多孔硅表面缺陷光子晶体的传感模型及特性

陈 颖 范卉青 王文跃 朱奇光 陈卫东2

¹燕山大学电气工程学院,河北省测试计量技术及仪器重点实验室,河北秦皇岛 066004 ²燕山大学信息科学与工程学院,河北省特种光纤与光纤传感重点实验室,河北秦皇岛 066004

摘要提出了多孔硅表面缺陷光子晶体结构,引入多孔硅敏感层及吸收介质层形成表面缺陷腔,利用多孔硅高效的承载机制,将其作为待测样本的传感区域;由于吸收介质ZnS对谐振波长的吸收,可在反射光谱中获得与谐振波长对应的缺陷峰。以多孔硅的厚度为被优化变量,利用反向传播神经网络进行结构参数优化获得多孔硅的厚度最优值。由Goos-Hanchen位移建立待测样本浓度与缺陷峰波长的关系模型,进而对该结构进行传感特性分析。结果表明,优化结构参数后,缺陷峰对应的反射率由31.23%下降到0.00129%,其Q值可达1537.37。在传感特性研究中,每1%质量分数的灵敏度为2.5 nm。该表面缺陷光子晶体传感结构可为样本浓度、组分等信息的监测提供一定的理论参考。 关键词 传感器;光子晶体;多孔硅;反向传播神经网络;灵敏度 中图分类号 0436 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0523001

Sensing Model and Performance of the Surface Defect Photonic Crystal with Porous Silicon

Chen Ying¹ Fan Huiqing¹ Wang Wenyue¹ Zhu Qiguang² Chen Weidong²

¹Hebei Province Key Laboratory of Test/Measurement Technology and Instrument, School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao , Hebei 066004, China

²Hebei Province Key Laboratory of Special Fiber and Optical Fiber Sensing , School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao , Hebei 066004, China

Abstract The photonic crystal structure containing surface defect with porous silicon is proposed, in which the defect cavity on the surface is established by introducing the porous silicon layer and the absorbing medium layer, and the sensing region of the sample detected is formed by the use of the efficient carrying mechanism of the porous silicon. Because of the absorption of ZnS, the light corresponding to the resonant wavelength is absorbed and the defect peak is obtained in the reflection spectrum. The back propagation neural network is adopted to optimize the thickness of porous silicon globally. The relationship model between the concentration of the sample detected and the defect peak wavelength is established according to the Goos–Hänchen shift and the sensing performance is analyzed. The simulation results show that the reflectivity of the defect peak decreases from 31.23% to 0.00129% and the Q value can attain to 1537.37 after the optimal design of structural parameter. The sensitivity of the sensor structure is about 2.5 nm at per 1% mass fraction, which can provide effective theory guidance for the detection of the concentration and composition of samples. **Key words** sensors; photonic crystal; porous silicon; back propagation neural network; sensitivity **OCIS codes** 230.5298; 160.5298; 040.6040; 100.4996; 230.3120

1 引 言

光学生物传感技术以光信号为直接检测对象,由生物化学、医学、电子信息科学等多学科相互渗透而成,因其具有较强的抗干扰能力、检测迅速和可靠性高等优势,在生物医学诊断、国防科研、环境中易燃易爆

收稿日期: 2014-10-20; 收到修改稿日期: 2014-12-12

基金项目:国家自然科学基金(61201112,61475133,61172044)、河北省自然科学基金(F2013203250,F2012203169)、河北省高等学校青年拔尖人才计划项目(BJ2014056)、燕山大学青年教师自主研究计划项目(14LG013)

作者简介:陈 颖(1980-),女,博士,副教授,主要从事光子晶体应用技术方面的研究。E-mail: chenying@ysu.edu.cn。

光学学报

物的监测预警等领域得到了广泛的应用^[1-3]。其中,表面等离子体共振(SPR)传感器具有检测速度快、实时监测动态反应、无需荧光标记等特点,因此在光学生物传感技术领域占有重要地位^[4-5]。然而,在SPR传感器中只能利用横磁波光激发,而且金(或银)膜吸收系数较大,使反射谱的Q值较低,同时其价格昂贵,重复利用次数低。光子晶体的周期性结构使其具有光子带隙的特性,缺陷的引入将打破其折射率的周期性分布,在光子带隙中出现窄带尖峰^[6-7]。光子晶体作为一种特殊的光学结构,在光学生物传感方面具有明显的优势,因此成为光学传感领域研究的热点之一。Su等^[8]提出了基于SPR效应的光子晶体传感器,通过改变缺陷层的厚度使谐振波长的可调范围达300 nm。Rahmat等^[9]提出了一种两层缺陷的一维光子晶体光学传感器用来检测周围空气中的NO₂浓度水平。

多孔硅(PS)具有比表面积大、生物兼容性好、承载性强等优点,其特有的多孔洞结构可用来作为待测样本的载体,在传感方面具有巨大的应用潜力。同时,孔内待测物的引入可以引起多孔硅折射率的变化,这一检测机制使其在传感领域备受关注。Kim等¹⁰⁰在p+型硅衬底上制造的分布式布拉格反射多孔硅层,成功地应用在快速、可逆的有机蒸汽检测中,通过对不同种类和不同浓度的有机蒸汽的检测,显示了该系统优异的传感性能。Zhang等¹¹¹采用电化学腐蚀的方法,通过控制腐蚀的温度及电流的密度等制备出多孔硅微腔传感器,利用特异性反应对不同浓度的互补脱氧核糖核酸(DNA)进行检测,检测极限达到43.9 nm。

光子晶体结构的设计过程中,通常是经验性地确定各介质层厚度等参数,这就导致所建立的光子晶体结构光谱特性必未为最优。人工神经网络由神经系统的生理活动出发,对人脑的工作机制进行抽象和仿生^[12]。 其中,误差反向传播(BP)网络是较为成熟的神经网络,具有较好的函数逼近能力^[13]。因此,根据光子晶体的 光学特性,并结合多孔硅的物理化学特性^[14],本文采用 BP 神经网络对所提出的多孔硅表面缺陷光子晶体结 构进行参数优化。分析优化后结构传感机理,基于 Goos-Hänchen 位移建立多孔硅中待测样本的浓度与谐振 峰波长的关系模型,并利用传输矩阵法进行数值模拟及传感特性分析。

2 结构模型建立及参数优化

2.1 结构模型

1987年,E.Yablonovitch和S.John借鉴半导体晶体及其电子带隙的原理,分别独立提出了光子晶体这一概念。光波在周期性光子晶体结构中传输时,受到折射率周期性的调制,导致某些频率光波的传播受到抑制而无法通过,从而在输出光谱中形成光子禁带;在完整光子晶体中引入缺陷将打破光子晶体的周期性分布,在光子禁带中会出现频率范围很窄的缺陷峰,与之对应的缺陷模就会在缺陷处形成光子局域^[15-16]。基于光子晶体的禁带特性和光子局域特性,同时利用多孔硅的高效承载机制,提出了基于含多孔硅表面缺陷腔的半无限光子晶体结构,如图1所示。TiO₂和SiO₂交替排列构成了光子晶体的周期部分,缺陷腔由多孔硅、ZnS和TiO₂构成。



图 1 表面缺陷半无限光子晶体传感器结构模型 Fig.1 Structural model of the surface defect semi-infinite photonic crystal sensor

理论上讲,光子晶体的周期是无限的,而对于半无限光子晶体,电磁场局域在半无限光子晶体和缺陷腔的界面处,从而形成光子晶体表面波,其能量集中在半无限域的表面,并且沿着垂直于界面的方向随着深度的增加呈指数衰减,其场强分布情况如图2所示。



图 2 场强分布图。(a) 在二维平面上的电场分布; (b) 沿结构生长方向的归一化场强(E /E₀)

Fig.2 Field intensity distribution map. (a) Two-dimensional electric field distribution; (b) normalized field intensity (*E*/*E*₀) in the y direction 当光以某一角度入射到光子晶体中时,将在缺陷腔与外部空气层的界面处发生全反射,而当反射光到 达缺陷腔与光子晶体周期层的界面处时,将有一部分光再次被反射回缺陷腔,从而形成多次全反射,因此, 电磁场与缺陷腔中多孔硅吸附的待测物可以充分接触,从而使检测灵敏度得以提高。然而,谐振光发生多 次全反射后,最后仍将返回到入射介质中,在反射光谱中监测不到该频率对应的光信号。

在缺陷腔中引入吸收介质,在多次全反射过程中谐振光信号逐步吸收而实现光波的衰减振荡,则可通 过观察光谱中的缺陷峰位置来实现对谐振光波长的动态监测。以ZnS作为吸收介质,其折射率为 \hat{n}_{ZnS} = 2.38+0.02i,吸收系数 $\alpha(\omega) = 2\pi k(\omega)/c$ 比金属(如金或银膜)小,可以避免出现因吸收系数过大不能形成多次全 反射而与多孔硅中的待测样本充分接触的情况。

在光子晶体周期性结构中,TiO₂和SiO₂的折射率分别为 $n_{\rm H}$ =2.33和 $n_{\rm L}$ =1.44,其光学厚度 $n_{\rm H}d_{\rm H}=n_{\rm L}d_{\rm L}=\lambda_0/4$ (其中, λ_0 为入射光中心波长, λ_0 =1550 nm),由此可得,TiO₂和SiO₂的厚度分别为 $d_{\rm H}$ = 166.31 nm和 $d_{\rm L}$ =269.1 nm,缺陷腔中多孔硅的孔隙率 ρ =60.3%,由Bruggeman介电常数近似理论,可得多孔 硅的有效折射率为1.84。缺陷腔中的TiO₂层和吸收介质ZnS层的厚度分别为20 nm和40 nm。基于传输矩 阵法,应用Matlab软件进行数值模拟得到该表面缺陷传感结构的反射谱如图3所示。可以发现,该光子晶体 传感器谐振波长对应的反射率仍为0.305,且缺陷峰处的半峰全宽亦较宽,在高精度检测中存在较大局限 性。同时该光子晶体传感器缺陷峰的峰值受到携带待测物的多孔硅厚度的影响,因此有必要通过优化算法 来选择最佳的厚度,从而使其传感特性得到提高。





Fig.3 Reflection spectrum of the surface defect sensor structure with the absorbing medium

2.2 结构参数优化及其Q值分析

BP神经网络在对历史数据聚类和学习的基础上得到某些行为变化的规律,具有在一定误差目标内实现 复杂非线性映射的能力。采用 BP 网络算法优化该传感结构缺陷腔中的多孔硅的厚度 d_{psi} ,使得缺陷峰最小 反射率 R_d 减小。将 d_{psi} 在 700~900 nm 中以 10 nm 步长变化,把这 21 组对应的需要逼近函数关系的集合 { d_{psi} , R_d }作为训练样本,利用 BP 神经网络进行非线性建模。目标误差设置为 10⁻⁵,网络的训练误差曲线如 图 4 所示,经过 14 次训练达到目标误差。图 5 为网络实际输出与目标输出的对比图,可以看出,通过误差反 馈不断修正权值,网络实际输出与目标输出更接近,BP 神经网络的网络输出能够很好的拟合 d_{psi} 与 R_d 之间 关系的目标波动曲线。当输入量 d_{psi} 在 760~860 nm 的范围内以 0.1 nm 步长变化时,经过训练得到的网络模 型进行处理,如图 6 所示,当 d_{psi} =796.7时,对应的目标输出 R_d =6.51676×10⁻⁶达到最小值。





当 d_{Psi} 分别取850 nm 和796.7 nm 时,优化前后的反射谱如图7 所示,结果显示优化前后缺陷峰的反射率由31.23%降低为0.00129%,缺陷峰变得愈发尖锐, $\Delta\lambda$ 和反射率都达到较满意的效果。由图7(b)可以看出,谐振峰值波长 λ_{d} =1460.5 nm,其半峰全宽 $\Delta\lambda$ 约为0.95 nm,该带表面缺陷腔光子晶体的Q值为

$$Q = \frac{\lambda_{\rm d}}{\Delta\lambda} \approx 1537.37 \,. \tag{1}$$

通常,SPR的半峰全宽约为几十纳米,因此该传感器的Q值比SPR高,从而谐振光谱的检测精度得到提高。

3 传感模型建立及特性分析

3.1 传感模型

多孔硅以硅原子为基础,是一种通过电化学腐蚀硅形成的其中充斥着空气的纳米多孔结构,因其孔径





Fig.7 Reflection spectrum of the resonant peak. (a) Reflection spectrum with d_{PSi} =850 nm before optimization; (b)reflection spectrum with d_{PSi} =796.7 nm after optimization

远小于入射光波长,可被看作为硅与空气混合均匀的介电材料。多孔硅中吸附有待测样本时,由于其特有的量子海绵微结构,待测样本渗透到空气孔洞中,其有效折射率为 n_{PSi} 与孔隙率即多孔硅层中孔隙体积占被腐蚀硅层总体积的百分数为 ρ;待测物的折射率 n_g和多孔硅内凝聚待测物的体积分数 V 有关。根据 Bruggeman介电函数近似模型¹⁷¹,多孔硅有效折射率 n_{PSi}满足下述关系

$$(1-\rho)\frac{n_{\rm Si}^2 - n_{\rm PSi}^2}{n_{\rm Si}^2 + 2n_{\rm PSi}^2} + (\rho - V)\frac{n_{\rm sir}^2 - n_{\rm PSi}^2}{n_{\rm sir}^2 + 2n_{\rm PSi}^2} + V\frac{n_{\rm g}^2 - n_{\rm PSi}^2}{n_{\rm g}^2 + 2n_{\rm PSi}^2} = 0, \qquad (2)$$

式中nsi和nair分别为硅和空气的折射率。

根据对数混合法则

$$\ln n_{g} = \frac{V_{1}}{V_{1} + V_{2}} \ln n_{1} + \frac{V_{2}}{V_{1} + V_{2}} \ln n_{2}, \qquad (3)$$

式中 V_1 、 V_2 分别为混合前溶质(葡萄糖)和溶剂(水)的体积。 n_1 、 n_2 分别为溶质与溶剂的折射率, n_g 为待测样本葡萄糖溶液的折射率。设溶液的质量为m、质量分数为w,溶质和溶剂的密度分别为 ρ_1 、 ρ_2 ,则由(3)式可推得

$$n_{g} = \exp\left[\frac{(1-w)\rho_{1}\ln n_{2} + w\rho_{2}\ln n_{1}}{w\rho_{2} + (1-w)\rho_{1}}\right].$$
(4)

由(2)和(4)式可得不同的葡糖糖溶度所对应的多孔硅的有效折射率。

当发生全反射时,会产生Goos-Hänchen位移,通过Goos-Hänchen位移来建立谐振波长与不同浓度、组分的待测物所对应的折射率的关系。

光从缺陷腔入射到空气时,根据折射定律可得, $n_p \sin \theta_0 = n_d \sin \theta = n_{air} \sin \theta_{air}$,其中 $n_p \cdot n_d$ 为棱镜的折射率和缺陷腔的等效折射率, n_{air} 表示缺陷腔上部空气的折射率。 θ_0 为光波入射到该结构的角度, $\theta \cdot \theta_{air}$ 分别为缺陷腔与空气界面的入射角和折射角。 $\theta_{air} = 90^{\circ}$ 时,全反射临界角满足 $\theta_c = \arcsin(n_{air}/n_p)$ 。如图8所示,随着入射角度大于发生全反射的临界角,在缺陷腔与空气界面发生全反射,由电磁场的连续条件,电磁场能量不会在界面处立即衰减为零,而是渗透到空气一定的深度,同时沿着界面传播一定距离再返回到缺陷腔中。





$$y_{\rm d} = c\omega^{-1} (n_{\rm d}^2 \sin^2 \theta - n_{\rm air}^2)^{-1/2} , \qquad (5)$$

式中 ω_c 为频率与光速。由于倏逝波在衰减的同时沿着界面传输,导致实际的反射光路与几何光学相比有一定的偏移,产生Goos-Hänchen位移 D_s ,其正比于反射波相移对入射角 θ 的一阶导数,

$$D_{\rm s} = -\frac{\lambda}{2\pi} \frac{\mathrm{d}\delta_{\rm s}}{\mathrm{d}\theta} = \lambda n_{\rm d} \sin\theta \pi^{-1} (n_{\rm d}^2 \sin^2\theta - n_{\rm air}^2)^{-1/2} , \qquad (6)$$

式中 λ 为入射光的波长,同时结合折射定律,光波沿z方向的位移量为

$$\Delta = D_s / \cos \theta = \lambda n_d \tan \theta \pi^{-1} (n_p^2 \sin^2 \theta_0 - n_{air}^2)^{-1/2} .$$
⁽⁷⁾

因此,由 Goos-Hänchen 位移产生的沿着z方向的相位移 $\Delta \phi$ 为

$$\Delta \phi = 2n_{\rm d} \tan \theta (n_{\rm p}^2 \sin^2 \theta_0 - n_{\rm air}^2)^{-1/2} \,. \tag{8}$$

在缺陷腔中发生全反射的光波满足下列条件时形成谐振,

$$2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda_{d}} n_{d} d_{d} \cos \theta + \Delta \phi = (2m+1)\pi, (m=0,1,2\cdots),$$
(9)

式中 λ_{d} 和 d_{d} 分别为谐振波长和缺陷腔的厚度。由(2)式可知,多孔硅有效折射率 n_{PSi} 与待测样本的折射率 有关,若待测样本取代了多孔硅中折射率低的空气,则多孔硅的有效折射率较未吸附待测物时增大,缺陷腔 的等效折射率 n_{d} 也变大,由(9)式可知,谐振波长将出现红移,从而可通过观测谐振波长 λ_{d} 的漂移来监测待 测物折射率的变化,最终获得其质量分数等信息。

根据(8)和(9)式可得,该传感结构的灵敏度S为

$$S = \frac{\partial \lambda_{\rm d}}{\partial n_{\rm d}} = \frac{\lambda_{\rm d}^2 \tan \theta + 2\pi \lambda_{\rm d} d_{\rm d} \cos \theta \sqrt{n_{\rm p}^2 \sin^2 \theta_0 - n_{\rm air}^2}}{2\pi n_{\rm d} d_{\rm d} \cos \theta \sqrt{n_{\rm p}^2 \sin^2 \theta_0 - n_{\rm air}^2}} \,. \tag{10}$$

因此,当已知谐振波长等参数时,由(10)式可以得出该传感结构的灵敏度。

3.2 传感特性分析

多孔硅是一种内部有高密度孔洞的硅材料,这种结构可作为待测物的载体,实现待测物的光学传感检测。待测样本选用葡萄糖溶液,当孔径尺寸约为其分子直径的10倍时,传感效果最好,因此选用的多孔硅孔径属于介孔范围。通过优化,当多孔硅的厚度为796.7 nm时,取质量分数*w*分别为5%、6%、7%、8%、9%的葡萄糖溶液滴加到多孔硅上,在多孔硅的吸附作用与葡萄糖溶液的扩散作用下,吸附待测样本后,多孔硅的有效折射率变大,根据(8)和(9)式,谐振波长也随之增大,相应的反射光谱如图9所示,可以看出谐振峰红移,与公式推导吻合。质量分数*w*在5%到15%范围内,以步长为1%,取10组质量分数与谐振波长关系的数据进行拟合,结果如图10所示,可以看出拟合直线满足关系 λ_d =2.5*w*+1447.3,相关系数为0.9997,该传感器每1%质量分数的灵敏度 *S* = $\frac{\delta\lambda}{\delta w}$ ≈ 2.5 nm,说明对探测多孔硅中的待测物的信息敏感,因此该结构较高的*Q*值与灵敏度,显示了其在高精度测量中的优势。





4 结 论

提出了含多孔硅表面缺陷半无限光子晶体传感结构模型,作为待测样本的载体,多孔硅的多孔结构使 其具有比表面积大等优势,在传感方面具有重要的应用潜力。吸收介质ZnS的引入,使谐振光信号在缺陷腔 中多次衰荡,从而在反射谱中可以观测到缺陷峰。采用BP神经网络对该结构中多孔硅厚度进行优化,弥补 了经验性选择光子晶体结构参数的不足,使缺陷峰的反射率由31.23%降低到0.00129%,其Q值可达 1537.37,传感特性得到提高。多孔硅的有效折射率会随着待测样本的浓度的变化而变化,可根据监测该生 物传感结构的谐振波长的漂移量来达到测定待测物浓度的目的。以葡萄糖为待测样本,对比滴加样本前后 的谐振波长漂移情况,其传感灵敏度 S=2.5 nm。该传感系统模型的建立为待测物浓度等信息的监测奠定较 好的理论基础,并提供了一种行之有效的设计方案。

参 考 文 献

- 1 Shen Yang, Hao Sun, Liutong Yuan, *et al.*. Refractive index and temperature sensor based on cladding-mode Bragg grating excited by abrupt taper interferometer[J]. Chin Opt Lett, 2013, 11(12): 120604.
- 2 Zhou Feng, Qiu Sunjie, Luo Wei, *et al.*. Design of reflective all-fiber hydrogen sensor[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(11): 1106003. 周峰, 邱孙杰, 罗炜,等. 一种反射型全光纤氢气传感器的设计[J]. 光学学报, 2013, 33(11): 1106003.
- 3 Yin Dongmei, Dai Shixun, Wang Xunsi, *et al.*. Research progress of infrared chalcogenide glass fibers in sensing fields[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(2): 020010.
- 尹冬梅,戴世勋,王训四,等.红外硫系玻璃光纤在传感领域的研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(2): 020010.
- 4 S Michaelis, J Wegener, R Robelek. Label-free monitoring of cell-based assays: Combining impedance analysis with SPR for multiparametric cell profiling[J]. Biosens Bioelectron, 2013, 49: 63-70.
- 5 K D Kihm, S Cheon, J S Park, et al.. Surface plasmon resonance (SPR) reflectance imaging: Far-field recognition of near-field phenomena[J]. Opt Laser Eng, 2012, 50(1): 64-73.
- 6 W T Zhang, P D Han, A D Lan, et al.. Defect modes tuning of one-dimensional photonic crystals with lithium niobate and silver material defect[J]. Physica E, 2012, 44(1): 813-815.
- 7 Chen Ying, Wang Wenyue, Bi Weihong. Sensitivity property analysis of biosensors based on particle swarm optimization[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(6): 0614002.
 - 陈 颖, 王文跃, 毕卫红. 基于粒子群优化的生物传感器灵敏度特性分析[J]. 中国激光, 2014, 41(6): 0614002.
- 8 W Su, G G Zheng, X Y Li. A resonance wavelength easy tunable photonic crystal biosensor using surface plasmon resonance effect [J]. Optik, 2013, 124(21): 5161-5163.
- 9 M Rahmat, W Maulina, E Rustami, *et al.*. Performance in real condition of photonic crystal sensor based NO₂ gas monitoring system [J]. Atmos Environ, 2013,79: 480-485.
- 10 H J Kim, Y Y Kim, K W Lee, *et al.*. A distributed Bragg reflector porous silicon layer for optical interferometric sensing of organic vapor[J]. Sensors and Actuators B: Chemical, 2011, 155(2): 673-678.
- 11 H Y Zhang, Z H Jia, X Y Lv, et al.. Porous silicon optical microcavity biosensor on silicon-on-insulator wafer for sensitive DNA detection[J]. Biosens Bioelectron, 2013, 44: 89-94.
- 12 S Shahriari, S Shahriari. Predicting ionic liquid based aqueous biphasic systems with artificial neural networks[J]. J Mol Liq, 2014, 197: 65-72.
- 13 C Ren, N An, J Z Wang, et al.. Optimal parameters selection for BP neural network based on particle swarm optimization: A case study of wind speed forecasting[J]. Knowl-based Syst, 2014, 56: 226-239.
- 14 X Y Lv, L L Chen, H Y Zhang, *et al.*. Hybridization assay of insect antifreezing protein gene by novel multilayered porous silicon nucleic acid biosensor[J]. Biosens Bioelectron, 2013, 39(1): 329-333.
- 15 Z Wang, R W Peng, F Qiu, et al.. Selectable-frequency and tunable-Q perfect transmissions of electromagnetic waves in dielectric heterostructures[J]. Appl Phys Lett, 2004, 84(20): 3969-3971.
- 16 R W Peng, X Q Huang, F Qiu, *et al.*. Symmetry-induced perfect transmission of light waves in quasiperiodic dielectric multilayers [J]. Appl Phys Lett, 2002, 80(17): 3063-3065.
- 17 D L Zhang, E Cherkaev, M P Lamoureux. Stieltjes representation of the 3D Bruggeman effective medium and Padé approximation[J]. Appl Math Comput, 2011, 217(17): 7092-7107.

栏目编辑:苏 岑