

# 带电粒子的瑞利散射研究

张自嘉<sup>1,2</sup> 潘琦<sup>1</sup> 陈海秀<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>南京信息工程大学信息与控制学院, 江苏 南京 210044

<sup>2</sup>江苏省大气环境与装备技术协同创新中心, 江苏 南京 210044

**摘要** 研究带电粒子对电磁波的散射,对认识电磁场规律及云层探测、雷电预警等具有重要意义;根据带电粒子的米氏散射理论,对散射系数进行简化,得到了带电粒子在瑞利散射条件下,散射系数与面电导率和电磁阻抗系数的关系;计算了瑞利散射条件下,不同面电导率的粒子的电磁波散射系数,在粒子尺度较小时,瑞利散射公式与米氏散射公式计算结果一致。粒子表面所带电荷改变了面电导率,当面电荷使面电导率达到毫西门子量级时,就会使散射系数有明显增加,随着面电导率的增加,散射系数会有较大变化;对尺度系数较小的粒子,散射系数较小,但带电后散射系数与中性时的散射系数之比较大,并随着电导率的增加趋于一个恒定值,大小与粒子的介电系数有关,对球形水滴这一恒定值约为24。

**关键词** 散射; 瑞利散射; 电磁波散射; 带电粒子; 米氏散射

中图分类号 O441.4; TN101

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0529002

## Research on Rayleigh Scattering by Charged Particles

Zhang Zijia<sup>1,2</sup> Pan Qi<sup>1</sup> Chen Haixiu<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*School of Information and Control Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210044, China*

<sup>2</sup>*Jiangsu Collaborative Innovation Center on Atmospheric Environment and Equipment Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China*

**Abstract** Research of the scattering of electromagnetic waves by charged particles is significant for the thorough understanding of electromagnetic field and the detection of the clouds and lightning warning. According to the theory of the Mie scattering of the charged particles and the characteristics of the Rayleigh scattering, the simplified scattering coefficient is derived, that is related to the surface conductivity and the electromagnetic impedance in vacuum. The results calculated by both Mie and Rayleigh formula for particles with a small size parameter are concordant. The charges carried on the surface of the particles increase the surface conductivity. When the surface conductivity reaches magnitude of millisiemens, it will have obvious effects. As the surface conductivity increases, the scattering efficiency will have bigger change. When the conductivity reaches a certain value, the ratio of scattering efficiency of the charged and neutral particles with a small size parameter tends to be stable. For the charged droplet, the ratio will tend to be twenty four which is related to the dielectric constant of the particles.

**Key words** scattering; Rayleigh scattering; scattering of electromagnetic waves; charged particle; Mie scattering

**OCIS codes** 290.5870; 290.4020; 290.5850

## 1 引言

云层或气体在特定条件下会带上一定的净电荷,典型的例子是雷暴云带电。研究带电粒子对电磁波散

收稿日期: 2014-10-27; 收到修改稿日期: 2014-12-04

基金项目: 国家自然科学基金(61172029、51206082、61302189)

作者简介: 张自嘉(1964—),男,博士,教授,主要从事电磁散射、传感器技术、气象观测方法和仪器等方面的研究。

E-mail: zhizijia@126.com

射的影响,可以更全面地认识带电粒子与电磁波的相互作用规律,提高对中性粒子如云层的探测精度,还可以用于研究带电粒子的带电特性或结构,认识云电荷的发生机制及演化过程,并对雷电进行预警。

中性粒子对电磁波(光)具有散射作用,散射的强弱与电磁波的波长、粒子的大小及介电常数等有关。早在1908年Mie就对中性球形粒子对电磁波的散射进行了研究,其结果即是著名的米氏散射<sup>[1-2]</sup>,随后人们对这种散射及应用进行了大量研究<sup>[3-10]</sup>。带电粒子对电磁波的散射,在1977年由Bohren<sup>[11]</sup>建立了相应的模型,并给出了散射系数公式,实际上是对米氏散射的修正。近年来,Klacka等<sup>[12-14]</sup>对带电粒子对电磁波的散射进行了研究,给出了进一步的分析。Li等<sup>[15]</sup>研究了带电粒子群对电磁波束的散射,计算结果<sup>[12-15]</sup>和实验<sup>[16]</sup>均表明了粒子带电后会对电磁波散射产生影响。Rosenkrant等<sup>[17]</sup>研究了纳米带电粒子的电磁波散射,表明在一定条件下粒子带电会增强对电磁波的吸收。Li等<sup>[18-25]</sup>还研究了不均匀带电粒子的电磁波散射,表明不均匀带电会引起电磁波散射的变化。

虽然已有文献对带电粒子的散射进行了研究,但给出带电粒子的米氏散射系数只是一般关系,而且是与微观量相关,物理意义不明确,如果应用于实际还有很多需要分析,另外对瑞利散射条件下的散射也需要利用米氏散射公式计算,计算量大,应用不方便。论文给出了带电粒子的散射系数与宏观量的关系,即散射系数与面电导率与电磁阻抗系数的关系,并简化得到了带电粒子的瑞利散射系数公式,可以减小计算量,同时具有直观的物理意义,对分析和认识带电粒子的电磁散射具参考价值。计算了瑞利散射条件下,带电球形水滴粒子的电磁波散射系数,在粒子尺度较小时瑞利散射公式与米氏散射公式计算结果一致。粒子表面所带电荷使面电导率达到毫西门子量级时,就会对散射系数有明显影响,随着面电导率的增加,散射系数会有较大变化。对尺度系数较小的粒子,当电导率达到一定值时,带电后散射系数与中性时的散射系数之比趋于一个恒定值,其大小与粒子的介电系数等有关,对球形水滴在可见光范围内,这一恒定值约为24。

## 2 球形带电粒子的米氏散射系数

考虑一个均匀、各向同性球形粒子(介质1),处于大气或空气(近似为真空)环境中(介质2),粒子为无磁性导体类粒子,半径为 $a$ ,带有净电荷 $Q$ ,其相对介电系数为 $\epsilon_1 = m^2$ , $m$ 为粒子的折射率,空气的相对介电系数为1,真空的介电系数为 $\epsilon_0$ ,环境和粒子的磁导率分别为 $\mu_1$ 和 $\mu_2$ ,并有 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ 。对导体类粒子,电荷可以在球形粒子上自由运动,因此在没有外场作用时,会按照静电学规律均匀分布在球体的表面,在球体内部没有净电荷分布,设电荷面密度为 $\eta$ 。取 $z$ 轴沿竖直向上,电磁波的入射方向为 $k$ ,取 $xyz$ 坐标系,使 $k$ 位于 $xz$ 平面内沿 $z$ 轴方向。入射电磁波的偏振方向用 $E_0$ 表示,沿 $x$ 方向, $r$ 为散射波方向。

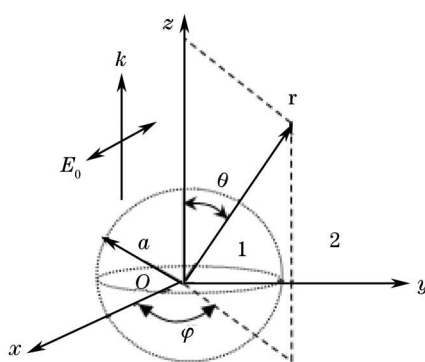


图1 粒子的坐标系选取及入射电磁波

Fig.1 Coordinate of the particle and incident electromagnetic wave

用 $C_{sca}$ 、 $C_{ext}$ 和 $C_{abs}$ 分别表示散射截面、消光截面和吸收截面,用 $Q_{sca}$ 、 $Q_{ext}$ 和 $Q_{abs}$ 分别表示散射系数、吸收系数和消光系数,则有<sup>[1-2]</sup>

$$Q_{sca} = \frac{C_{sca}}{\pi a^2} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) |a_n|^2 + |b_n|^2, \quad (1)$$

$$Q_{\text{ext}} = \frac{C_{\text{ext}}}{\pi a^2} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re}(a_n + b_n), \quad (2)$$

$$Q_{\text{abs}} = Q_{\text{ext}} - Q_{\text{sca}}, \quad (3)$$

式中  $x = ka = 2\pi a/\lambda$ , 称为尺度系数, 是一个无量纲量,  $a_n$  和  $b_n$  分别为:

$$a_n = \frac{\mu_0^{-1} \psi_n(x) \psi_n'(mx) - m\mu_1^{-1} \psi_n'(x) \psi_n(mx) - i\omega k^{-1} \sigma_s \psi_n'(x) \psi_n'(mx)}{\mu_0^{-1} \xi_n(x) \psi_n'(mx) - m\mu_1^{-1} \xi_n'(x) \psi_n(mx) - i\omega k^{-1} \sigma_s \xi_n'(x) \psi_n'(mx)}, \quad (4)$$

$$b_n = \frac{\mu_0^{-1} \psi_n'(x) \psi_n(mx) - m\mu_1^{-1} \psi_n(x) \psi_n'(mx) + i\omega k^{-1} \sigma_s \psi_n(x) \psi_n(mx)}{\mu_0^{-1} \xi_n'(x) \psi_n(mx) - m\mu_1^{-1} \xi_n(x) \psi_n'(mx) + i\omega k^{-1} \sigma_s \xi_n(x) \psi_n(mx)}, \quad (5)$$

$\sigma_s$  为球形带电粒子的表面电导率,  $\omega$  为入射电磁波的角频率,  $\psi_n(\rho) = \rho j_n(\rho)$ ,  $\xi_n(\rho) = \rho h_n(\rho)$ ,  $j_n(\rho)$  为第 1 类球贝塞尔函数,  $h_n(\rho)$  为第 1 类球汉开尔函数,  $\psi_n'(\rho) = \frac{dj_n(\rho)}{d\rho}$ ,  $\xi_n'(\rho) = \frac{d\xi_n(\rho)}{d\rho}$ 。考虑到  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \omega/c$  有

$$i\omega \mu_0 k^{-1} \sigma_s = i \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sigma_s = iZ_0 \sigma_s, \quad (6)$$

式中  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 376.73 \Omega$ ,  $Z_0$  为真空的电磁阻抗。可以将  $a_n$  和  $b_n$  改为

$$a_n = \frac{\frac{D_n(mx)}{m} - D_n(x) - iZ_0 \sigma_s \frac{D_n(mx)}{m} D_n(x)}{\frac{D_n(mx)}{m} - H_n(x) - iZ_0 \sigma_s \frac{D_n(mx)}{m} H_n(x)} \cdot \frac{j_n(x)}{h_n(x)}, \quad (7)$$

$$b_n = \frac{mD_n(mx) - D_n(x) - iZ_0 \sigma_s j_n(x)}{mD_n(mx) - H_n(x) - iZ_0 \sigma_s h_n(x)}, \quad (8)$$

式中

$$D_n(x) = \frac{\psi_n'(x)}{\psi_n(x)} = -\frac{n}{x} + \frac{j_{n-1}(x)}{j_n(x)}, \quad (9)$$

$$D_n(mx) = \frac{\psi_n'(mx)}{\psi_n(mx)} = -\frac{n}{mx} + \frac{j_{n-1}(mx)}{j_n(mx)}, \quad (10)$$

$$H_n(x) = \frac{\xi_n'(x)}{\xi_n(x)} = -\frac{n}{x} + \frac{h_{n-1}(x)}{h_n(x)}, \quad (11)$$

### 3 球形带电粒子瑞利散射

根据上述各式可以计算出  $a_n$  和  $b_n$ , 进而计算出散射系数, 类似于米氏散射, 不少文献研究了米氏散射的计算方法<sup>[26-32]</sup>, 但随着计算机技术的发展, 当  $x$  和  $mx$  不是很大时, 不需要特殊的计算方法即可计算出各系数, 而不会出现溢出等问题。图 2 给出了瑞利散射范围内, 即当  $x$  较小时, 水质粒子对电磁波的散射系数与粒子尺度系数的关系, 并给出了  $\sigma_s = 0, 0.5, 5$  和  $50 \text{ mS}$  时的几种情况, 可以看出, 对尺度较大的粒子散射系数也较大, 并且随着  $\sigma_s$  的变化, 散射系数有较大增加。

为了比较带电前后散射系数的变化, 引入  $q = \frac{Q_{\text{sca}}}{Q_{\text{sca}}|_{\sigma_s=0}}$ ,  $q$  的大小反映了粒子带电后散射系数与中性时的

散射系数之比。图 3 给出了  $x=0.001, 0.01$  和  $0.1$  时  $q$  与  $\sigma_s$  的关系, 计算时取  $m=1.33$ 。从图 3 可以看出,  $q$  随着  $\sigma_s$  的增加, 在  $x$  较小时, 会增加较快, 并随着  $\sigma_s$  增大而趋于一个恒定值, 对水质粒子 ( $m=1.33$ ), 这一值约为 24。  $x$  较大时,  $q$  较小, 即当尺度系数较大时, 带电前后散射系数的变化较小, 因此对同样的带电粒子, 当入射电磁波的波长增加时, 带电后的散射系数与中性时的散射系数之比变大, 即带电前后散射系数变化较大。

### 4 带电粒子的简化瑞利散射系数

对瑞利散射, 电磁波的波长远大于粒子的尺度, 当  $x \ll 1$ ,  $|m|x \ll 1$  时, (1)式和(2)式中起主要作用的是

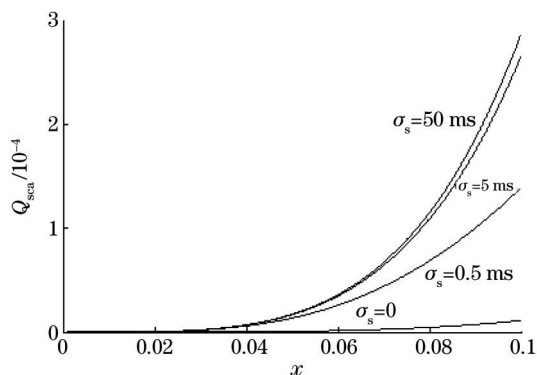


图2 带电后的散射系数与面电导率的关系,  $m=1.33, x=0.01$

Fig2 Relationship between scattering efficiency and surface conductivity of the charged particle,  $m=1.33, x=0.01$

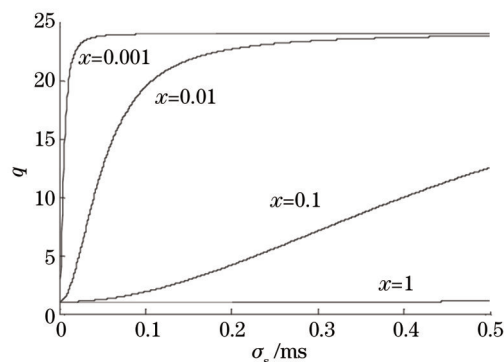


图3 球形带电粒子带电后的散射系数与中性时的散射系数比  $q$

Fig.3 Ratio of the scattering efficiency of neutral and charged particle

$a_1$  和  $b_1$ , 并且有<sup>[11]</sup>,

$$a_1 = \frac{ix^5}{45}(m^2 - 1 + i5\omega\mu_0\sigma_s/k^2a), \quad (12)$$

$$b_1 = \frac{2}{3}ix^3 \frac{m^2 - 1 + i2\omega\mu_0\sigma_s/k^2a}{m^2 + 2 + i2\omega\mu_0\sigma_s/k^2a}, \quad (13)$$

取  $\mu_1 = \mu_0$ , 考虑到  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$ ,  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0} = \omega/c$ , 有

$$\omega\mu_0\sigma_s/(k^2a) = \omega\mu_0\sigma_s \frac{c}{\omega} \frac{1}{ka} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sigma_s \frac{1}{x} = \frac{Z_0\sigma_s}{x}, \quad (14)$$

式中  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 376.73 \Omega$ 。可以将  $a_1$  和  $b_1$  改为

$$a_1 = \frac{ix^4}{45}[(m^2 - 1)x + i5Z_0\sigma_s], \quad (15)$$

$$b_1 = \frac{2}{3}ix^3 \frac{(m^2 - 1)x + i2Z_0\sigma_s}{(m^2 + 2)x + i2Z_0\sigma_s}, \quad (16)$$

当  $x \ll 1$  时,  $|a_1|^2 \ll |b_1|^2$ ,  $Q_{sca}$  表达式中, 可以忽略  $|a_1|^2$ , 计算表明了这一点, 此时  $Q_{sca}$  主要由  $b_1^2$  确定, 忽略  $|a_1|^2$  并将  $|b_1|^2$  代入(1)式中的  $Q_{sca}$ , 可以得到

$$Q_{sca} = \frac{8}{3}x^4|k|^2, \quad (17)$$

式中  $k = \frac{m^2 - 1 + i2Z_0\sigma_s/x}{m^2 + 2 + i2Z_0\sigma_s/x}$ ,  $\sigma_s = 0$  时,  $Q_{sca}|_{\sigma_s=0} = \frac{8}{3}x^4 \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2$ , 这和中性粒子的瑞利散射系数相同。球形粒子带上一定电荷使面电导率为  $\sigma_s$  时,  $Q_{sca}$  与  $Q_{sca}|_{\sigma_s=0}$  的比值为

$$q = \frac{Q_{sca}}{Q_{sca}|_{\sigma_s=0}} = \left| \frac{(m^2 - 1)x + i2Z_0\sigma_s}{(m^2 + 2)x + i2Z_0\sigma_s} \right| \cdot \left| \frac{m^2 - 2}{m^2 - 1} \right|, \quad (18)$$

取  $x=0.01 \sim 1$  中的几组数值, 利用(18)式画出  $q(\sigma_s)$ , 如图4所示, 可见与未简化时的(7)式和(8)式画出的结果一致。

在  $x \ll 1$  时, 且  $\sigma_s$  较大时 ( $\sigma_s > 0.2 \text{ mS}$ ), (18)式的  $q$  表达式方括号中的部分趋于1, 于是有

$$q = \frac{Q_{sca}}{Q_{sca}|_{\sigma_s=0}} \approx \left( \frac{m^2 + 2}{m^2 - 1} \right)^2, \quad (19)$$

对球形水滴, 在可见光波段,  $m=1.33$ , 这一值约为24, 这与前边的理论计算一致。

对比图3和图4, 可以看出在  $x$  较小时, 简化算法与精确的米氏算法是一致的, 当把图3和图4画在一张图上时, 对应的曲线几乎完全重合, 但对比发现在  $x=1$  时是有差别的, 因为纵坐标范围较大而无法分开, 图5

给出了  $x=0.5$  和 1 时的情况,可以看出两者的差别, $x=0.5$ 时差别较小,而  $x=1$ 时差别显著增大,因此简化的(17)

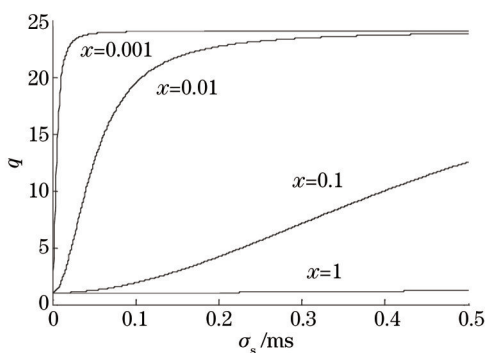


图4 利用瑞利散射公式计算的球形水滴带电前后的散射系数比  $q$  与面电导率的关系,  $x=0.001$ 、 $0.01$ 、 $0.1$  和 1

Fig.4 Ratio of the scattering efficiency of charged and neutral particles, that calculated by Rayleigh's formula for  $x=0.001$ ,  $0.01$ ,  $0.1$  and 1

式和(18)式适用的条件是  $x$  小于  $0.5 \sim 0.1$ ,  $0.1$  时两者完全重合。

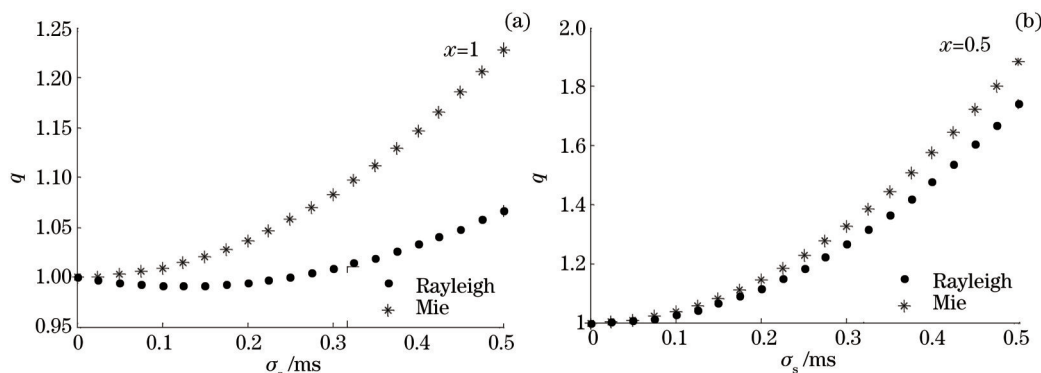


图5 利用米氏散射和瑞利散射计算的带电粒子的散射系数比, (a)  $x=1$  和 (b)  $x=0.5$

Fig.5 Ratio of the scattering efficiency calculated by Mie and Rayleigh formula for charged particles, (a)  $x=1$  and (b)  $x=0.5$

### 5 球形带电粒子的散射光强与散射角的关系

在对散射进行观测时,需要掌握在某一方向的散射强度,散射光的振幅为

$$E_{s\theta} = \frac{e^{ikr}}{-ikr} \cos \phi S_2(\cos \theta), \quad E_{s\phi} = \frac{e^{ikr}}{ikr} \sin \phi S_1(\cos \theta), \quad (20)$$

式中

$$S_1(\cos \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \pi_n + b_n \tau_n), \quad (21)$$

$$S_2(\cos \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \tau_n + b_n \pi_n), \quad (22)$$

$$\pi_n = \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta}, \quad \tau_n = \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta}. \quad (23)$$

计算时根据以下递推关系实现:  $\pi_n = \frac{2n-1}{n-1} \cos \theta \cdot \pi_{n-1} - \frac{n}{n-1} \pi_{n-2}$ ,  $\tau_n = n \cos \theta \cdot \pi_n - (n+1) \pi_{n-1}$ ,  $\pi_0 = 0$ ,  $\pi_1 = 1$ ,  $\pi_2 = 3 \cos \theta$ ,  $\tau_0 = 0$ ,  $\tau_1 = \cos \theta$ ,  $\tau_2 = 3 \cos(2\theta)$ 。

由于光强与振幅的平方成正比,因此计算  $|S_1(\theta)|^2$  和  $|S_2(\theta)|^2$ , 由于变化幅度比较大,所给结果为  $-\log[|S_1(\theta)|^2] \sim \theta$  和  $-\log[|S_2(\theta)|^2] \sim \theta$ 。图(6)给出  $x=0.01$ ,  $\sigma_s = 0, 0.5$  mS时,  $-\log[|S_1(\theta)|^2] \sim \theta$  和  $-\log[|S_2(\theta)|^2] \sim \theta$ , 可以看出,对  $x$  较小时的瑞利散射,散射能量分布对不同的角度较为均匀,只是  $E_{s\theta}$  在 90 度角方向有一个尖峰,这

和  $x$  较大时有较大差别。随着  $\sigma_s$  增加,  $|S_1|^2$  和  $|S_2|^2$  都是单调增加。

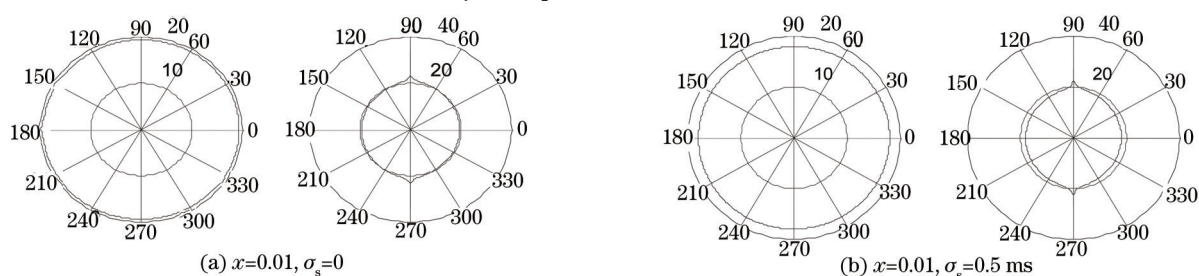


图6 带电球形水滴,  $x=0.01$ , (a)  $\sigma_s=0$  和 (b)  $\sigma_s=0.5$  ms 时,  $-\log[S_1(\theta)^2] \sim \theta$  和  $-\log[S_2(\theta)^2] \sim \theta$

Fig.6  $-\log[S_1(\theta)^2] \sim \theta$  and  $-\log[S_2(\theta)^2] \sim \theta$  for charged particle when  $x=0.01$ , (a)  $\sigma_s=0$  and (b)  $\sigma_s=0.5$  ms

实际观测时,需要观测侧向或后向散射,对后向散射可以证明<sup>[33]</sup>

$$S_1(\pi) = -S_2(\pi) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n+1)(a_n - b_n), \quad (24)$$

当  $x$  较小时,如  $x=0.001, 0.01$  和  $0.1$ ,后向散射的  $q = |S_1|^2 / |S_{1,\sigma=0}|^2$  随  $\sigma_s$  的变化曲线与图3类似。这与  $x$  较大时不同,当  $x$  较大时,  $|S_1|^2$  和  $|S_2|^2$  随散射角的变化很大,后向散射系数与整体的散射系数有较大差别。

## 6 结 论

粒子带上电荷后实际上是增加了粒子表面的面电荷密度,而面电荷密度与面电导率相关,带电球面上的电荷会改变电磁场的边界条件,从而引起电磁场的散射发生改变。

利用球形带电粒子的米氏散射理论,得到了带电粒子的米氏散射系数与粒子面电导率和电磁阻抗系数的关系;结合瑞利散射特点,对米氏散射系数公式进行简化,得到了瑞利散射系数。通过米氏散射系数和简化的瑞利散射系数公式,计算了瑞利散射条件下水滴的散射,两者计算结果能够很好地吻合。在瑞利散射条件下,散射系数随着面电导率的增加单调增加,当面电荷使面电导率达到毫西门子量级时,就会使散射系数有明显增加;对尺度系数较小的粒子,散射系数趋于稳定,该值与粒子的介电常数有关。粒子尺度系数变小时,散射系数减小,随着面电导率的增加,带电后散射系数与中性时的散射系数之比变大,但会趋于一个恒定值,与粒子的介电常数有关,对球形水滴约为24。

论文的计算是在以下条件下完成的:1)以水质粒子的参数为例,假定水质球形粒子所带电荷可以在表面自由运动;2)所带电荷始终在球形粒子的表面运动。水质粒子的面电导率与所带面电荷之间的关系需要进一步研究,不仅与所带电荷量有关,还与电荷分布在表面的厚度有关,进一步的研究和实验是下一步需要完成的工作。

## 参 考 文 献

- 1 H C Hulst. Light Scattering by Small Particles[M]. New York: Dover Publications Inc, 1981: 114-161.
- 2 C F Bohren, D R Huffman. Absorption and Scattering of Light by Small Particles[M]. New York: Wiley-Interscience, 1983: 83-175.
- 3 L Kai, P Massoli. Scattering of electromagnetic-plane waves by radially inhomogeneous spheres: a finely stratified sphere model[J]. Appl Opt, 1994, 33(3): 501-511.
- 4 J V Dave. Scattering of visible light by large water spheres[J]. Appl Opt, 1969, 8(1): 155-164.
- 5 Asano Shoji. Light scattering properties of spheroidal particles[J]. Appl Opt, 1979, 18(5): 712-723.
- 6 Ge Baozhen, Pan Linchao, Zhang Fugen, et al.. Abnormal moving of scattered energy distribution and its effect on particle size analysis[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0629001.
- 葛宝臻,潘林超,张福根,等. 颗粒散射光能分布的反常移动及其对粒度分析的影响[J]. 光学学报, 2013, 33(6): 0629001.
- 7 Huang Xufeng, Bu Yang, Wang Xiangzhao. Sky light polarization patterns based on Mie theory for scattering[J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(12): 3002-3006.
- 黄旭锋,步 扬,王向朝. 基于米氏散射理论的太阳光散射偏振特性[J]. 中国激光, 2010, 37(12): 3002-3006.
- 8 Lin Yong, Xu Zhiyong, Wang Jingyuan, et al.. Simulation research on non-line-of-sight atmospheric propagation in fogweather[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(9): 0901001.

- 林 勇, 徐智勇, 汪井源, 等. 雾环境下非视距大气散射传输特性研究[J]. 光学学报, 2013, 33(9): 0901001.
- 9 Sun Xuejin, Li Hao, Tang Liping. Study on atmosphere volume scattering polarization degree characteristics in visible and infrared band[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(5): 0501001.
- 孙学金, 李 浩, 唐丽萍. 可见光和红外波段大气散射偏振度特性研究[J]. 光学学报, 2011, 31(5): 0501001.
- 10 Shao Shiyong, Huang Yinbo, Wei Heli, *et al.*. Phase function of prolate spheroidal mono-disperse aerosol particles[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(1): 108–113.
- 邵士勇, 黄印博, 魏合理, 等. 单分散长椭球形气溶胶粒子的散射相函数研究[J]. 光学学报, 2009, 29(1): 108–113.
- 11 C F Bohren, A J Hunt. Scattering of electromagnetic waves by a charged sphere[J]. Can J Phys, 1977, 55: 1930–1934.
- 12 J Klacka, M Kocifa. Scattering of electromagnetic waves by charged spheres and some physical consequences[J]. J Quant Spectrosc Radiat, 2007, 106(1): 170–183.
- 13 J Klacka. On the scattering of electromagnetic waves by a charged sphere[J]. Prog Electromagn Res, 2010, 109: 17–35.
- 14 M Kocifaj, J Klacka. Scattering of electromagnetic waves by charged spheres: near-field external intensity distribution[J]. Opt Lett, 2012, 37(2): 265–267.
- 15 H Y Li, Z S Wu, L Bai. Scattering for charged multisphere structure located in plane wave/gaussian beam[J]. J Electromagn Waves and Appl, 2010, 24: 2037–2047.
- 16 A Heifetz, H T Chien, S Liao, *et al.*. Millimeter-wave scattering from neutral and charged water droplets[J]. J Quant Spectrosc Radiat, 2010, 111(17–18): 2550–2557.
- 17 E Rosenkrantz, S Arnon. Enhanced absorption of light by charged nanoparticles[J]. Opt Lett, 2010, 35(8): 1178–1180.
- 18 Zhang Zijia, Wang Qi, Sun Yajie, *et al.*. Scattering of electromagnetic waves by charged particles in atmosphere[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2011, 26(4): 758–764.
- 张自嘉, 王 其, 孙亚杰, 等. 大气带电粒子对电磁波的散射[J]. 电波科学学报, 2011, 26(4): 758–764.
- 19 He Qinshu, Zhou Youhe. Scattering of electromagnetic wave by charged spherical particle[J]. Journal of Lanzhou University: Natural Sciences, 2004, 40(2): 25–30.
- 何琴淑, 周又和. 带电椭球粒子对电磁波的散射[J]. 兰州大学学报: 自然科学版, 2004, 40(2): 25–30.
- 20 X Li, X C Li, X J Zheng. Attenuation of an electromagnetic wave by charged dust particles in a sandstorm[J]. Appl Opt, 2010, 49(35): 6756–6761.
- 21 Beidou Zhang, Xingcai Li. Electromagnetic scattering by a partially charged multilayered sphere[J]. J Quant Spectrosc Radiat, 2014, 148: 228–232.
- 22 X C Li, B D Zhang. The electromagnetic scattering of the charged inhomogeneous sand particle[J]. J Quant Spectrosc Radiat, 2013, 119: 150–154.
- 23 X C Li, X Min, D D Liu. Rayleigh approximation for the scattering of small partially charged sand particles[J]. J Opt Soc Am A, 2014, 31(7): 1495–1501.
- 24 X C Li, X Li, X J Zheng. Comparison between the Mie theory and the Rayleigh approximation to calculate the EM scattering by partially charged sand[J]. J Quant Spectrosc Radiat, 2012, 113(3): 251–258.
- 25 He Qinshu, Zhou Youhe, Zheng Xiaojing. Scattering electromagnetic field of charged sands and the effects on the transmission of electromagnetic wave[J]. Science in China Series G, 2005, 35(3): 308–317.
- 何琴淑, 周又和, 郑晓静. 带电沙粒的散射场及其对电磁波传播的影响[J]. 中国科学 G 辑, 2005, 35(3): 308–317.
- 26 W J Lentz. Generating Bessel functions in Mie scattering calculations using continued fractions[J]. Appl Opt, 1976, 15(3): 668–671.
- 27 W J Wiscombe. Improved Mie scattering algorithms[J]. Appl Opt, 1980, 19: 1505–1509.
- 28 Hong Du. Mie-scattering calculation[J]. Appl Opt, 2004, 43(9): 1951–1956.
- 29 V E Cachorro, L L Salcedo. New improvements for Mie scattering calculations[J]. J Electromagn Waves, 1991, 5(9): 913–926.
- 30 W Yang. Improved recursive algorithm for light scattering by a multilayered sphere[J]. Appl Opt, 2003, 42(9): 1710–1720.
- 31 P Chylek. Large-sphere limits of the Mie scattering functions[J]. JOSA A, 1973, 63(6): 699–706.
- 32 A B Pluchino. Infrared emissivity of single water droplets [J]. Appl Opt, 1979, 18(24): 4065–4066.
- 33 Zhang Peichang, Wang zhenhui. Basis of Atmospheric Microwave Remote Sensing[M]. Beijing: Meteorological Press, 1995.
- 张培昌, 王振会. 大气微波遥感基础[M]. 北京: 气象出版社, 1995.

栏目编辑: 刘丰瑞