发状态时的振幅即次激发状态一直传播下去。一阶线光畸形波在 $x - y$ 平面上沿 z 传播的演化如图 2 所示。

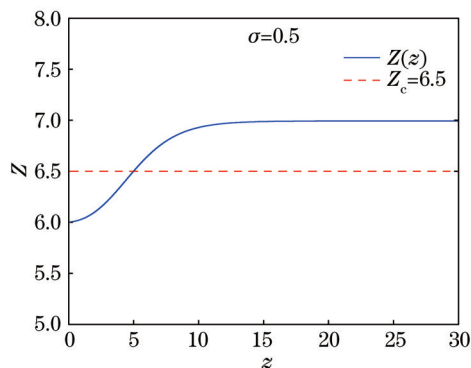


图 1 有效传播距离 Z 随传播距离 z 变化曲线图 ($\sigma = 0.5$)

Fig.1 Effective propagation distance Z versus propagation distance z ($\sigma = 0.5$)

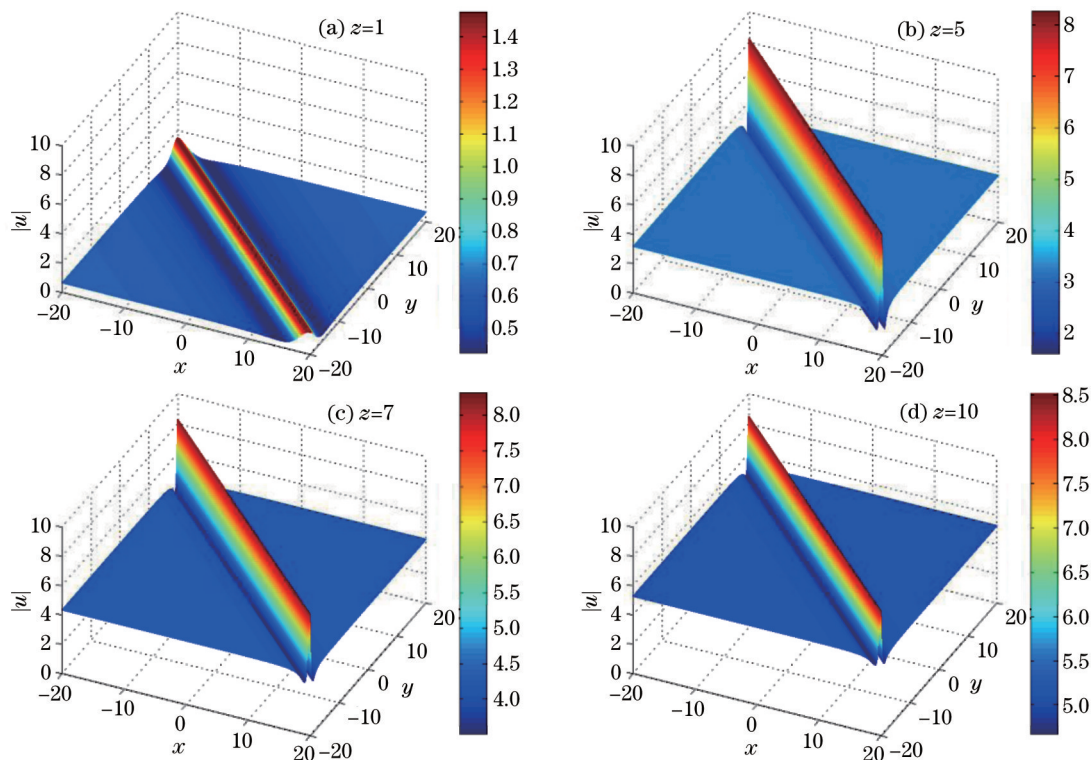


图2 一阶线光畸形波在 x - y 平面上随归一化传播距离 z 的演化图 ($\sigma=0.5$)

Fig.2 Evolution of the first-order optical rogue wave in the x - y plane with the normalized propagation distance z ($\sigma=0.5$)

选取 $\sigma=6$ ，即 $\beta=\exp(-6z)$, $f=\exp(-6z)$ ，其他参数选为 $k=2$, $l=2$, $c_1=4$, $c_2=1$, $Z_0=6$ ，由(15)式可知当 $z \rightarrow \infty$ 时有效传播距离 Z 是趋于不变的，且始终等于 $Z_c=6.5$ ，如图3所示，那么畸形波将很快处于始终被激发的状态，其振幅不变，即可实现畸形波的保持。此时线光畸形波在 x - y 平面上沿 z 传播的演化如图4所示。

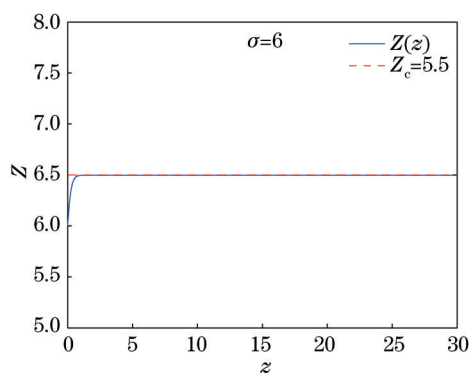


图3 有效传播距离 Z 随传播距离 z 变化曲线图 ($\sigma=6$)

Fig.3 Effective propagation distance Z versus propagation distance z ($\sigma=6$)

选取 $\sigma=-0.3$ ，即 $\beta=\exp(0.3z)$, $f=\exp(0.3z)$ ，其他参数选为 $k=2$, $l=2$, $c_1=4$, $c_2=1$, $Z_0=6$ 。从(15)式可知当 $z \rightarrow \infty$ 时有效传播距离 Z 是趋于不变的，且始终小于 $Z_c=6.5$ ，如图5所示，因此可以实现对线光畸形波的抑制和湮灭。从图6中可以看到，随着传播距离的增大畸形波被迅速地抑制了，振幅几乎为零。

3.2 衍射系数为周期型光波导放大器

再来讨论衍射系数 $\beta(z)$ 沿传播距离 z 呈周期性变化，与折射率有关的参量 $f(z)$ 也呈周期性变化的另一种平面波导放大器^[32]，其增益(或吸收)系数 $g(z)=g_0$ 为常数，即

$$\beta = \lambda \cos(\omega z), f = \mu \cos(\omega z), g = g_0, \quad (19)$$

正如文献[23]所述，由于 $f \neq 0$ ，具体的解及讨论将变得非常困难，为此引入一个 sign 函数来解决这个问题，这里 $\text{sign}(\alpha) = 1(\alpha > 0)$, $\text{sign}(\alpha) = -1(\alpha < 0)$, $\text{sign}(\alpha) = 0(\alpha = 0)$ 。将 $\beta = \lambda \cos(\omega z)$, $f = \mu \cos(\omega z)$ 代入限制条件方

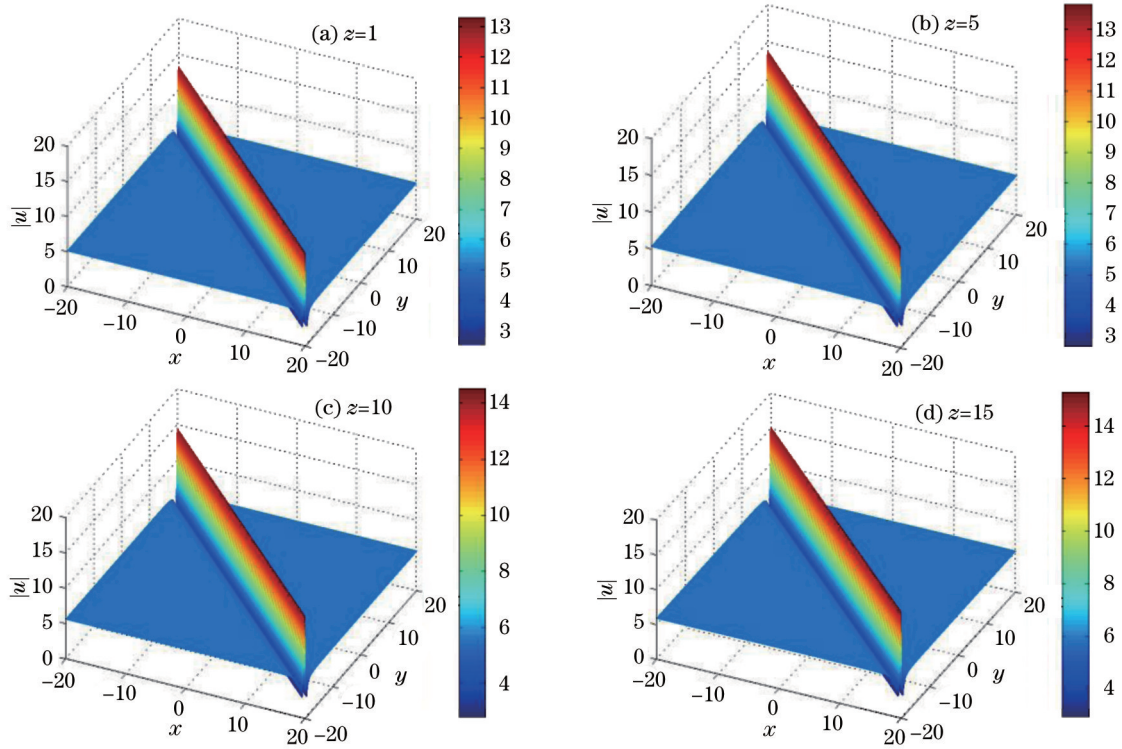


图4 一阶线光畸形波在 $x-y$ 平面上随归一化传播距离 z 的演化图 ($\sigma = 6$)

Fig.4 Evolution of the first-order optical rogue wave in the $x-y$ plane with the normalized propagation distance z ($\sigma = 6$)

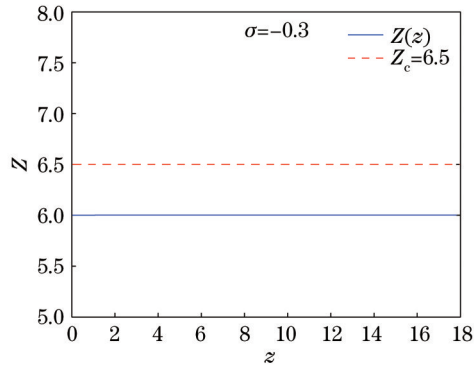


图5 有效传播距离 Z 随传播距离 z 变化曲线图 ($\sigma = -0.3$)

Fig.5 Effective propagation distance Z versus the propagation distance z ($\sigma = -0.3$)

程(8)式可得全局变量

$$w = -\sqrt{2} \frac{\text{sign}[\cos(\omega z)]}{\sqrt{-\mu\lambda}} \left\{ c_1 \sin \left[\frac{\sqrt{-\mu\lambda} |\sin(\omega z)|}{\omega} \right] - c_2 \cos \left[\frac{\sqrt{-\mu\lambda} |\sin(\omega z)|}{\omega} \right] \right\}, \quad (20)$$

式中 c_1, c_2 是任意的常数。将(20)式代入(4)~(5)式可以得到振幅、有效传播距离等系数的表达式为

$$Z = -\frac{1}{2} \frac{\lambda^2 (k^2 + l^2) \mu \sin \left[\frac{\sqrt{-\mu\lambda} \sin(\omega z)}{\omega} \right] \text{sign}[\sin(\omega z)]}{\sqrt{-\mu\lambda} \left\{ c_1 c_2 \sin \left[\frac{\sqrt{-\mu\lambda} \sin(\omega z)}{\omega} \right] + \text{sign}[\sin(\omega z)] c_2^2 \cos \left[\frac{\sqrt{-\mu\lambda} \sin(\omega z)}{\omega} \right] \right\}} + Z_0, \quad (21)$$

$$A = \frac{A_0 \sqrt{-\mu\lambda} \exp(g_0 z) \text{sign}[\sin(\omega z)] \text{sign}[\cos(\omega z)]}{\sqrt{2} \left\{ c_1 \sin \left[\frac{\sqrt{-\mu\lambda} |\sin(\omega z)|}{\omega} \right] - c_2 \cos \left[\frac{\sqrt{-\mu\lambda} |\sin(\omega z)|}{\omega} \right] \right\}}, \quad (22)$$

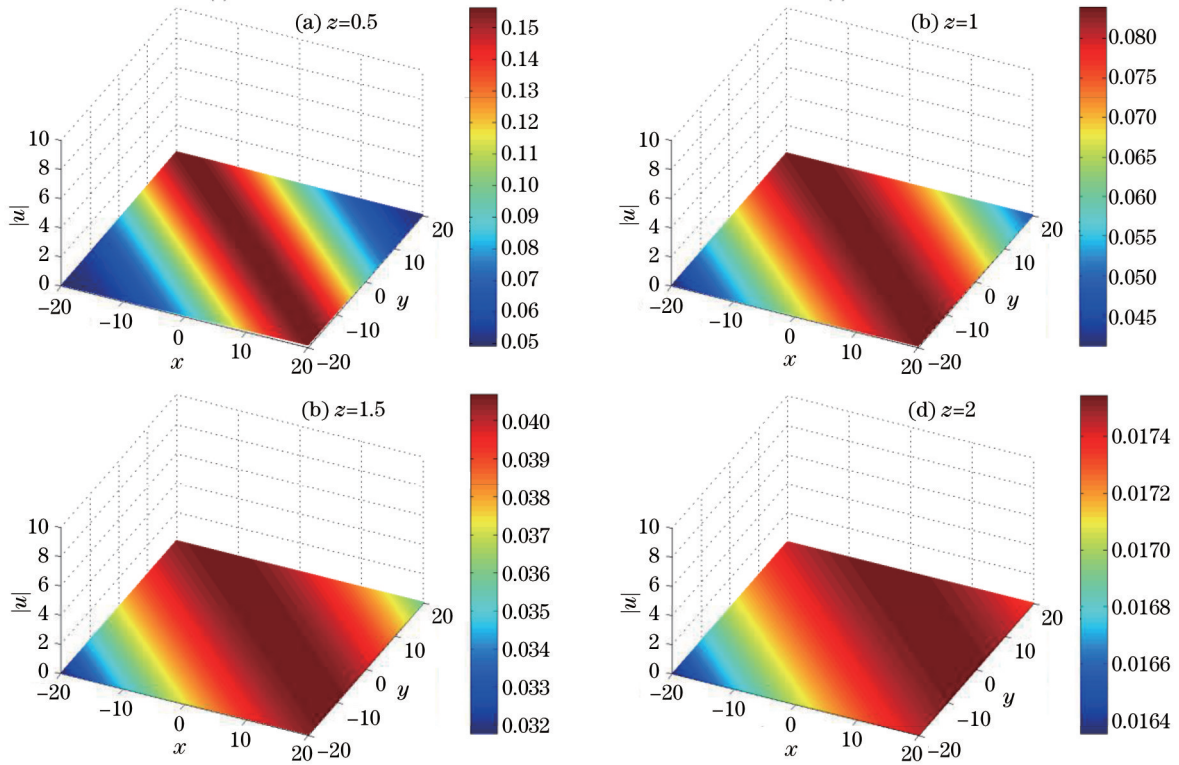


图 6 一阶线光畸形波在 $x-y$ 平面上随归一化传播距离 z 的演化图 ($\sigma=-0.3$)

Fig. 6 Evolution of the first-order optical rogue wave in the $x-y$ plane with the normalized propagation distance z ($\sigma=-0.3$)

$$x_c = \frac{1}{2} \frac{\text{sign}[\cos(\omega z)] \sqrt{2} \lambda \sin\left[\frac{\sqrt{-\mu\lambda} \sin(\omega z)}{\omega}\right] \left\{ c_1 \sin\left[\frac{\sqrt{-\mu\lambda} |\sin(\omega z)|}{\omega}\right] - c_2 \cos\left[\frac{\sqrt{-\mu\lambda} |\sin(\omega z)|}{\omega}\right] \right\}}{c_1 c_2 \sin\left[\frac{\sqrt{-\mu\lambda} \sin(\omega z)}{\omega}\right] + \text{sign}[\sin(\omega z)] c_2^2 \cos\left[\frac{\sqrt{-\mu\lambda} \sin(\omega z)}{\omega}\right]} \quad (23)$$

由限制条件(7)式可知非线性项需满足

$$\gamma = \frac{(k^2 + l^2)\beta}{A_0^2} \exp\left[-\int_0^z 2g(s)ds\right] = -\frac{2(k^2 + l^2)g_0 \lambda z \cos(\omega z)}{A_0^2} \quad (24)$$

如果选取 $\omega = 3, \lambda = -1, \mu = 1$, 即 $\beta = -\cos(3z), f = \cos(3z)$, 其他参数选为 $k = 2, l = 5, c_1 = 2, c_2 = 1, Z_0 = 0$, 由(21)式可知当 $z \rightarrow \infty$ 时, 有效传播距离 Z 是周期性变化的, 变化范围是 $(-16.3, 16.3)$, 周期为 $\frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3}$, 它随传播距离 z 变化如图 7 所示, 注意到它并不是以往讨论的正弦或余弦函数。

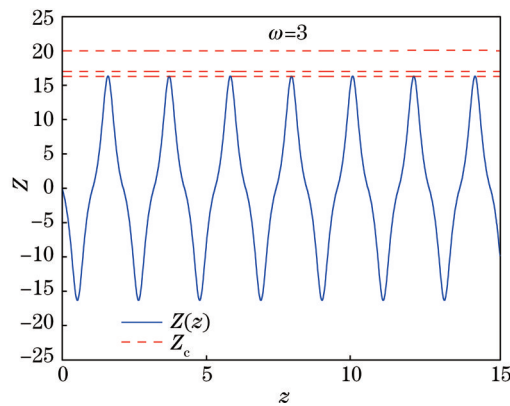


图 7 有效传播距离 Z 随传播距离 z 变化曲线图 ($w=3$)

Fig. 7 Effective propagation distance Z versus propagation distance z ($w=3$)

对于标准的薛定谔方程(3)式的一阶解 u_1 , 如果取畸形波解的参数 $Z_c = 16.3$, 则畸形波将在 $Z = Z_c = 16.3$ 处激发, 即在 $z = 1.5 + \frac{2n\pi}{\omega}$ 处重复出现 (n 为正整数)。

同样注意到线光畸形波激发位置的间隔距离与介质衍射项有关的圆频率 ω 成反比, 即 ω 越大, 线光畸形波重复出现的距离越远, 反之越小。一阶线光畸形波在 $x-y$ 平面上沿 z 传播的演化如图 8 所示, 其参数分别选为 $k = 2, l = 5, c_1 = 2, c_2 = 1, Z_0 = 0, A_0 = 5, v = 0.1, Z_c = 16.3, g_0 = 0.01, \omega = 3$ 。

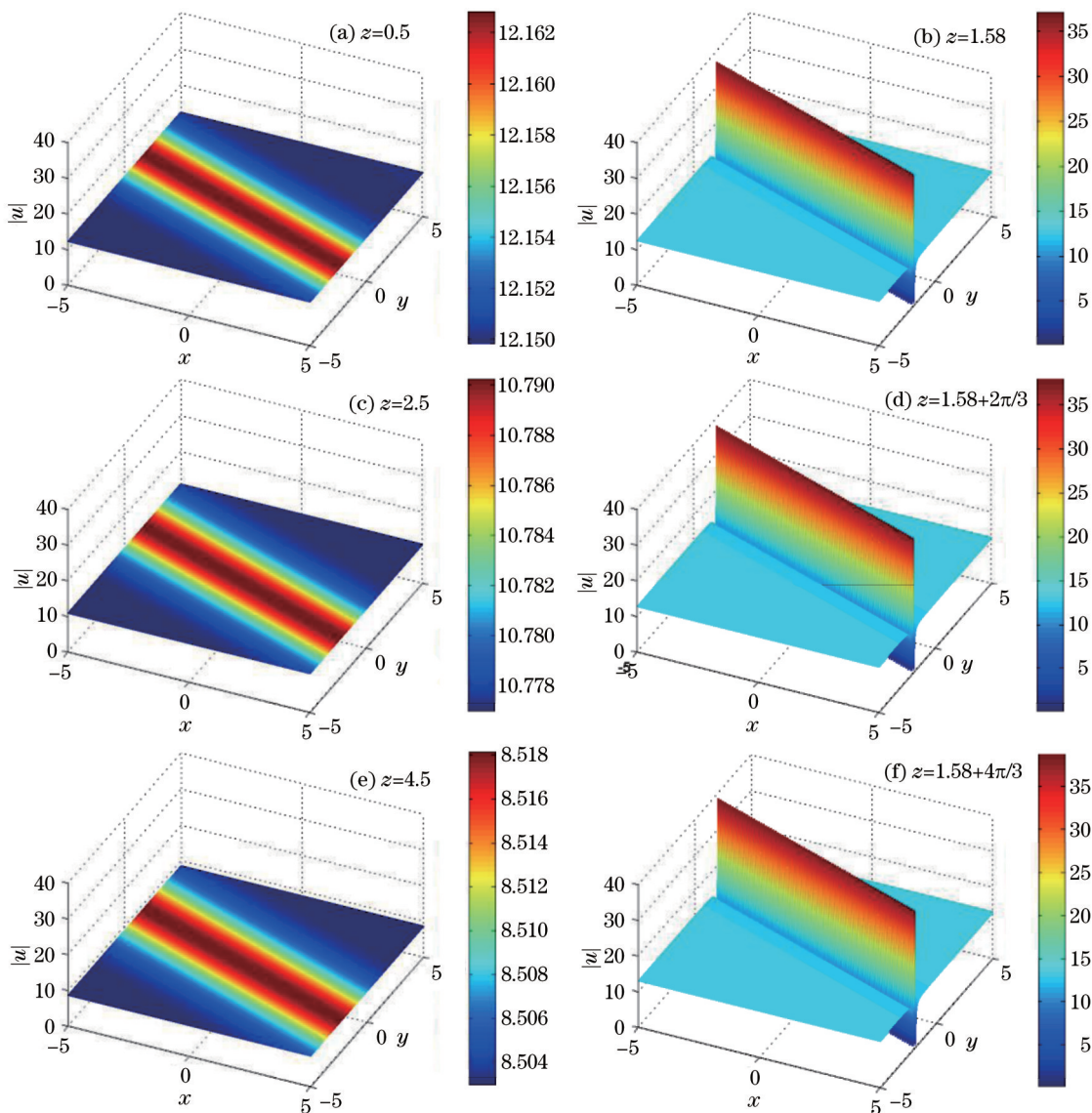


图 8 一阶线光畸形波在 $x-y$ 平面上随归一化传播距离 z 的演化图 ($Z_c=16.3$)

Fig.8 Evolution of the first-order optical rogue wave in the $x-y$ plane with the normalized propagation distance z ($Z_c=16.3$)

可以看出线光畸形波在周期性波导中可以实现周期性激发。

对于标准的薛定谔方程(3)式的一阶解 u_1 , 如果取畸形波解的参数 $Z_c = 17$, 由于 $Z_{\max} = 16.3 < Z_c$ 但又不是偏离的很远, 所以线光畸形波将保持周期性的次激发状态, 其一阶线光畸形波在 $x-y$ 平面上沿 z 传播的演化如图 9 所示, 其参数分别选为 $k = 2, l = 5, c_1 = 2, c_2 = 1, Z_0 = 0, A_0 = 5, v = 0.1, Z_c = 17, g_0 = 0.01, \omega = 3$ 。

由图 9 可见线光畸形波以次激发状态周期性出现, 显而易见如果取 $Z_{\max} = 16.3 > Z_c$, 并且 Z_{\max} 和 Z_c 的差值较小, 那么线光畸形波仍将以次激发状态周期性出现, 只不过此时的周期不再是 $\frac{2\pi}{\omega}$, 其周期的大小和于 Z_c 的选取有关, 在这里就不再讨论了。

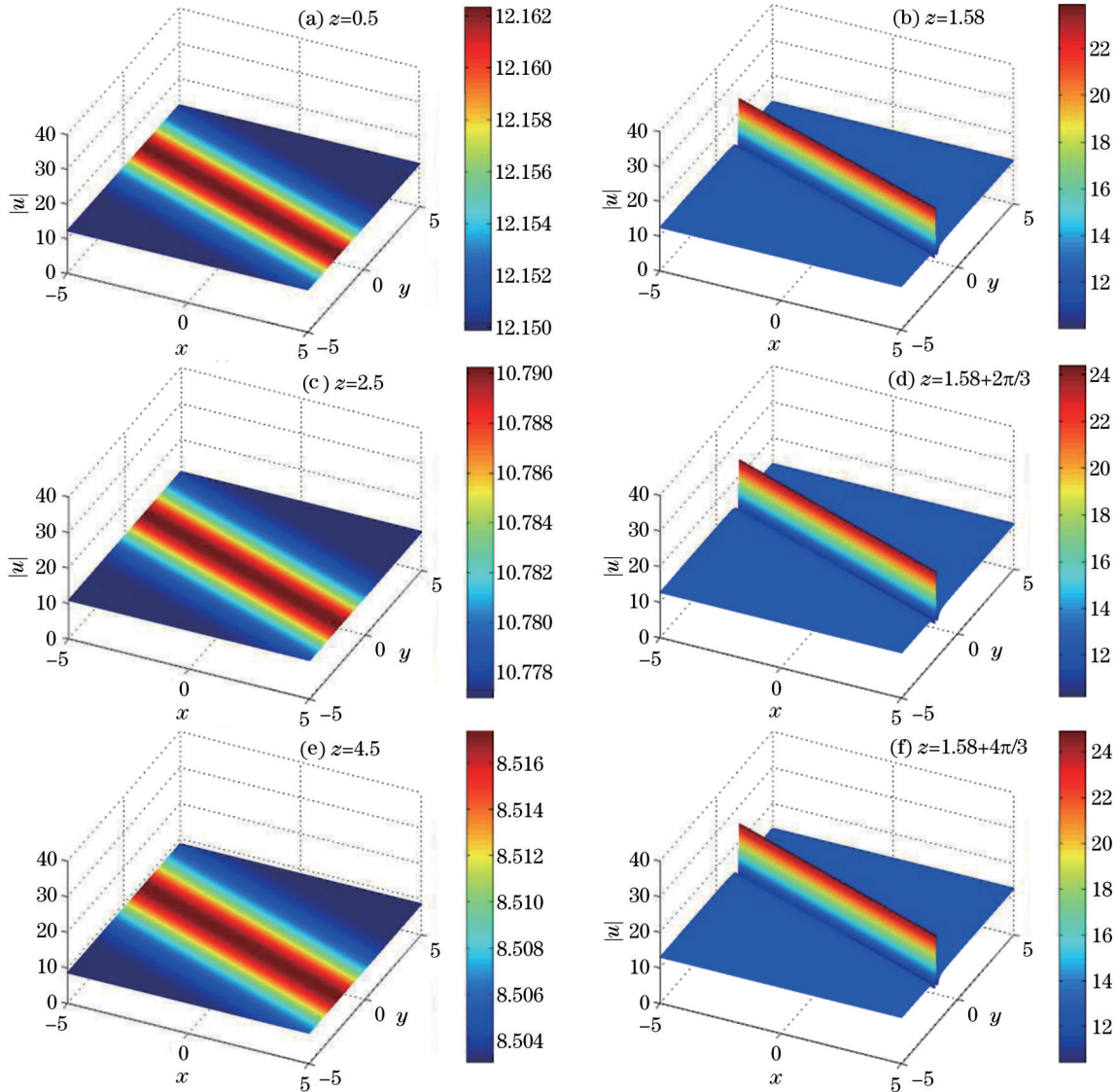


图9 一阶线光畸形波在 $x-y$ 平面上随归一化传播距离 z 的演化图($Z_c=17$)

Fig.9 Evolution of the first-order optical rogue wave in the $x-y$ plane with normalized propagation distance z ($Z_c=17$)

对于标准的薛定谔方程(3)式的一阶解 u_1 , 如果取畸形波解的参数 $Z_c = 20$, 由于 $Z_{\max} = 16.3 < Z_c$, 二者的值偏离的较远, 所以线光畸形波将始终处于抑制状态, 其一阶线光畸形波在 $x-y$ 平面上沿 z 传播的演化如图 10 所示, 其参数分别选为: $k = 2, l = 5, c_1 = 2, c_2 = 1, Z_0 = 0, A_0 = 5, v = 0.1, Z_c = 20, g_0 = 0.01, \omega = 3$ 。

由图可见原来振幅最大处即线光畸形波的激发处, 现在其振幅被抑制了, 已经很小了, 可以预见如果取 Z_c 很大或很小即和 $Z_{\max} = 16.3$ 的差值较大, 那么线光畸形波将完全被抑制, 这里就不一一赘述了。值得注意的是选取合适的 Z_c , 可以实现任意振幅(零至此光畸形波的最大振幅)的线畸形波的周期线出现, 选取合适的 ω 可以调节周期性畸形波激发位置之间的距离。这是本文的重要发现之一。

值得一提的是, 在 3.1 节固定了畸形波解中的参数, 通过选取不同的介质来实现对光畸形波的调控, 而 3.2 节是固定一种周期性介质, 然后通过调节畸形波解的参数来实现对光畸形波的调控, 这两种方法在本质上一样的, 都可以认为是通过调节与介质有关的参量来实现对线光畸形波的控制, 这个也是本文的另一个重要结果。

4 结 论

构建了光脉冲在非线性介质的传播特性和(2+1)维变系数非线性薛定谔方程的关系, 研究了一阶光畸形波在平面波导放大器中的传播特性。在参数的调控下, 讨论了光畸形波的激发位置的控制, 以及光畸形波

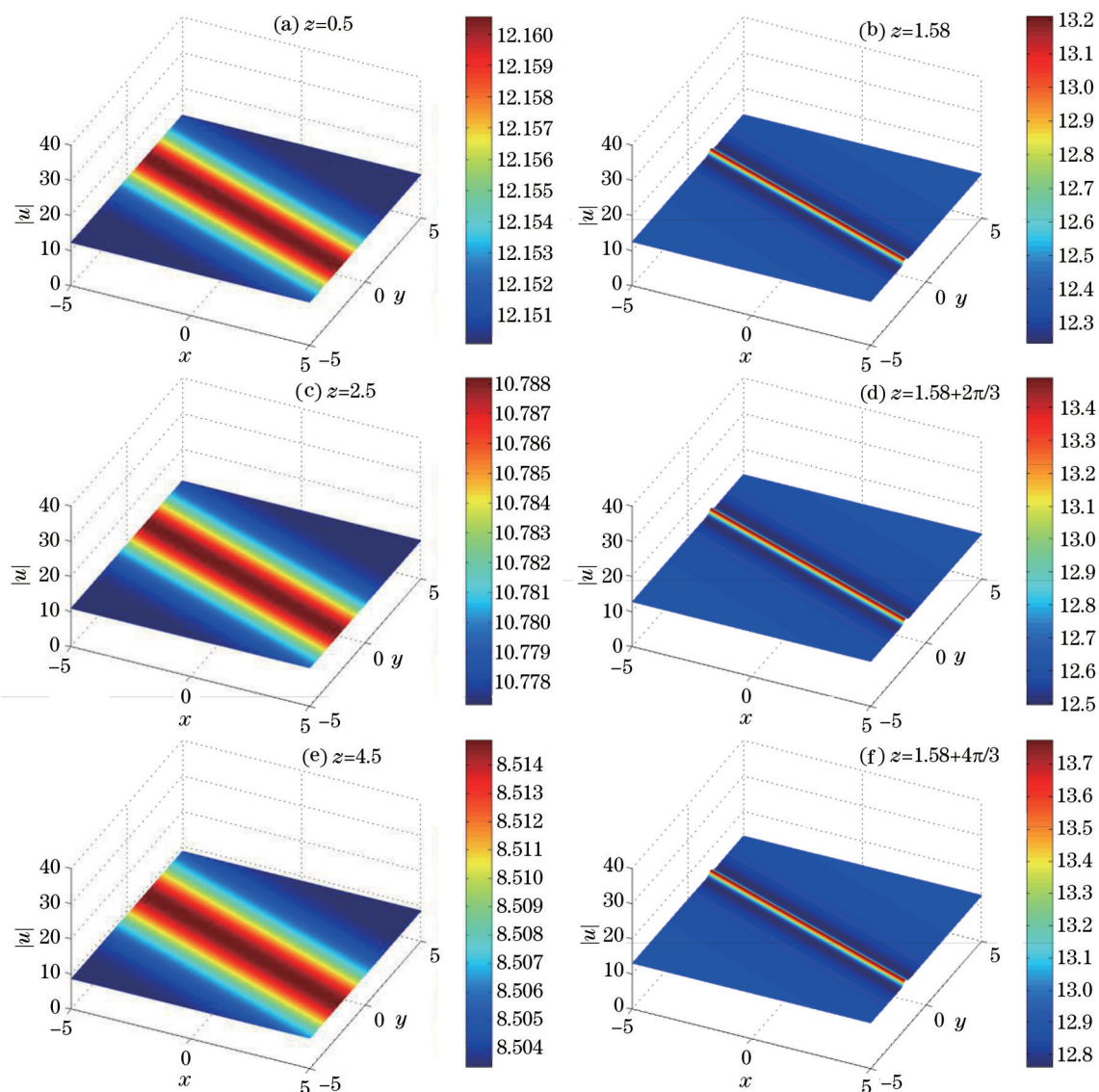


图 10 一阶线光畸形波在 $x-y$ 平面上随归一化传播距离 z 的演化图 ($Z_c=20$)

Fig.10 Evolution of the first-order optical rogue wave in the $x-y$ plane with normalized propagation distance z ($Z_c=20$)
 的延迟激发、抑制和保持等。研究结果丰富了对畸形波的认识和了解,这些结果对光畸形波、光脉冲在非线
 性介质中的传播有潜在的应用价值,例如在全光通信以及波导放大器的设计方面具有理论和参考价值。当
 然,实现这些理论研究结果的应用将会是一个更有意义的工作。

参 考 文 献

- 1 Draper L. 'Freak' ocean waves[J]. Weather, 1966, 21(1): 2-4.
- 2 Tao Aifeng, Hu Guodong. Characteristics of disastrous rogue waves and summary of its research method[J]. Journal of Natural Disasters. 2008, 17(1): 174-179.
 陶爱峰, 胡国栋. 灾害性异常浪特性及研究方法综述[J]. 自然灾害学报, 2008, 17(1): 174-179.
- 3 Liu Shouhua, Mu Lin, Liu Kexiu, *et al.*. Research advance and problems in freak waves[J]. Advances in Earth Science, 2013, 28(6): 665-673.
 刘首华, 牟 林, 刘克修, 等. 畸形波研究的进展及存在的问题[J]. 地球科学进展, 2013, 28(6): 665-673.
- 4 Ponomarenko S A, Agrawal G P. Do solitonlike self-similar waves exist in nonlinear optical media?[J]. Physical Review Letters, 2006, 97(1): 013901.
- 5 Solli D R, Ropers C, Koonath P, *et al.*. Optical rogue waves[J]. Nature, 2007, 450(7172): 1054-1057.
- 6 Bonatto C, Feyereisen M, Barland S, *et al.*. Deterministic optical rogue waves[J]. Physical Review Letters, 2011, 107(5): 053901.

- 7 Kibler B, Fatome J, Finot C, *et al.*. The Peregrine soliton in nonlinear fiber optics[J]. *Nature Physics*, 2010, 6(10): 790–795.
- 8 Bludov Y V, Konotop V V, Akhmediev N. Matter rogue waves[J]. *Physical Review A*, 2009, 80(3): 033610.
- 9 Bludov Y V, Konotop V V, Akhmediev N. Vector rogue waves in binary mixtures of Bose–Einstein condensates[J]. *The European Physical Journal–Special Topics*, 2010, 185(1): 169–180.
- 10 Moslem W M. Langmuir rogue waves in electron–positron plasmas[J]. *Physics of Plasmas*, 2011, 18(3): 032301.
- 11 El–Awady E I, Moslem W M. On a plasma having nonextensive electrons and positrons: Rogue and solitary wave propagation[J]. *Physics of Plasmas*, 2011, 18(8): 082306.
- 12 Stenflo L, Marklund M. Rogue waves in the atmosphere[J]. *Journal of Plasma Physics*, 2010, 76(3–4): 293–295.
- 13 Yan Z. Vector financial rogue waves[J]. *Physics Letters A*, 2011, 375(48): 4274–4279.
- 14 Peregrine D H. Water waves, nonlinear Schrödinger equations and their solutions[J]. *The Journal of the Australian Mathematical Society. Series B. Applied Mathematics*, 1983, 25(1): 16–43.
- 15 Chabchoub A, Hoffmann N P, Akhmediev N. Rogue wave observation in a water wave tank[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106(20): 204502.
- 16 Akhmediev N, Dudley J M, Solli D R, *et al.*. Recent progress in investigating optical rogue waves[J]. *Journal of Optics*, 2013, 15(6): 060201.
- 17 Chabchoub A, Hoffmann N, Onorato M, *et al.*. Super rogue waves: Observation of a higher–order breather in water waves[J]. *Physical Review X*, 2012, 2(1): 011015.
- 18 Akhmediev N, Ankiewicz A, Taki M. Waves that appear from nowhere and disappear without a trace[J]. *Physics Letters A*, 2009, 373(6): 675–678.
- 19 Ohta Y, Yang J. Dynamics of rogue waves in the Davey–Stewartson II equation[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2013, 46(10): 105202.
- 20 Ohta Y, Yang J. General rogue waves in the focusing and defocusing Ablowitz–Ladik equations[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2014, 47(25): 255201.
- 21 Zhang J, Hu W. Controlling the propagation of optical rogue waves in nonlinear graded–index waveguide amplifiers[J]. *Chinese Optics Letters*, 2013, 11(3): 031901.
- 22 He J S, Tao Y S, Porsezian K, *et al.*. Rogue wave management in an inhomogeneous nonlinear fibre with higher order effects[J]. *Journal of Nonlinear Mathematical Physics*, 2013, 20(3): 407–419.
- 23 Dai C, Zhang J. Exact spatial similaritons and rogons in 2D graded–index waveguides[J]. *Optics letters*, 2010, 35(15): 2651–2653.
- 24 Yan Z, Konotop V V, Akhmediev N. Three–dimensional rogue waves in nonstationary parabolic potentials[J]. *Physical Review E*, 2010, 82(3): 036610.
- 25 Fan E, Zhang J, Hon B Y C. A new complex line soliton for the two–dimensional KdV–Burgers equation[J]. *Physics Letters A*, 2001, 291(6): 376–380.
- 26 Zhang Jiefang, Lou Jihui. Line optical rogue waves and transmission controlling in inhomogeneous nonlinear waveguides[J]. *Acta Optica Sinica*. 2013, 33(9): 0919001.
张解放, 楼吉辉. 非均匀非线性波导中线光学畸形波及其传播控制[J]. *光学学报*, 2013, 33(9): 0919001.
- 27 Wu L, Li L, Zhang J F. Controllable generation and propagation of asymptotic parabolic optical waves in graded–index waveguide amplifiers[J]. *Physical Review A*, 2008, 78(1): 013838.
- 28 Wu L, Zhang J F, Li L, *et al.*. Similaritons in nonlinear optical systems[J]. *Optics Express*, 2008, 16(9): 6352–6360.
- 29 Akhmediev N, Soto–Crespo J M, Ankiewicz A. How to excite a rogue wave[J]. *Physical Review A*, 2009, 80(4): 043818.
- 30 Ankiewicz A, Clarkson P A, Akhmediev N. Rogue waves, rational solutions, the patterns of their zeros and integral relations[J]. *Journal of Physics A:Mathematical and Theoretical*, 2010, 43(12): 122002.
- 31 Ponomarenko S A, Agrawal G P. Nonlinear interaction of two or more similaritons in loss–and dispersion–managed fibers[J]. *JOSA B*, 2008, 25(6): 983–989.
- 32 Serkin V N, Hasegawa A. Novel soliton solutions of the nonlinear Schrödinger equation model[J]. *Physical Review Letters*, 2000, 85(21): 4502–4505.