

基于 CCD 探测器的点目标成像平均半径误差分析及最优阈值选择

周龙峰^{1,2,3} 张 昂^{1,3} 张俊波^{1,3} 鲜 浩^{1,3}

¹中国科学院光电技术研究所 四川 成都 610209

²中国科学院大学 北京 100049

³中国科学院自适应光学重点实验室 四川 成都 610209

摘要 在反射式望远镜系统误差校正过程中,常以点目标的清晰度函数作为成像质量的评价指标。通过优化算法对存在误差的参量进行校正,使清晰度函数达到极值。平均半径作为点目标成像的清晰度函数由于具有适用范围大、动态特性好的特点而得到广泛的应用。然而,在实际工作过程中,由于探测器噪声等因素的影响,平均半径计算值与理论值存在一定的偏差,从而对校正过程产生影响。对噪声下平均半径的计算误差以及阈值对误差的影响进行了理论和仿真分析,结果表明存在最优阈值使计算误差达到最小,并对不同噪声强度下仿真的最优阈值数据进行拟合,给出了最优阈值拟合公式,分析表明该公式能够较准确的计算最优阈值。

关键词 成像系统; 远场光斑; 平均半径; 噪声; 阈值

中图分类号 O438

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0711006

Error Analysis of Spot Diagram's Mean Radius Measured with CCD Sensor and Choice of the Optimal Threshold

Zhou Longfeng^{1,2,3} Zhang Ang^{1,3} Zhang Junbo^{1,3} Xian Hao^{1,3}

¹Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

³Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China

Abstract In the process of error correction based on reflecting telescope system, definition function of spot target is usually used as performance metric of imaging quality. The definition function will reach extremum by using optimization algorithm to correct parameter error. Mean radius as definition function of spot diagram is widely used for its large-scale and good dynamic property in correction. While the value of mean radius of calculation is different from the value of theory because of the noise of detector, thus the correction process is affected. The calculation error of mean radius because of noise and the influence of threshold is analyzed through theory and simulation. The result indicates that there exists an optimal threshold to make the error minimum. A fitting formula is proposed by the simulating optimal thresholds in different noise intensities. The formula can accurately calculate optimal thresholds.

Key words imaging systems; far-field spot; mean radius; noise; threshold

OCIS codes 110.6770; 110.1080; 220.1140; 220.1010

1 引 言

随着基于系统性能指标直接优化的光学控制技术的发展,性能指标的测量精度成为必须考虑的问题。对于反射式望远镜系统,远场光斑质量直接反映了系统状态的好坏,因此常常以成像清晰度函数作为系统

收稿日期: 2015-01-25; 收到修改稿日期: 2015-02-16

基金项目: 中国科学院空间科学战略性先导科技专项(XDA04060902)

作者简介: 周龙峰(1988—),男,博士研究生,主要从事大口径望远镜在线调整方面的研究。E-mail: zlfblue@126.com

导师简介: 鲜浩(1969—),男,硕士,研究员,主要从事自适应光学和光机系统设计等方面的研究。E-mail: xianhao@ioe.ac.cn

优化的性能指标对系统状态进行调整,使清晰度函数达到极值^[1-5]。目前,基于点目标成像的优化性能指标包括远场峰值、环围能量、平均半径等,其中平均半径由于具有适用范围大、动态特性好的特点^[1]而得到广泛的应用。然而在实际工作中,光斑信息多利用电荷耦合元件(CCD)探测器获取,由于探测器自身存在噪声的影响,因此与光斑相关函数的计算结果会存在偏差,从而可能对校正过程产生影响。Cao等^[6-8]先后分析了不同噪声情况下光斑质心的探测误差;He等^[9]分析了噪声对峰值斯特列尔比计算的影响。为了减小噪声对计算结果的影响,常常采用设置阈值的方法使计算误差降低。

本文以点目标远场光斑的平均半径作为系统性能优化的清晰度函数,对存在噪声情况下的计算误差进行了分析,结果表明计算误差包括系统误差和随机误差。同时,针对 CCD 探测器靶面阈值对计算误差的影响进行了理论分析并通过仿真进行验证。结果表明,系统存在一个最优阈值,能够使计算误差达到最小。分别针对不同的背景暗电平、背景光噪声以及读出噪声情况下的最优阈值进行了计算,并对计算数据进行拟合得到拟合公式。该公式较准确的描述了最优阈值随噪声各参量的变化规律,为噪声处理中阈值的选取提供了依据。

2 理论基础

假设 CCD 探测器靶面像素为 $L \times M$, CCD 相机靶面示意图如图 1 所示。若以靶面中心为原点沿 L, M 方向建立直角坐标系,规定坐标轴上靶面较长边边缘距离原点为 1,则可得靶面坐标中第 (i, j) 个像素点的位置 (x_i, y_j) 。

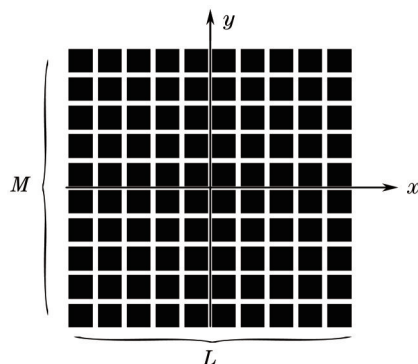


图 1 CCD 靶面示意图

Fig.1 Schematic diagram of CCD target

点目标远场光斑平均半径定义为

$$J = \frac{\sum_{i,j} \sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_j - y_c)^2} N_{ij}}{\sum_{i,j} N_{ij}} = \frac{\sum_{i,j} r_{ij} N_{ij}}{\sum_{i,j} N_{ij}}, \quad (1)$$

式中 N_{ij} 为 CCD 光敏面第 (i, j) 个像素点所接收的光子数, (x_c, y_c) 为光斑的质心, 计算公式为

$$\begin{cases} x_c = \frac{\sum_{i,j} x_i N_{ij}}{\sum_{i,j} N_{ij}} \\ y_c = \frac{\sum_{i,j} y_j N_{ij}}{\sum_{i,j} N_{ij}} \end{cases}, \quad (2)$$

式中 r_{ij} 为像素点 (i, j) 距离质心的距离

一般情况下认为第 (i, j) 个像素点的光子数 N_{ij} 主要包括: 1) 有效信号光子数 N_{sij} ; 2) 背景暗电平 N_{dij} , 其值恒为 N_d ; 3) 背景光噪声 N_{bij} , 服从泊松分布, 均值、方差均为 N_b ; 4) 读出噪声 N_{rij} , 服从高斯分布, 均值为 0, 方差为 σ_r^2 。当背景光噪声光子数大于 10, 则可将其近似为均值和方差均为 N_b 的高斯随机分布^[10]。因此, 可以将噪声近似为均值为 $N_b = N_d + N_b$, 方差为 $\sigma_b^2 = \sigma_r^2 + N_b$ 的高斯随机分布, 即 $N_{ij} = N_{sij} + N_{bij}$ 。由于 CCD 探测器存在噪声影响, 因此平均半径 J 的计算结果存在误差。根据(1)式、(2)式可知, 噪声对 J 的影响主要包括两方面: 1) 由于噪声使质心计算值 x_c, y_c 产生误差, 进而使 r_{ij} 产生偏差, 导致 J 存在偏差; 2) N_{ij} 会使 J 的定义

式中除 r_{ij} 以外的分子、分母中 N_{ij} 产生误差,致使 J 产生偏差。分析表明当2)的影响远大于1)时可以认为噪声与 r_{ij} 不相关,因此可以对误差进行近似分析。

将(1)式简化为

$$J = \frac{U}{V}, \quad (3)$$

式中 $U = \sum_{ij}^{L,M} r_{ij} N_{ij}$, $V = \sum_{ij}^{L,M} N_{ij}$ 。

假设 $U_B = \sum_{ij}^{L,M} r_{ij} N_{Bij}$, $V_B = \sum_{ij}^{L,M} N_{Bij}$, $U_s = \sum_{ij}^{L,M} r_{ij} N_{sij}$, $V_s = \sum_{ij}^{L,M} N_{sij}$, 则 $U = U_B + U_s$, $V = V_B + V_s$, 进而可以得到平均半径表达式 $J = \frac{V_s}{V} \cdot J_s + \frac{V_B}{V} \cdot J_B$, 其中 $J_s = \frac{U_s}{V_s}$, $J_B = \frac{U_B}{V_B}$ 。在不考虑采样误差的情况下, J 可以表示为无噪声条件下的 J_s 和只有背景噪声时的 J_B 的加权求和。因此可得噪声引起的系统误差为

$$\sigma_{\text{system}} = J - J_s = \frac{V_B}{V} (J_B - J_s). \quad (4)$$

CCD探测器噪声的随机扰动同时会使平均半径计算值存在随机误差,根据误差理论^[11]可知(3)式的随机误差的方差可表示为

$$\sigma_{\text{rand}}^2 = \frac{U^2}{V^4} \sigma_V^2 + \frac{1}{V^2} \sigma_U^2 - \frac{2U}{V^3} \sigma_{UV}^2, \quad (5)$$

式中 σ_V^2 为变量 V 的方差, σ_U^2 为变量 U 的方差, σ_{UV}^2 为 U 和 V 的协方差。

根据前述假设噪声与 r_{ij} 不相关,且不同像素点噪声相互独立,则可得出 $\sigma_U^2 = \sum_{ij}^{L,M} r_{ij}^2 S_{ij}^2$, $\sigma_V^2 = \sum_{ij}^{L,M} S_{ij}^2$, $\sigma_{UV}^2 = \sum_{ij}^{L,M} r_{ij} S_{ij}^2$, 其中 S_{ij}^2 为第 (i,j) 个像素点噪声的方差,满足关系 $S_{ij}^2 = \sigma_B^2$ 。(5)式可改写为

$$\sigma_{\text{rand}}^2 = \frac{1}{V^2} \left(L \cdot M \cdot J^2 + \sum_{ij}^{L,M} r_{ij}^2 - 2J \cdot \sum_{ij}^{L,M} r_{ij} \right) \cdot \sigma_B^2. \quad (6)$$

综合上述分析可得,在噪声存在情况下平均半径的计算误差包括系统误差 σ_{system}^2 和 σ_{rand}^2 随机误差,其总误差为 $\sigma_{\text{total}}^2 = \sigma_{\text{system}}^2 + \sigma_{\text{rand}}^2$ 。由于CCD探测器输出值以灰度(ADU)为单位,因此可将公式中的 N_{ij} 、 V_B 、 V 、 σ_B 等以灰度为单位进行表示。

误差的存在会使平均半径的计算精度降低,从而影响系统的优化。如果对CCD靶面设定阈值 T ,将像素点的灰度值减去阈值作为新的灰度值,若减后为负则将其置零,可能使噪声的影响得到减小。若阈值太小,噪声的影响无法降到最低;若阈值太大,会造成有效信号的丢失。因此,系统存在最优阈值能够使误差降到最低。为了计算最优阈值,需要对平均半径 J 的计算误差公式中各个变量随阈值 T 的变化规律进行讨论,其中包括 J_B 、 J_s 、 V_B 、 V_s 、 V 、 J 以及 σ_B^2 。

1) 阈值对 J_B 的影响。

由于背景噪声服从高斯随机分布,因此可以近似认定背景光噪声下的平均半径 J_B 不随阈值 T 变化,满足 $J_B(T) = \frac{\sum_{ij}^{L,M} r_{ij}}{(L \cdot M)}$ 。

2) 阈值对 J_s 的影响。

当靶面信息中包含有效信号和噪声时,若阈值 T 小于 N_B ,则有效信号 N_{sij} 不受影响;若阈值 T 大于 N_B ,则信号光中将有 $T - N_B$ 被去除,因此满足关系式:

$$J_s(T) = \begin{cases} J_s, & T \leq N_B \\ \frac{\sum_{ij}^{L,M} r_{ij} \cdot \text{check}(N_{sij} - T + N_B)}{\sum_{ij}^{L,M} \text{check}(N_{sij} - T + N_B)}, & T > N_B \end{cases}, \quad (7)$$

$$\text{式中函数 } r'_{ij} = \sqrt{(x_i - x'_c)^2 + (y_j - y'_c)^2}, \quad x'_c = \frac{\sum_{i,j}^{L,M} x_i \text{check}(N_{sij} - T + N_B)}{\sum_{i,j}^{L,M} \text{check}(N_{sij} - T + N_B)}, \quad y'_c = \frac{\sum_{i,j}^{L,M} y_j \text{check}(N_{sij} - T + N_B)}{\sum_{i,j}^{L,M} \text{check}(N_{sij} - T + N_B)}, \quad y = \text{check}(x) \text{ 定义}$$

$$\text{为 } y = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}.$$

3) 阈值对 V_B 的影响。

由于背景噪声 N_{Bij} 服从均值为 N_B , 方差为 σ_B^2 的高斯随机分布, 其概率密度函数为

$$f(N_{Bij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_B} \exp\left[-\frac{(N_{Bij} - N_B)^2}{2\sigma_B^2}\right], \text{ 则设定阈值后满足}$$

$$V_B(T) = L \cdot M \int_T^{+\infty} (N_{Bij} - T) f(N_{Bij}) dN_{Bij}. \quad (8)$$

$$4) \text{ 阈值对 } V_s \text{ 的影响。与 } J_s \text{ 分析同理得 } V_s(T) = \begin{cases} V_s, & T \leq N_B \\ \sum_{i,j}^{L,M} \text{check}(N_s - T + N_B), & T > N_B \end{cases}.$$

5) 阈值对 V 的影响。由 $V = V_B + V_s$ 得 $V(T) = V_B(T) + V_s(T)$ 。

6) 阈值对 J 的影响。根据 J 、 J_B 、 J_s 的关系可得 $J(T) = \frac{V_s(T)}{V(T)} \cdot J_s(T) + \frac{V_B(T)}{V(T)} \cdot J_B(T)$ 。

3 仿真分析

望远镜系统对点目标成像在 CCD 探测器靶面其实质是对光能量的积分采样过程, 由于探测器噪声的影响, 图像信息中包含有效信号、背景暗电平、背景光噪声以及读出噪声等。仿真分析中分别给出 CCD 靶面有效信号和不同噪声的参数。假设 CCD 靶面大小为 $L \times M = 100 \text{ pixel} \times 100 \text{ pixel}$, 像素读出位数为 16 位, 有效信号光总能量 $V_s = 2 \times 10^5 \text{ ADU}$, 艾里斑半径 $\sigma_A = 2 \text{ pixel}$ 。背景暗电平 N_{dij} 均值恒为 $N_d = 1000 \text{ ADU}$; 背景光噪声 N_{bij} 均值和方差均为 $N_b = 200 \text{ ADU}$; 读出噪声 N_{rij} 均值为 0, 标准差 $\sigma_r = 100 \text{ ADU}$ 。利用仿真分析的方式, 计算理想情况下有效信号的平均半径 J , 通过对有效信号添加噪声并设定阈值的方式计算第 i 帧图像的平均半径 $J_i(T)$ 。通过大量帧数的加噪信号的统计, 计算误差随阈值的变化关系。定义平均半径误差随阈值的变化关系为

$$E(T) = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [J_i(T) - J]^2 \right\}^{1/2}, \quad (9)$$

式中 n 为所取的帧数。

根据仿真模拟和前述理论分析, 分别给出不同背景暗电平、背景光噪声和读出噪声下平均半径计算误差随阈值的变化曲线如图 2~4 所示。 $L \times M = 100 \text{ pixel} \times 100 \text{ pixel}$, $V_s = 2 \times 10^5 \text{ ADU}$, $\sigma_A = 2 \text{ pixel}$ 。图 2 中, $N_b = 200 \text{ ADU}$, $\sigma_r = 100 \text{ ADU}$; 图 3 中, $N_d = 1000 \text{ ADU}$, $\sigma_r = 100 \text{ ADU}$; 图 4 中, $N_d = 1000 \text{ ADU}$, $N_b = 200 \text{ ADU}$ 。由变化曲线可以看出仿真模拟与理论分析变化规律近似且存在最优阈值能够使计算误差达到最小, 最优阈值随着噪声的增大而增大。

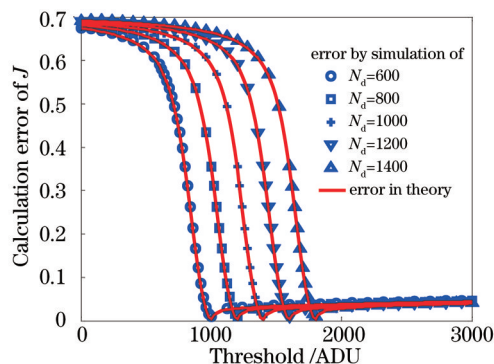


图 2 不同背景暗电平 N_d 下平均半径计算误差随阈值变化曲线

Fig.2 Curves of mean radius calculation error changing with threshold in different dark voltages N_d

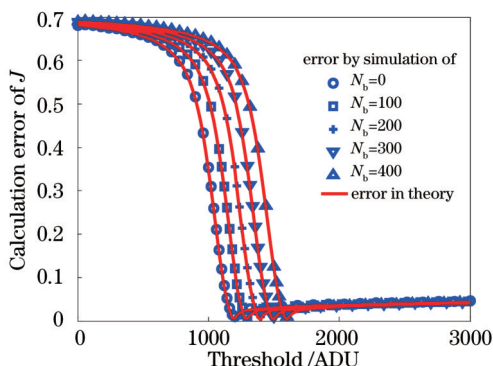


图3 不同背景光噪声下平均半径计算误差随阈值变化曲线

Fig.3 Curves of mean radius calculation error changing with threshold in different background noise

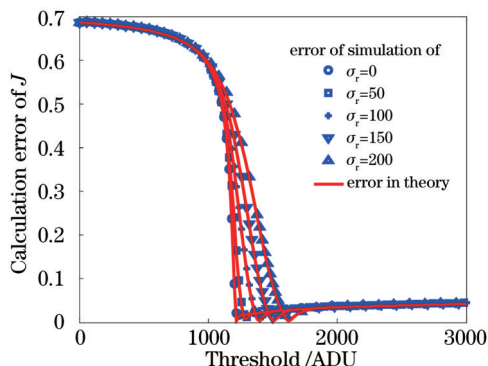


图4 不同读出噪声标准差下平均半径计算误差随阈值变化曲线

Fig.4 Curves of mean radius calculation error changing with threshold in different readout noise

通过仿真分析,在其他参量不变的前提下计算不同背景暗电平 N_d 、背景光噪声 N_b 、读出噪声标准差 σ_r 下的最优阈值 T_{opt} ,其中 N_d 范围为0~2000,间隔为100; N_b 为0~500,间隔为50; σ_r 为0~200,间隔为10; 阈值 T 选取间隔为20,部分最优阈值 T_{opt} 如表1~3所示。

表1 不同背景暗电平下的最优阈值

Table 1 Optimal threshold in different dark voltages

N_d /ADU	0	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600
T /ADU	420	620	820	1020	1220	1420	1620	1820	2020

表2 不同背景光噪声下的最优阈值

Table 2 Optimal threshold in different background noises

N_b /ADU	0	50	100	150	200	250	300	350
T /ADU	1200	1260	1320	1360	1420	1460	1520	1560

表3 不同读出噪声下的最优阈值

Table 3 Optimal threshold in different readout noises

σ_r /ADU	0	20	40	60	80	100	120	140	160
T /ADU	1240	1260	1280	1320	1360	1420	1460	1520	1560

根据计算数据对最优阈值 T_{opt} 与噪声各参量之间的关系进行拟合,得拟合公式为

$$T_{opt} = N_d + N_b + 2\sqrt{N_b + \sigma_r^2}. \quad (10)$$

将拟合公式计算结果与理论公式 $\sigma_{total}^2 = \sigma_{system}^2 + \sigma_{rand}^2$ 计算结果进行对比如图5所示,当 N_d 、 N_b 、 σ_r 分别变化时拟合公式计算结果与理论结果都能较好的吻合,表明该公式能够较准确的计算最优阈值。

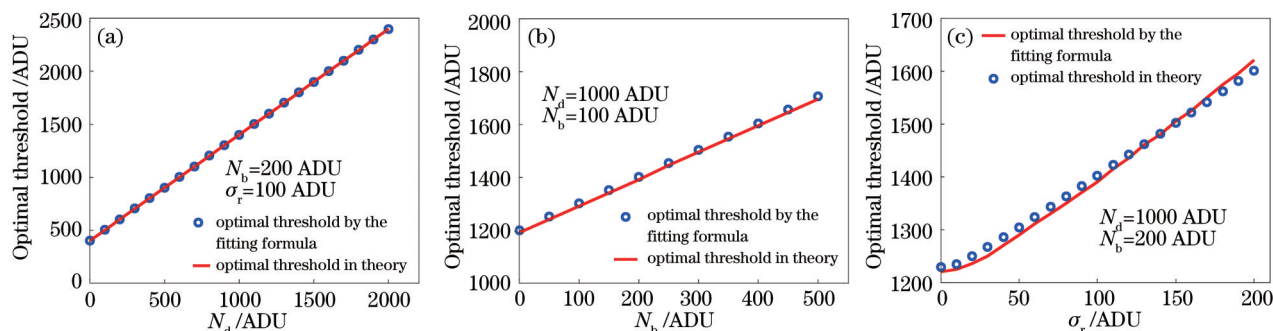


图5 不同噪声下的拟合公式与理论计算最优阈值。(a) 最优阈值随背景暗电平 N_d 变化曲线;

(b) 最优阈值随背景光噪声 N_b 变化曲线;(c) 最优阈值随读出噪声标准差 σ_r 变化曲线

Fig.5 Optimal threshold by the fitting formula and theory in different noises. (a) Curve of optimal threshold changing with dark voltage N_d ; (b) curve of optimal threshold changing with background noise N_b ; (c) curve of optimal threshold changing with readout noise σ_r .

4 结 论

对望远镜点目标光斑的性能优化指标平均半径 J 计算值受 CCD 噪声的影响进行了分析,其中噪声包括背景暗电平、背景光噪声、读出噪声等,分析表明计算误差由系统误差和随机误差构成。通过理论和仿真分析了阈值对误差大小的影响,结果表明,对于某一特定噪声存在最优阈值,能够使平均半径计算误差最小。将仿真中不同噪声情况下的最优阈值进行拟合,得到最优阈值与噪声大小的近似公式: $T_{\text{opt}} = N_d + N_b + 2\sqrt{N_b + \sigma_r^2}$,验证表明该公式能够较准确的计算最优阈值,并且为噪声处理中阈值的选取提供了依据。

参 考 文 献

- 1 Chen Bo, Yang Huizhen, Zhang Jinbao, *et al.*. Performances index and convergence speed of parallel gradient descent algorithm in adaptive optics of point source[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(5): 1143-1148.
陈 波, 杨慧珍, 张金宝, 等. 点目标成像自适应光学随机并行梯度下降算法性能指标与收敛速度[J]. *光学学报*, 2009, 29(5): 1143-1148.
- 2 Yang Huizhen, Chen Bo, Li Xinyang, *et al.*. Experimental demonstration of stochastic parallel gradient descent control algorithm for adaptive optics system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(2): 205-210.
杨慧珍, 陈 波, 李新阳, 等. 自适应光学系统随机并行梯度下降控制算法实验研究[J]. *光学学报*, 2008, 28(2): 205-210.
- 3 Wang Sanhong, Liang Yonghui, Ma Haotong, *et al.*. Beam cleanup experiments for master oscillator power amplifier laser system by adaptive optics based on stochastic parallel gradient descent algorithm[J]. *Chinese J Lasers*, 2009, 36(10): 2763-2768.
王三宏, 梁永辉, 马浩统, 等. 随机并行梯度下降自适应光学对主振荡功率放大器激光系统的光束净化实验[J]. *中国激光*, 2009, 36(10): 2763-2768.
- 4 Liang Yonghui, Wang Sanhong, Long Xuejun, *et al.*. Experimental explorations of the laser beam cleanup system based on stochastic parallel-gradient-descent algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(4): 613-618.
梁永辉, 王三宏, 龙学军, 等. 随机并行梯度下降光束净化实验研究[J]. *光学学报*, 2008, 28(4): 613-618.
- 5 Yang Huizhen, Li Xinyang, Jiang Wenhan. Comparison of several stochastic parallel optimization control algorithms for adaptive optics system[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2008, 20(1): 11-16.
杨慧珍, 李新阳, 姜文汉. 自适应光学系统几种随机并行优化控制算法比较[J]. *强激光与粒子束*, 2008, 20(1): 11-16.
- 6 Genrui Cao, Xin Yu. Accuracy analysis of a Hartmann-Shack wavefront sensor operated with a faint object[J]. *Opt Eng*, 1994, 33(7): 2331-2335.
- 7 Jiang Wenhan, Xian Hao, Shen Feng. Detecting error of Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 1998, 15(2): 218-227.
姜文汉, 鲜 浩, 沈 锋. 夏克-哈特曼波前传感器的探测误差[J]. *量子电子学报*, 1998, 15(2): 218-227.
- 8 Xiaoyu Ma, Changhui Rao, Hanqing Zheng. Error analysis of CCD-based point source centroid computation under the background light[J]. *Opt Express*, 2009, 17(10): 8525-8541.
- 9 Yuanxing He, Xinyang Li. Error analysis of laser beam quality measured with CCD sensor and choice of the optimal threshold[J]. *Optics & Laser Technology*, 2013, 45: 671-677.
- 10 Zhou Zhicheng. On the subject of Gauss approximation of poisson distribution[J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis*, 1988, 24(5): 605-619.
周志成, 关于泊松分布的高斯近似问题[J]. *北京大学学报(自然科学版)*, 1988, 24(5): 605-619.
- 11 Fei Yetai. *Error Theory and Data Processing*[M]. Beijing: China Machine Press, 2004: 58-60.
费业泰. *误差理论与数据处理*[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004: 58-60.

栏目编辑: 苏 岑