

# 正弦振动下动态调制传递函数分析与研究

杜言鲁<sup>1,2</sup> 丁亚林<sup>1</sup> 许永森<sup>1</sup> 聂品<sup>1</sup>

<sup>1</sup>中国科学院长春光学精密机械与物理研究所中科院航空光学成像与测量重点实验室, 吉林 长春 130033

<sup>2</sup>中国科学院大学, 北京 100049

**摘要** 振动导致航空相机成像分辨率下降,常采用动态调制传递函数(MTF)评价振动对成像质量的影响。根据线性光学系统的传递函数理论,针对任意频率的正弦振动,提出一种基于第一类贝塞尔函数的动态MTF计算方法,并以奈奎斯特频率处动态MTF不小于0.9为条件,得出低频振动的振幅容限随频率增加而减小,高频振动的振幅容限为0.2 pixel。通过对刀口靶标进行正弦振动下动态成像实验,得出理论计算结果与实验结果间相对误差小于4.25%,相比以往相关文献的分析结果,计算精度最大可提高18.5倍,因此该方法可用于预估和评价振动环境下航空相机的成像质量,对视轴稳定系统的设计具有指导意义。

**关键词** 成像系统; 调制传递函数; 正弦振动; 像质评价

中图分类号 V245.6

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0711001

## Dynamic Modulation Transfer Function Analysis and Research under Sinusoidal Vibration

Du Yanlu<sup>1,2</sup> Ding Yalin<sup>1</sup> Xu Yongsen<sup>1</sup> Nie Pin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Key Laboratory of Airborne Optical Imaging and Measurement, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China

<sup>2</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** The image resolution of aerial camera declines resulting from vibration and the dynamic modulation transfer function(MTF) is used to evaluate the impact of vibration on image quality. In accordance with the transfer function theory of linear optical system, a formula based on Bessel function of the first kind is established to calculate dynamic MTF for sinusoidal vibration at any frequency. The tolerance of vibration amplitude is calculated with the restriction that dynamic MTF at Nyquist frequency is no less than 0.9. For low-frequency, the amplitude tolerance declines as frequency rises. And the tolerance of high-frequency is 0.2 pixel. The dynamic imaging experiment of the edge target under sinusoidal vibration is carried out. The experiment shows that the relative error between the MTFs calculated from the derived formula and the MTFs obtained by slanted-edge method from the practical degraded image is less than 4.25%. The accuracy rises 18.5 times compared with other relevant literature. Therefore, the proposed formula can be used to estimate and evaluate the image quality of aerial camera under vibration and is significant for the design of the line-of-sight stabilization system.

**Key words** imaging systems; modulation transfer function; sinusoidal vibration; image quality assessment

**OCIS codes** 110.2960; 110.4100; 110.3000; 120.7280; 120.0280

## 1 引言

随着航空相机技术的发展,对光学成像系统的成像分辨率要求越来越高,此时振动已成为限制其高分辨成像的重要因素。动态调制传递函数(MTF)能够客观地反映振动对成像系统像质的影响,被广泛地用于

收稿日期: 2014-12-03; 收到修改稿日期: 2015-01-18

基金项目: 中国科学院国防科技创新基金(CXJJ-14-S123)、吉林省科技发展计划资助项目(20140520114JH)

作者简介: 杜言鲁(1988-),男,博士研究生,主要从事航空相机稳定成像技术方面的研究。

E-mail: yanlu08@mail.ustc.edu.cn

导师简介: 丁亚林(1964-),男,研究员,博士生导师,主要从事航空相机总体设计等方面的研究。E-mail: dingyl\_1964@126.com

评价系统的动态成像能力<sup>[1,2]</sup>。

目前关于动态 MTF 的研究,国内外学者已做了很多工作,但大多局限于匀速运动和高频正弦振动,而且高频正弦振动也仅限于曝光时间为振动周期整数倍的情况,对于低频正弦振动以及曝光时间不为振动周期整数倍的高频正弦振动,相关文献则很少涉及。廖静宇等<sup>[3]</sup>针对低频正弦振动,提出基于离散相位区间的动态 MTF 计算方法,计算动态 MTF 的期望值作为低频正弦振动下成像质量的评价指标。孙崇尚等<sup>[4]</sup>指出曝光时间不为振动周期整数倍的一般情况下,高频正弦振动对成像质量的影响也具有随机性,但低频正弦振动下随机性明显。正弦振动作为航空相机像点运动的基本形式,需要建立更全面、准确的动态 MTF 计算模型,以评价振动对航空相机成像质量的影响。

本文根据线性光学系统的传递函数理论,针对正弦振动,推导出一种计算动态 MTF 的一般性公式,而不再按低频、高频分开讨论。为验证动态 MTF 计算模型的正确性,设计了动态成像实验,理论计算出的动态 MTF 与实验结果间相对误差小于 4.25%,相比以往相关文献的分析结果,具有更好的计算精度,因此该方法可用于预估和评价振动环境下成像质量的优劣,在航空相机视轴稳定系统设计中具有指导意义。

## 2 光学成像系统动态调制传递函数

在理想光学成像系统中,物与像成共轭关系,对于一维运动,其线扩散函数(LSF)为  $\delta(X)$ 。振动会引起成像时刻被照物影像相对光学系统焦平面发生运动,假设像点位移为  $x(t)$ ,则 LSF 变为  $\delta[X - x(t)]$ 。光学系统实际的成像结果为曝光时间内能量的叠加,LSF 应为归一化的能量分布<sup>[5]</sup>,公式为

$$F_{\text{LS}}(X) = \frac{1}{t_c} \int_{t_s}^{t_s+t_c} \delta[X - x(t)] dt, \quad (1)$$

式中  $t_s$  为初始曝光时刻,  $t_c$  为曝光时间。动态光学传递函数(OTF)为 LSF 的傅里叶变换,即

$$F_{\text{OT}}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{\text{LS}}(X) \exp(-2j\pi fX) dX, \quad (2)$$

式中  $f$  为空间频率,将(1)式代入(2)式,经计算可得

$$F_{\text{OT}}(f) = \frac{1}{t_c} \int_{t_s}^{t_s+t_c} \exp[-2j\pi f x(t)] dt, \quad (3)$$

进而求出 MTF

$$F_{\text{MT}}(f) = \left| \frac{1}{t_c} \int_{t_s}^{t_s+t_c} \exp[-2j\pi f x(t)] dt \right|, \quad (4)$$

由(4)式可知,可直接由像点位移函数计算光学成像系统的动态 MTF。相比基于空间域的计算方法,这种计算方法无需分析曝光时间内像点位移的概率密度函数,来等价于成像系统的 LSF,分析方法简单。在后续分析中,以此研究正弦振动下动态 MTF 的计算。

## 3 正弦振动下动态 MTF 分析

对于正弦振动,在振动幅值一定的情况下,其成像质量的退化取决于曝光时间  $t_c$  与振动周期  $T$  之比以及初始曝光时刻  $t_s$ 。目前大多根据  $t_c/T$  的大小而将正弦振动分为低频正弦振动( $t_c/T < 1$ )和高频正弦振动( $t_c/T > 1$ )两类<sup>[6]</sup>。

### 3.1 低频正弦振动下动态 MTF 分析

低频正弦振动主要由载机飞行中低频姿态变化引起的,由于曝光时间仅为振动周期的一部分,曝光时间内像移的大小随着初始曝光时刻的不同而不同,因此低频正弦振动对成像质量的影响表现为随机性,如图 1 所示。其中  $d$  为任意曝光时刻下的像移大小,像移最小值  $d_{\text{min}}$  发生在曲线斜率较小的地方,像移最大值  $d_{\text{max}}$  发生在曲线斜率最大处。

为计算低频正弦振动下动态 MTF, Rudoler 等<sup>[7-8]</sup>认为在很短的曝光时间内像移速度变化不大,可用匀速运动近似,故动态 MTF 可用 sinc 函数表示,即  $F_{\text{MT}} = |\text{sinc}(\pi f d_{\text{max}})|$ 。然而当曝光时间不远小于振动周期时,这种近似将带来较大的计算误差。根据动态 MTF 的一般性计算公式,推导出一种基于第一类贝塞尔函数的动态 MTF 计算方法。假设像点位移函数为

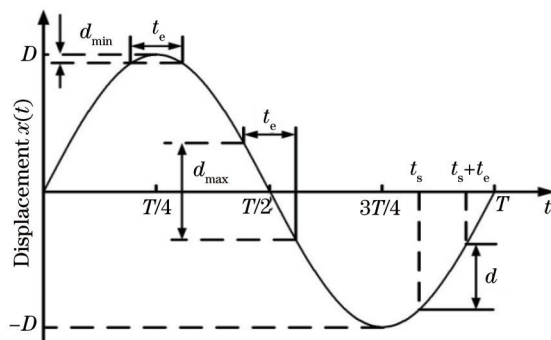


图 1 低频正弦振动下不同曝光时刻对应的像移

Fig.1 Image motion of different exposure time for low-frequency vibration

$$x(t) = D \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right), \quad (5)$$

将(5)式代入(4)式中得正弦振动下动态 MTF

$$F_{MT}(f, t_s) = \left| \frac{1}{t_c} \int_{t_s}^{t_s+t_c} \exp\left[-2j\pi f D \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)\right] dt \right|, \quad (6)$$

式中被积函数可写为第一类贝塞尔函数级数的形式<sup>[9]</sup>, 即

$$\exp\left[-2j\pi f D \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)\right] = J_0(2\pi f D) + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} J_{2k}(2\pi f D) \cos\left(\frac{4k\pi}{T} t\right) - 2j \sum_{k=1}^{+\infty} J_{2k-1}(2\pi f D) \sin\left[\frac{(4k-2)\pi}{T} t\right], \quad (7)$$

将(7)式代入(6)式可得

$$F_{MT}(f, t_s) = \left| \frac{1}{t_c} \int_{t_s}^{t_s+t_c} \left[ J_0(2\pi f D) + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} J_{2k}(2\pi f D) \cos\left(\frac{4k\pi}{T} t\right) \right] dt - j \frac{1}{t_c} \int_{t_s}^{t_s+t_c} \left\{ 2 \sum_{k=1}^{+\infty} J_{2k-1}(2\pi f D) \sin\left[\frac{(2k-1)2\pi}{T} t\right] \right\} dt \right|, \quad (8)$$

式中两无穷级数在区间  $[0, +\infty)$  均一致收敛<sup>[10]</sup>, 即

$$J_0(2\pi f D) + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} J_{2k}(2\pi f D) \cos\left(\frac{4k\pi}{T} t\right) \xrightarrow{t \in [0, +\infty)} \cos\left[2\pi f D \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)\right], \quad (9)$$

$$2 \sum_{k=1}^{+\infty} J_{2k-1}(2\pi f D) \sin\left(\frac{4k\pi - 2\pi}{T} t\right) \xrightarrow{t \in [0, +\infty)} \sin\left[2\pi f D \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)\right], \quad (10)$$

于是(8)式中可交换积分与求和顺序得

$$F_{MT}(f, t_s) = \left| J_0(2\pi f D) + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} J_{2k}(2\pi f D) \frac{1}{t_c} \int_{t_s}^{t_s+t_c} \cos\left(\frac{4k\pi}{T} t\right) dt - 2j \sum_{k=1}^{+\infty} J_{2k-1}(2\pi f D) \frac{1}{t_c} \int_{t_s}^{t_s+t_c} \sin\left[\frac{(4k-2)\pi}{T} t\right] dt \right|, \quad (11)$$

而(11)式中两积分项积分后得

$$\frac{1}{t_c} \int_{t_s}^{t_s+t_c} \cos\left(\frac{4k\pi}{T} t\right) dt = \text{sinc}\left(2k\pi \frac{t_c}{T}\right) \cos\left(2k\pi \frac{2t_s + t_c}{T}\right), \quad (12)$$

$$\frac{1}{t_c} \int_{t_s}^{t_s+t_c} \sin\left[\frac{(4k-2)\pi}{T} t\right] dt = \text{sinc}\left[(2k-1)\pi \frac{t_c}{T}\right] \sin\left[(2k-1)\pi \frac{2t_s + t_c}{T}\right], \quad (13)$$

将(12)式、(13)式代入(11)式中, 得动态 MTF

$$F_{MT}(f, t_s) = \left| \begin{aligned} & J_0(2\pi f D) + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} J_{2k}(2\pi f D) \text{sinc}\left(2k\pi \frac{t_c}{T}\right) \cos\left(2k\pi \frac{2t_s + t_c}{T}\right) \\ & - 2j \sum_{k=1}^{+\infty} J_{2k-1}(2\pi f D) \text{sinc}\left[(2k-1)\pi \frac{t_c}{T}\right] \sin\left[(2k-1)\pi \frac{2t_s + t_c}{T}\right] \end{aligned} \right|. \quad (14)$$

可见动态 MTF 是振动幅值  $D$ 、曝光时间与振动周期之比  $t_c/T$  和初始曝光时间  $t_s$  的函数。当  $D$ 、 $t_c/T$  一定时, 可绘制出不同初始曝光时刻下的动态 MTF 曲线(取前 50 阶贝塞尔函数近似计算, 下同), 如图 2 所示, 可见动态 MTF 随着初始曝光时刻的不同存在很大差异。

### 3.2 高频正弦振动下动态 MTF 分析

由载机发动机、电机转动引起的高频正弦振动是另外一种形式, 一般认为曝光时间内至少包括一个振

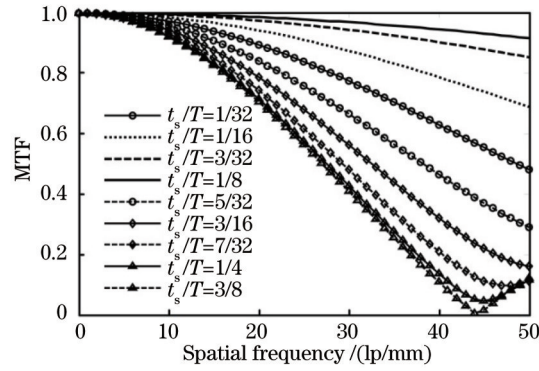


图2  $D = 15 \mu\text{m}$ ,  $t_c/T = 0.25$  时动态 MTF 曲线

Fig.2 Dynamic MTF curves with  $D = 15 \mu\text{m}$ ,  $t_c/T = 0.25$

动周期,如图3所示,这种情况下,曝光时间内像点运动的幅值范围始终为  $2D$ 。

1) 当曝光时间与振动周期之比为整数时,动态 MTF 为

$$F_{MT}(f) = \left| \frac{1}{t_c} \int_{t_s}^{t_s+nT} \exp\left[-2j\pi f D \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right] dt \right| = |J_0(2\pi f D)|, \quad (15)$$

此时动态 MTF 仅与振动幅值有关,而不随曝光时刻的变化而不同,图4绘制出不同振动幅值下对应的动态 MTF 曲线。

2) 当曝光时间不为振动周期整数倍时,动态 MTF 为

$$F_{MT}(f, t_s) = \left| \frac{1}{t_c} \int_{t_s}^{t_s+nT+\Delta t} \exp\left[-2j\pi f D \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right] dt \right| = \left| \frac{nT}{t_c} J_0(2\pi f D) + \frac{1}{t_c} \int_{t_s}^{t_s+\Delta t} \exp\left[-2j\pi f D \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right] dt \right|, \quad (16)$$

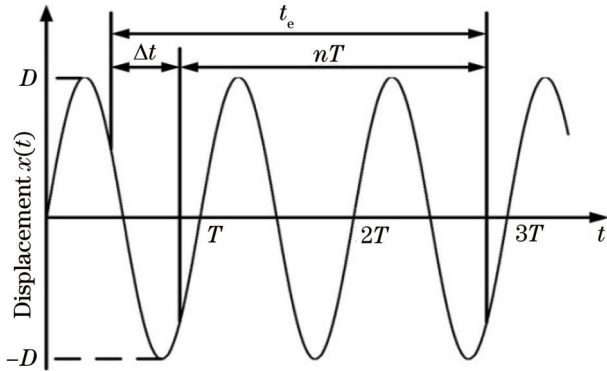


图3 高频正弦振动

Fig.3 High-frequency sinusoidal vibration

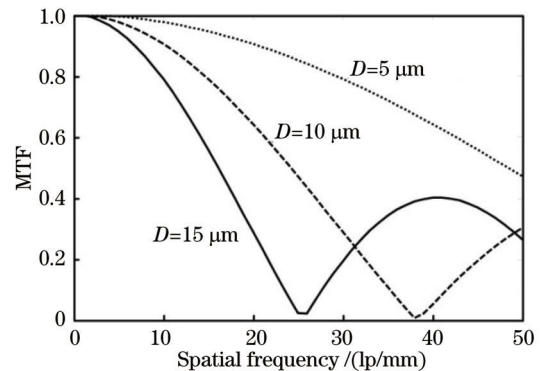


图4  $t_c/T = n$  时高频振动下的动态 MTF 曲线

Fig.4 Dynamic MTF curves of high-frequency vibration with  $t_c/T = n$

此时动态 MTF 分为两项,第一项为在曝光时间  $nT$  内对应的动态光学传递函数,仅与振动幅值有关。由  $0 < \Delta t < T$ , 第二项可看作低频正弦振动下动态 OTF,除与振动幅值有关外,还与初始曝光时刻有关,因此高频正弦振动下动态 MTF 也表现出随机性,动态 MTF 的计算公式为

$$F_{MT}(f, t_s) = \left| \begin{aligned} & J_0(2\pi f D) + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} J_{2k}(2\pi f D) \cos\left[2k\pi \frac{2t_s + \Delta t}{T}\right] \frac{\sin\left[2k\pi \left(\frac{t_c}{T} - n\right)\right]}{2k\pi \frac{t_c}{T}} \\ & - 2j \sum_{k=1}^{+\infty} J_{2k-1}(2\pi f D) \sin\left[(2k-1)\pi \frac{2t_s + \Delta t}{T}\right] \frac{\sin\left[(2k-1)\pi \left(\frac{t_c}{T} - n\right)\right]}{(2k-1)\pi \frac{t_c}{T}} \end{aligned} \right|. \quad (17)$$

图5给出了振动幅值  $D = 10 \mu\text{m}$  时,不同  $t_c/T$  下的动态 MTF 曲线。可见相比低频正弦振动,高频正弦振动下动态 MTF 曲线随机性不明显,而且随着  $t_c/T$  的增大,随机性减弱,与文献[4]中给出的实验结果一致。

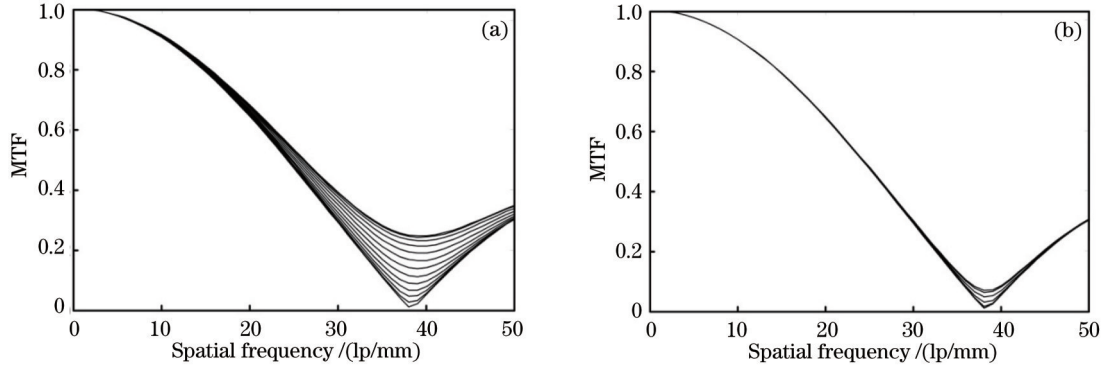


图5 不同曝光时间下动态 MTF 曲线。(a)  $t_e/T = 1.5$ ; (b)  $t_e/T = 5.5$

Fig.5 Dynamic MTF curves with different exposure time. (a)  $t_e/T = 1.5$ ; (b)  $t_e/T = 5.5$

### 3.3 动态 MTF 截断误差分析

在计算低频和高频正弦振动下动态 MTF 时,由于(14)式与(17)式均为无穷级数求和,当取有限项计算时会存在截断误差。下面以(14)式为例对其截断误差进行理论分析。假设取前  $2N$  阶贝塞尔函数计算时,其截断误差为  $E_{tr}(N)$

$$E_{tr}(N) \leq 2 \sqrt{\left[ \sum_{k=N+1}^{\infty} J_{2k}(2\pi fD) \operatorname{sinc}\left(2k\pi \frac{t_c}{T}\right) \cos\left(2k\pi \frac{2t_s + t_c}{T}\right) \right]^2 + \left[ \sum_{k=N+1}^{\infty} J_{2k-1}(2\pi fD) \operatorname{sinc}\left[(2k-1)\pi \frac{t_c}{T}\right] \sin\left[(2k-1)\pi \frac{2t_s + t_c}{T}\right] \right]^2}, \quad (18)$$

根据基本不等式,(18)式可进行如下缩放后得

$$E_{tr}(N) \leq 2 \left\{ \sum_{k=N+1}^{\infty} \left| J_{2k}(2\pi fD) \operatorname{sinc}\left(2k\pi \frac{t_c}{T}\right) \cos\left(2k\pi \frac{2t_s + t_c}{T}\right) \right| + \sum_{k=N+1}^{\infty} \left| J_{2k-1}(2\pi fD) \operatorname{sinc}\left[(2k-1)\pi \frac{t_c}{T}\right] \sin\left[(2k-1)\pi \frac{2t_s + t_c}{T}\right] \right| \right\} \leq 2 \left\{ \sum_{k=N+1}^{\infty} |J_{2k}(2\pi fD)| + \sum_{k=N+1}^{\infty} |J_{2k-1}(2\pi fD)| \right\}, \quad (19)$$

合并整理后可得

$$E_{tr}(N) \leq 2 \sum_{k=2N+1}^{\infty} |J_k(2\pi fD)|, \quad (20)$$

而第一类整数阶贝塞尔函数可写为无穷级数的形式<sup>[9]</sup>

$$J_k(2\pi fD) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{1}{m!(m+k)!} (\pi fD)^{2m+k}, \quad (21)$$

将(21)式代入(20)式中得

$$E_{tr}(N) \leq 2 \sum_{k=2N+1}^{\infty} \left[ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!(m+k)!} (\pi fD)^{2m+k} \right] \leq 2 \sum_{k=2N+1}^{\infty} \left[ \frac{(\pi fD)^k}{k!} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} (\pi fD)^{2m} \right] = 2 \exp[(\pi fD)^2] \sum_{k=2N+1}^{\infty} \frac{(\pi fD)^k}{k!}, \quad (22)$$

由  $\exp(\pi fD)$  在  $\pi fD = 0$  处作泰勒展开

$$\exp(\pi fD) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\pi fD)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{2N} \frac{(\pi fD)^k}{k!} + \sum_{k=2N+1}^{\infty} \frac{(\pi fD)^k}{k!}, \quad (23)$$

而将  $\exp(\pi fD)$  在  $\pi fD = 0$  处作泰勒展开写成含有余项的形式<sup>[11]</sup>

$$\exp(\pi fD) = \sum_{k=0}^{2N} \frac{(\pi fD)^k}{k!} + \frac{\exp(\xi)}{(2N+1)!} (\pi fD)^{2N+1}, \quad (24)$$

式中  $\xi \in (0, \pi fD)$ , 于是可得动态 MTF 计算的截断误差为

$$E_{tr}(N) \leq \frac{2 \exp[(\pi fD)^2 + \xi]}{(2N+1)!} (\pi fD)^{2N+1}. \quad (25)$$

以图 2 中的参数为例,  $\pi fD = \pi \times 50 \times 0.02 = \pi$  计算,取前 50 阶贝塞尔函数,即  $N = 25$  计算时,动态 MTF 的截断误差  $E_{tr}(N) \leq 1.31 \times 10^{-35}$ ,可见其截断误差很小,满足计算要求。



### 3.4 正弦振动振幅容限计算

在实际工程应用中,为了保证任意曝光时刻均成像清晰,仅需分析正弦振动下成像模糊最严重时的动态 MTF 即可<sup>[6]</sup>。通过对比低频正弦振动和高频正弦振动下动态 MTF 的计算公式,当曝光时间以正弦振动曲线零点为中心,即  $t_s = (T - t_c)/2$  时,模糊最严重,其动态 MTF 为

$$F_{MT}(f) = \left| J_0(2\pi fD) + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} J_{2k}(2\pi fD) \frac{\sin(2k\pi \frac{t_c}{T})}{2k\pi \frac{t_c}{T}} \right|, \quad (26)$$

此时动态 MTF 仅与振动幅值、曝光时间和振动周期之比有关。图 6 给出了不同  $D$  和  $t_c/T$  的正弦振动下动态 MTF 曲线,从图中可看出在振动频率一定时,降低振动幅值和减小曝光时间可有效提高动态 MTF,减小振动对成像质量的影响。目前常通过设计两轴稳定框架或反射镜来补偿振动引起的像移,保证航空相机成像质量。

但在视轴稳定系统设计中,完全消除振动对成像的影响是不可能的,往往需要给出合适的振幅容限。通常以奈奎斯特频率处动态 MTF 不小于 0.9 为约束条件<sup>[12]</sup>,由(26)式可计算出不同  $t_c/T$  下的振幅容限,计算结果如图 7 所示,其中横轴采用对数坐标,纵轴采用线性坐标。当  $t_c/T < 0.5$  时,振幅容限随着  $t_c/T$  的增大而逐渐降低,当  $0.5 < t_c/T < 5$  时,振幅容限随着  $t_c/T$  的变化而有一定的波动,而当  $t_c/T > 5$  时,振幅容限基本保持不变。可见振幅容限仅与曝光时间和振动周期的比值有关,各振动频率下的振幅容限视曝光时间的长短而定。当曝光时间一定时,对于低频正弦振动,随着振动频率的增加,振幅容限减小,而对于高频正弦振动,允许的振幅最大值为 0.2 pixel。根据像点运动的振幅容限,可求出所允许的角振动幅值容限,为视轴稳定系统的设计提供参考。

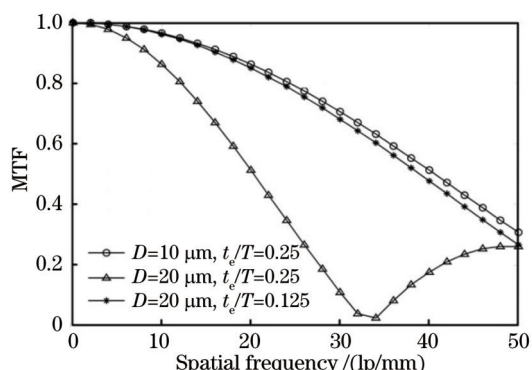


图 6 不同  $D$  和  $t_c/T$  的正弦振动下动态 MTF 曲线  
Fig.6 Dynamic MTF curves of sinusoidal vibration with different  $D$  and  $t_c/T$

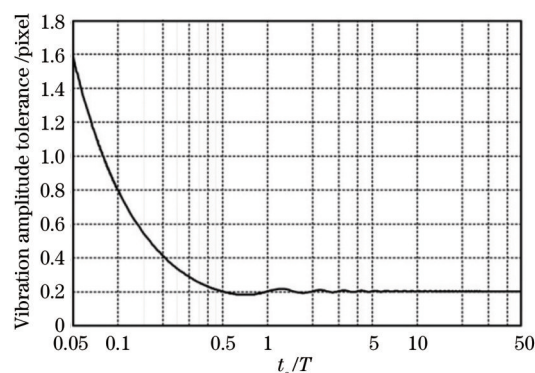


图 7 像移振幅容限  
Fig.7 Amplitude tolerance of image motion

## 4 动态成像实验

为验证上述动态 MTF 分析方法的正确性,进行了动态成像实验,实验原理如图 8 所示。相机安装在振动台上,振动台为相机提供正弦振动,刀口靶标经平行光管和成像物镜后,成像于探测器上。当无正弦激励时,刀口靶标成清晰图像,而当施加正弦激励时,刀口靶标成模糊图像。根据倾斜刃边法,通过对退化刀口图像分析可得到动态 MTF<sup>[13-16]</sup>。

选择相机的焦距为 75 mm,探测器的像元尺寸为 3.65  $\mu\text{m}$ ,设定相机曝光时间为 20 ms,正弦振动的幅值为 10 mm,振动频率为 25 Hz 下动态成像,得到退化的刀口图像,如图 9 所示,可见由于初始曝光时刻的不同,刀口图像模糊的程度不同,图 9(b)~(f) 分别表示模糊由轻到重。图 9(g) 给出由退化刀口图像分析得到的模糊最严重时的动态 MTF 曲线以及两条理论计算曲线,可以看出,相比用 sinc 函数近似计算,通过(26)式计算得到的动态 MTF 曲线与由退化刀口图像分析得到的动态 MTF 更吻合。

为验证在任意振动频率下,推导的计算方法均具有很好的计算精度,分别在振动频率为 10、15、20、 $\dots$ 、300 Hz 下动态成像。同样对退化刀口图像分析,绘制出空间频率为 25 lp/mm 处的动态 MTF 曲线,如图 10(a)

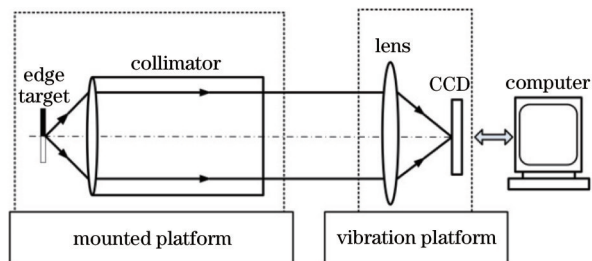


图 8 动态成像实验原理图

Fig.8 Sketch of dynamic imaging experiment

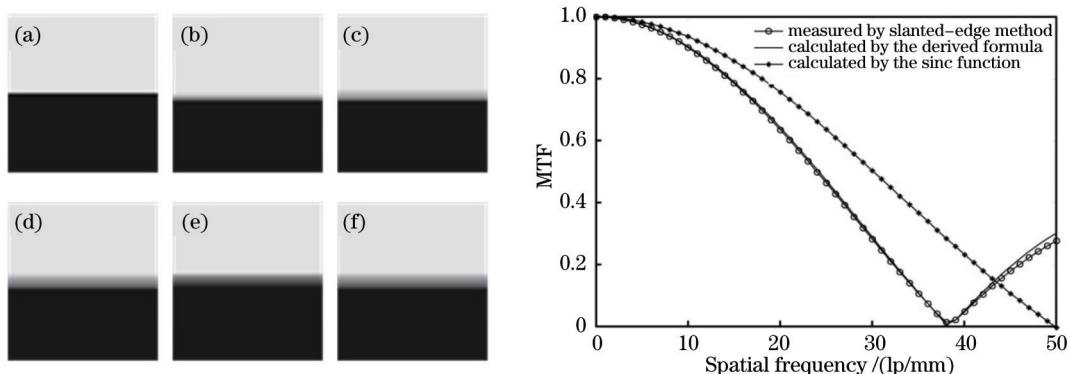


图 9  $t_e/T = 0.5$  时退化刀口图像和动态 MTF 曲线。(a) 无振动时图像; (b)~(f) 模糊由轻到重图像; (g) 模糊最重时 MTF 曲线

Fig.9 Degraded image and dynamic MTF due to vibration when  $t_e/T = 0.5$ . (a) Image without vibration;

(b)~(f) images with minimum to maximum blurring; (g) MTF curves of the most blurred image

所示,图 10(a)还给出计算曲线以及以往相关文献<sup>[17]</sup>的理论计算结果。并以实验结果为真值,给出两种理论计算结果的相对误差曲线,如图 10(b)所示。可见根据以往相关文献计算的动态 MTF 相对误差较大,在  $t_e/T = 0.7$  处相对误差达到 78.5%,而本文方法在任意振动频率处动态 MTF 相对误差均小于 4.25%,具有更好的计算精度,在  $t_e/T = 0.7$  处,计算精度提高 18.5 倍,因此可更好地预估和评价振动环境下航空相机的成像质量。

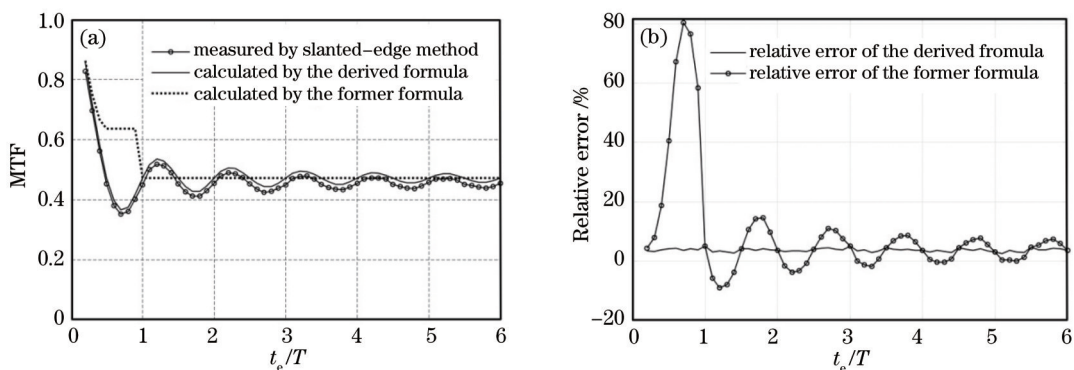


图 10 实验结果

Fig.10 Experimental results

## 5 结 论

振动导致航空相机成像模糊,成像分辨率降低,动态 MTF 被广泛地用于评价振动对成像质量的影响。正弦振动作为影响成像质量的基本运动形式,需要建立更全面、准确的评价模型。采用线性光学系统传递函数理论,推导出计算任意振动频率下动态调制传递函数的一般性公式,并通过对刀口靶标进行动态成像实验,验证了理论分析的正确性。相比以往相关文献的分析结果,本文方法具有更高的计算精度,可更准确地预估和评价振动环境下航空相机的成像质量,对视轴稳定系统的设计具有重要指导意义。

## 参 考 文 献

- 1 Wang Wanting, Guo Jin, Jiang Zhenhua, *et al.*. Study of image quality by los jitter[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(4): 0409001.  
王婉婷, 郭 劲, 姜振华, 等. 视轴抖动对成像质量影响的研究[J]. 中国激光, 2014, 41(4): 0409001.
- 2 Zhang Ying. Imaging MTF of space camera under vibration and simulation[J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(9): 2146-2153.  
张 影. 空间相机的颤振成像调制传递函数及仿真实验[J]. 光学 精密工程, 2011, 19(9): 2146-2153.
- 3 Liao Jingyu, Gao Xiaodong, Liang Wei. Dynamic MTF analysis and research for aerial camera[J]. Acta Photonica Sinica, 2011, 40(5): 679-683.  
廖靖宇, 高晓东, 梁 伟. 航空相机动态调制传递函数分析与研究[J]. 光子学报, 2011, 40(5): 679-683.
- 4 Sun Chongshang, Ding Yalin, Wang Dejiang, *et al.*. Analysis and verification of influence of sinusoidal vibration on imaging of aerial camera[J]. Acta Optica Sinia, 2014, 34(7): 0711001.  
孙崇尚, 丁亚林, 王德江, 等. 正弦振动对航空相机成像影响的分析与验证[J]. 光学学报, 2014, 34(7): 0711001.
- 5 Wang Zhile, Zhuang Xuxia, Zhang Lanqing. Numerical calculation and analysis of dynamic MTF[J]. Optical Technique, 2011, 37(5): 590-596.  
王治乐, 庄绪霞, 张兰庆. 动态MTF的数值计算与分析[J]. 光学技术, 2011, 37(5): 590-596.
- 6 Geng Wenbao, Zhai Linpei, Ding Yalin. Analysis of influence of vibration on transfer function in optics imaging system[J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17(2): 314-320.  
耿文豹, 翟林培, 丁亚林. 振动对光学成像系统传递函数影响的分析[J]. 光学 精密工程, 2009, 17(2): 314-320.
- 7 S Rudoler, O Hadar, M Fisher, *et al.*. Image resolution limits resulting from mechanical vibrations[J]. Opt Eng, 1991, 30(5): 577-589.
- 8 A Friedenber. Simulation of the MTF due to low-frequency and correlated vibrations[J]. Journal of Modern Optics, 2008, 55(3): 401-407.
- 9 Yan Zhenjun. Methods of Mathematical Physics[M]. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 1999: 277-282.  
严镇军. 数学物理方法[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1999: 277-282.
- 10 M Abramowitz, I A Stegun. Handbook of Mathematical Functions with Formulas ,Graphs and Mathematical Tables[M].New York: Dover Press, 1972: 360-382.
- 11 R Courant, F John. Introduction to Calculus and Analysis[M]. New York: Interscience Press, 1965: 447-457.
- 12 J Liao, X Gao. Dynamic MTF analysis and calculation of aerial camera[C]. SPIE, 2010, 7658: 765819.
- 13 Li Tiecheng, Tao Xiaoping, Feng Huajun, *et al.*. Modulation transfer function calculation and image restoration based on slanted-edge method[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(10): 2891-2897.  
李铁成, 陶小平, 冯华君, 等. 基于倾斜刃边法的调制传递函数计算及图像复原[J]. 光学学报, 2010, 30(10):2891-2897.
- 14 O Hadar, I Dror, N S Kopeika. Image resolution limits resulting from mechanical vibrations. Part IV: real-time numerical calculation of optical transfer functions and experiment verification[J]. Opt Eng, 1994, 33(2): 566-578.
- 15 Q Deng, H Feng, Z Xu, *et al.*. Study on MTF of remote sensing imaging under arbitrary known vibration[C]. SPIE, 2012, 8420: 84200W.
- 16 F Bu, Y Qiu, X Yan. Improvement of MTF measurement and analysis using knife-edge method[J]. Journal of Computational Information Systems, 2013, 9(3): 987-994.
- 17 Qian Yixian, Liang Wei, Gao Xiaodong. Numerical analysis of dynamic modulation transfer function for high-resolution aerial camera[J]. Acta Optica Sinia, 2008, 29(1): 192-196.  
钱义先, 梁 伟, 高晓东. 高分辨率航空相机动态调制传递函数数值分析[J]. 光学学报, 2008, 29(1): 192-196.

栏目编辑: 苏 岑