

微镜头阵列球面排布方法研究

庞武斌 黄 玮 王新华 贾树强

中国科学院长春光学精密机械与物理研究所 应用光学国家重点实验室, 吉林 长春 130033

摘要 为了解决微镜头阵列在球面上的排布问题,提出了一种通用的基于正二十面体阵列点微移动排布方法。采用与排布球面同心正二十面体点阵投射方法获取微镜头中心点在球面上的初始排布。以弦长率和填充率为评价函数,采用点阵微移动法对此初始结构进行优化。完成方法通用性测试并和一种基于局部球面的经纬线排布法进行对比。实验结果表明,在排布球冠面立体角较大、微相机数量较多的情况下,采用该方法可以获得弦长率低于0.17,填充率达到75%以上的排布表现,同时其良好的排布对称性有效提高了微镜头阵列的成像性能。

关键词 光学设计;微相机阵列;点阵微移动法;球面排布;填充率

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0522003

Research of Micro-lenses Packing Strategy on Spherical Surface

Pang Wubin Huang Wei Wang Xinhua Jia Shuqiang

State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun Jilin 130033, China

Abstract An universal perturbed icosahedral projection packing method is presented to solve spherical surface packing problem. First of all, original packing positions is obtained by using icosahedral points projection on its concentric spherical surface. Then, using chord ratio and packing density as merit values, perturbed points moving strategy is used to optimize these initial positions. Finally, universal property of this method is tested by changing the number of packing points. In addition, this method is compared with another packing method, so called hexagonal density packing along longitude and latitude, which is based on local strategy. The result shows that this method is rather effective when the packing solid angle is large and the number of packing lenses is huge, the chord ratio can be reduced below 0.17, and the packing density can be increased above 75%, accompanied with outstanding symmetry, an excellent imaging performance is guaranteed.

Key words optical design; micro-lenses array; perturbed points array; spherical surface packing; packing density

OCIS codes 220.3620; 220.4000; 220.4830

1 引 言

微镜头阵列是现代光学系统中较为常见的光学器件,不论在成像领域还是照明领域^[1],它都发挥了很多重要的作用,例如:一般探测器面的微镜头阵列可以增加集光率,成像系统中它可以用来扩大视场提高分辨率^[2],照明系统中可以用于匀光和光束整形^[3],在一些新研究领域内,微镜头阵列甚至被用于光场编码和孔径拼接等,可以说微镜头阵列已经逐渐如同普通透镜一样,成为光学设计中最为常规的元件了。

在光路中,对于一般的阵列元件,填充率是一个非常重要的参数,填充率不足会降低系统光能利用率,损失光场信息,以及引起杂散光等问题。阵列元件的填充率取决于最小单元的形状和阵列的排布方式。微透镜阵列的最小单元为圆形的小透镜,排布方式取决于实际应用中的需要,有时需要和后续的元件保持对应,例如探测器前的微镜头一般和后面的像元点一一对应,如果单纯只考虑尽可能的提高填充率,平面上圆形微镜头则应该采用六角密排方式,即石墨中碳原子的单层排布方式,是圆形单元在平面上获取最大填充率的排布结构^[4]。

收稿日期: 2014-12-03; 收到修改稿日期: 2014-12-30

基金项目: 国家自然科学基金(61170092)、国家自然科学基金重点项目(61133011)

作者简介: 庞武斌(1987—),男,硕士,研究实习员,主要从事光学系统设计方面的研究。E-mail: pangwubin110@126.com

然而,随着光学器件的发展,平面阵列元件已经不能满足设计要求,视角更大分辨率更高的曲面阵列元件成了近年来较热的研究方向^[5],例如:复眼仿生光学实现大视场高分系统^[6-7],同心球多尺度光学成像,360°全景照相机等领域都需要采用排布在曲面上的镜头阵列。阵列单元在曲面上的有效排布是该方向必须解决的问题^[8]。其中,球面是所有曲面类型中最常见和最典型的光学面型,提高微器件阵列在球面上的排布效率,为很多新型光学器件的研制创造了有利条件。

本文以一个同心球透镜二次成像阵列为例^[9],介绍了一种基于正二十面体微移动的球面微镜头阵列排布方法。同心球透镜二次微透镜成像系统又被称为云成像系统,该系统分为同心球透镜光学系统和后微相机组处理系统,类似于显微镜结构,后微相机组将球物镜的一次像面传递至探测器像面。为了保证与视场无关的像差分布,必须使得球物镜所有光学面同心,同时微相机组的每个微镜头光轴指向该球心,这就要求微相机组分布在和球物镜同心的球面上,从而产生了阵列镜头球面排布问题,解决该问题是系统研制的重要环节。

利用球面排布的二级微镜头阵列对同心球透镜的球面像场二次成像,获得有足够交叠区的子视场图像阵列,拼合这些子视场获取超高像素大视场全景图像,是该成像系统的基本原理。对于此类系统,利用优化方法实现二级微镜头阵列在球面上的紧密排布,是增加系统能量利用率、提高像质、降低光学设计难度的关键。镜头排布的紧密程度决定了每个镜头所需要覆盖的视场大小,紧密程度越高,则所需要覆盖的视场越小,在很大程度上降低了光学镜头的设计难度。球面上实现圆形镜头的紧密排布的数学模型为Tammes问题,解决镜头的排布问题,需要找到Tammes问题的一个解或近似解。

综合已有的研究成果,本文采用基于正二十面体同心球投射的方法给出微镜头中心点的球面初始排布,这样的初始布局具有规律性好,对称性高的特点,然而,该布局的不足之处在于镜头之间距离差异较大导致填充率不足。因此,必须对初始的排布进行优化,优化的目的就是在保证阵列对称性和规律性不被破坏的前提下,使的镜头排布更加均匀,从而改善填充率,在基于正二十面体微移动的优化后,可以明显看到,单个镜头的孔径大小得到增加,填充率也随之提高了。在通用性试验中,发现该方法在微镜头排列数目变化很大的范围内都有着稳定强健的优化表现,同时将该方法和一种局部球面排布法—经纬线排布进行对比,可以看到,该方法在排布立体角比较大的球冠上有明显优势,尤其适用于视场角超过60°的广角成像系统。

2 微镜头阵列球面排布原理

2.1 同心球透镜二次微镜头成像系统原理和排布问题

同心球透镜二次微镜头成像光学系统主要由两部分组成^[10],如图1所示,最前端为同心球物镜,该物镜所有光学面共用一个球心,将观测视场成像于球面一次像面;后端为球面排布的微镜头阵列,该阵列将前端的一次像面中继给其后的探测器阵列,最后将采集到的阵列图像拼接融合获取最终的合成图像。同心设计使得一次像面所有视场像差结构完全一致,也就是中继镜头也相应的可以全部相同。该成像结构的优势在于以简单的光学结构就可以同时获得大视场和高分辨率,是未来成像光学的新方向。

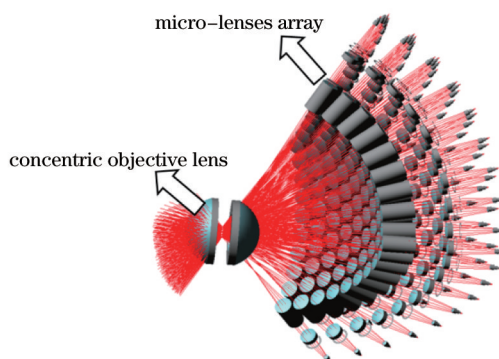


图1 同心球透镜二次微镜头成像光学系统

Fig.1 Concentric objective and secondary relay micro-lenses array imaging system

为了给每个微镜头合理地分配所应承担的视场区域,就必须寻找每个微镜头在球面上的中心坐标点,也就是微镜头阵列球面排布。根据同心球透镜二次微镜头成像系统的特点和要求,获得较高的成像质量,避免像面信息丢失等问题,该排布应当满足三个条件:1)排布尽可能的紧密,增加系统的光线利用率和信息利用率,同时也降低了微镜头的光学复杂度;2)排布应有较高的对称性,使每个微镜头的成像环境尽可能相似,这同时也是微镜头可批量生产和可相互替换的必要条件,规律性的排布同时也降低了后期拼接融合的难度;3)相邻微镜头承担的视场有可用于拼接的重叠区,同时重叠不能太大,以保证较高的有效像素。

2.2 微镜头排布优劣的评价参数

微镜头排布的数学模型是Tammes问题^[11],Tammes问题源自于对花粉粒上毛孔的研究。如图2所示,该问题的目标在于找到一种方法将给定数量的点(图2中圆心)排布在球面上,使得在所有相邻两点之间,最短弦长最大化。另一种等效的描述方法是,给定数量的相同直径的圆(图2中圆盘)排布在球面上,在没有交叠的前提下,圆的直径最大。目前为止,Tammes问题存在完美解的情况只有 $1 \leq n \leq 12$ 和 $n = 24$,其中 n 表示球面上排布圆的个数,当 $n \leq 60$ 时和少数 $n > 60$ 的孤立值,问题存在最优解,当 n 值为几百甚至上千的时候,该问题只能通过数值方法近似求解,已有的数值算法包括:约束下的全局优化法、最速下降法、随机游动法和遗传算法等。

根据Tammes问题的两种等效定义,可以得到两个不同的排布结果评价量,一个是弦长率(CR),另一个是填充率 ρ 。弦长率 V_{CR} 的数学表达式为:

$$V_{CR} = \frac{C_{max} - C_{min}}{C_{min}}, \quad (1)$$

式中 C_{max} 表示最长弦长, C_{min} 表示最短弦长,该比值越小,则表明阵列排布越均匀。

填充率 ρ 的数学表达式为:

$$\rho = \frac{A_{cir}}{A_s} \times 100\%, \quad (2)$$

式中 A_{cir} 表示排布圆面积, A_s 表示球面面积。很显然 CR 越小则表明排布越均匀, ρ 值越大,填充率高,表明排布越紧密,结果越能满足2.1节中的排布条件1)紧密性和条件3)高效性,条件2)的对称性则通过正二十面体初始位置获取方式得到了保证。

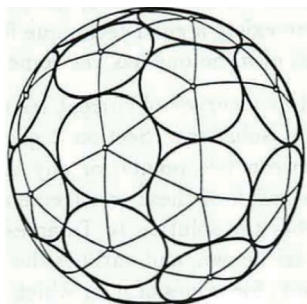


图2 Tammes问题示意

Fig.2 Diagram of the Tammes problem

3 基于微移动的正二十面体点阵投射同心球排布法

3.1 排布初始位置获取

对于总像素量在十几甚至几十亿级别的同心球透镜二次微镜头成像系统中,镜头阵列一般包含上百个微透镜,将这上百个微透镜排布于大约占整个球面1/4的球冠上。采用正二十面体点阵投射同心球的方法获取初始排布。

该方法首先获取一个和排布球面同心的正二十面体,正二十面体的每个面都是一个正三角形,以 s 为频率将排布面分割为多个子正三角形,频率 s 指的是每个边等分的数目,如图3所示,通过这样的分割,在平面上得到了一个六角密排结构的点阵,类似于石墨中碳原子的排布方式,再将这些六角密排点阵投射到外接

球面上,这样便给出了微透镜中心点的初始位置,通过计算全球面上排布圆的总数为: $N = 10s^2 + 2$ 。

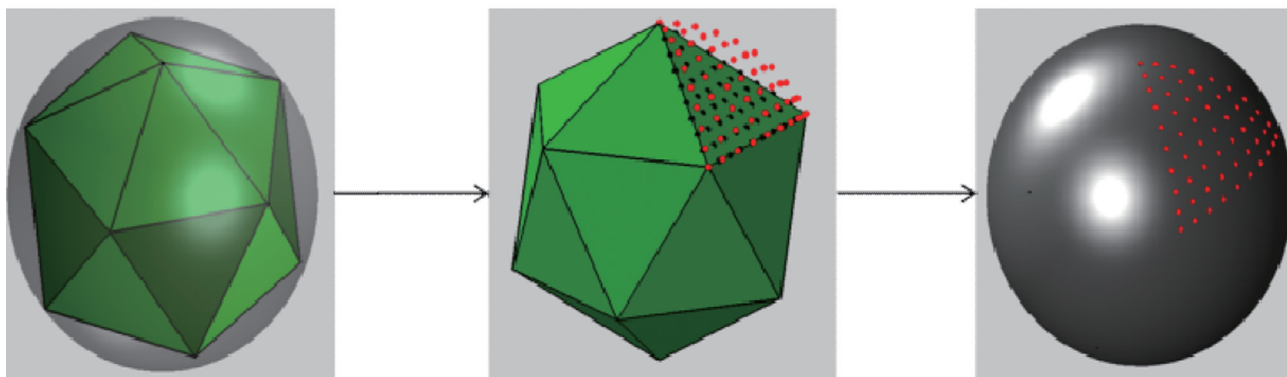


图3 正二十面体投射法获取点阵初始位置

Fig.3 Initial configuration of point group by icosahedral projection method

该初始结构具有非常好的对称性,但是由于正三角形顶点附近的排布密度显著大于中心,排布均匀性很不好,因此下一步就需要在保持该结构对称性的前提下,优化点阵坐标,提高排布均匀性。

3.2 点阵微移动优化

等距分割圆上的一条弦,连线圆心和这些分割点,越靠近弦中心的分段对应的圆心角越大,这就造成了在正二十面体的三角形面上均匀分布的点阵,投射至球面后,中心位置附近,点与点之间弦长较长,点阵排布比较松散,顶点位置附近,弦长较小,排布比较紧密。

以频率 $s=8$ 为例,经计算初始结构的 $V_{cr} = 0.3707$,填充率 $\rho = 57%$,即如果直接采用该初始排布来安装微透镜阵列的话,微透镜阵列对一次像面的能量利用率最大值为 $57%$,这就会引起严重的系统 $F/\#$ 浪费,图像边缘渐晕过大和像质劣化等问题,因此,必须在此基础上,对初始结构进行优化。

如前所述,该初始结构品质不理想的主要原因在于正三角形顶点附近点间隔较小,越往中心,间隔越大,造成了整个点阵的不均匀,解决该问题,需要让三角形面上的点阵向中心靠拢,通过为每个点选择合理的移动量,适当减小中心位置处点阵间隔,增大顶点处点阵间隔,就可以有效提高排布的均匀性。

在对点阵位置进行移动前,需要对该移动设定三个必要的约束:1) 边缘棱线上的点只能沿着棱线方向移动,不能垂直于棱线移动,同时三个顶点不参与移动,从而保证移动过程中点阵不越界;2) 移动后的分布必须保证对于正三角形三条中线的对称性不变;3) 移动必须平滑,不能出现突变点。

基于上述思想,采用三角坐标下的多项式微移动法对该初始结构进行优化^[12]。三角坐标以正三角形的三条中线为坐标轴,由于正三角形三线合一,中线也是高线和垂线,从顶点指向底边为坐标轴的正方向,如图4所示,对于正三角形内六角排布的阵列,从定点处开始,每降一层,坐标值就减1,对于频率为 s 的点阵,三个顶点处的三角坐标值分别为 $(s,0,0)$ $(0,s,0)$ $(0,0,s)$ 。

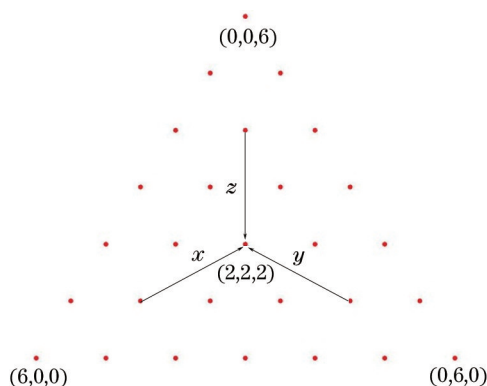


图4 频率 $s=6$ 下的三角坐标示意图

Fig.4 Diagram of the triangle coordinate system when the frequency $s=6$

在上述坐标系下,建立表示微移动的多项式函数:

$$f(x, y, z, s) = 1 + A_1(s)x + B_1(s)y + C_1(s)z + A_2(s)x^2 + B_2(s)y^2 + C_2(s)z^2 + \dots \quad (3)$$

上述多项式函数为泰勒展开式的形式,除常数项外,从一次项一直到高次项都是点阵的移动项,从该多项式的表达形式看,如果所有除常数项以外的系数都为零,则表示点阵位置保持不动,如果移动系数不为零,坐标值越大的点,其移动量就越多。接下来的工作就是选择合适的移动项和对应的系数,从而减小点阵排布的CR,提高填充率 ρ 。为了节约计算成本,降低计算复杂程度,只取多项式一次项。为了满足约束1)点阵坐标在移动前后必须进行归一化处理,也就是坐标值必须除以坐标中的最大值,使得最大坐标值为1,这样移动前后正三角形的三个顶点保持不动;为了满足约束2)也就是点阵移动前后三角对称性不变,则必须使多项式函数 $f(x, y, z, s)$ 对坐标 x, y, z 对称,也就多项式系数是必须满足: $A_1(s) = B_1(s) = C_1(s) = C$;而多项式形式的移动函数本身就保证了约束3)。

移动优化过程就是选取最佳系数 C ,使得CR最小,待定变量只有一个,等同于单变量函数求最小值问题,从解决的实际问题的数学性质可以推断评价函数的极小值就是全局最小值,因此采用最简单的搜寻策略就可以解决该问题。所有的点集向中心收缩,因此系数 $C < 0$,收缩量很小,属于微移动量,因此可选取 $-1 < C < 0$,以0.0001为步长,线性搜索使得CR最小的 C 值,采用Matlab程序计算搜寻,不同频率 s 的点阵有不同的最佳 C 值,当频率 s 变化时, C 值变化很小,不会超出区间 $(-0.14, -0.12)$ 。

如图5所示,通过上述方法,搜索到最佳系数 $C = -0.1312$,优化移动频率 $s = 8$ 点阵后的结果,在平面上等间隔分布的点阵经过移动后,顶点附近的间隔变大,中心附近间隔缩小,通过平面上的移动使得该点阵在对应球面上的投射点阵间隔趋于均匀。

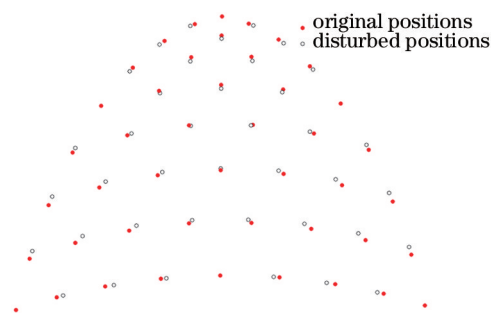


图5 移动前后球面点阵的位置对比

Fig.5 Diagram of the points positions before and after move

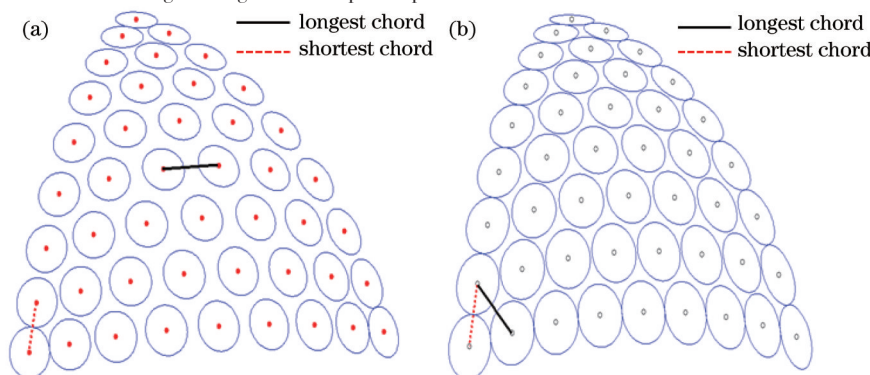


图6 移动前后圆孔排布和最长弦长与最短弦长位置变化。(a)原始圆孔排布;(b)移动后的圆孔排布

Fig.6 Diagram of packing and position drift of max-chord and min-chord before and after move.

(a) Initial packing of circles; (b) packing of circles after move

从图6可以明显看出,优化移动后,圆孔的填充率得到了显著的提高,同时最长弦(最大间隔)从中心位置转移到了顶角的切角线上,最短弦长位置没有发生变化。

4 实验测试与结果

4.1 通用性测试实验

全球面上总排布数 N 对排布的影响非常大,当 N 比较小时,排布存在完美解,当 $N > 60$ 时,除去少数孤立数

值外,基本上就要依靠数值方法求近似解了,因此必须对上述排布方法在不同排布数 N 下的通用性进行研究,由于排布数 N 取决于频率 s ,通过选取不同的频率 s ,对排布的弦长率和覆盖率进行计算,计算结果如表 1 所示。

表 1 不同排布个数 N 下的排布表现

Table 1 Packing performance for various packing numbers N

N	S	CR	ρ
92	3	0.1498	77.46%
162	4	0.1581	76.82%
252	5	0.1619	76.38%
362	6	0.1641	76.20%
492	7	0.1653	76.02%
642	8	0.1661	75.95%
812	9	0.1666	75.84%
1002	10	0.1671	75.80%

从上表可以看出当排布点数逐渐增加时,排布的 CR 在不断地增加,填充率 ρ 也随之降低,然而从数据上看,排布表现随 N 的增加而退化速度非常不明显,即该方法在很大的 N 值范围内都有着非常稳定强健的表现,而这个范围完全可以满足实际透镜阵列球面排布的实际应用。

4.2 方法对比实验

经纬线排布法是一种局部区域较优的排布方法,经纬线是球面上两组正交圆,在球坐标 (θ, φ, ρ) 下,纬线是等俯仰角 θ 线,经线是等水平角 φ 线,在同一球面上,半径 ρ 为常数。以同心球为基本几何形状的同心球透镜二次微镜头成像光学系统,经纬线坐标是自然的排布基准线。

以经纬线为基准线的排布有两种方法:1) 方格排布,该排布近似于将平面网格投射在球面上,每个微透镜左右上下相邻 4 个其他透镜,也就是球面上对齐排布;2) 六角排布,行与行之间错开一个位置,可以缩小行与行之间的间隔,比方格排布更加紧凑。鉴于上述分析,只讨论结构更加紧凑的六角排布结构。

以纬线为行方向,经线为列方向,在行方向等水平角排布,角间距为 φ_{step} ,列方向等俯仰角排布,角间距为 θ_{step} ,使得 $\theta_{step} = \sqrt{3} \varphi_{step} / 2$,行与行之间错开 $\varphi_{step} / 2$ 。若取排布区域范围为:俯仰角区间为 $68^\circ < \theta < 110^\circ$,水平角区间为 $-32^\circ < \varphi < 32^\circ$,水平角间距为 $\varphi_{step} = 7^\circ$,则经纬线六角排布效果如图 7 所示。

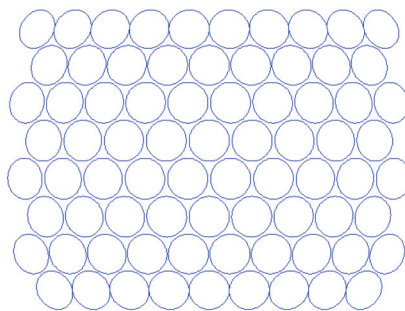


图 7 局部区域圆面经纬线六角排布

Fig.7 Hexagonal density packing along longitude and latitude on local area of spherical surface

在该局部区域内, CR 达到了 0.0727,填充率 ρ 则约为 85%,可见如果所设计的光学系统中,微镜头阵列所要覆盖的立体角不是非常大时,采取这种局部区域排布方式是很有优势的。

然而该排布在微镜头覆盖的立体角较大时,就不再适用了,在该方法下, CR 和俯仰角范围的关系曲线如图 8 所示,从该曲线可以看到,在俯仰角范围小于 60° 时,经纬线六角排布法在局部范围效率优于微移动的正二十面体点阵投射同心球排布法。当俯仰角范围超过 60° 时,经纬线六角排布法的效率开始低于微移动的正二十面体点阵投射同心球排布法,当微镜头覆盖的俯仰角范围超过 120° 时,经纬线六角排布法的弦长率超过 1,即此时最长弦长大于最短弦长的两倍,填充率严重退化,在球面赤道线处,有大于一半的面积无法得到覆盖。

基于微移动的正二十面体点阵投射同心球排布法属于球面全局排布方法,即该排布结构具有正二十面体

的全部对称性,是一种通过简单旋转就可以覆盖整个球面的阵列结构。覆盖在1/4球冠上的情况如图9所示。

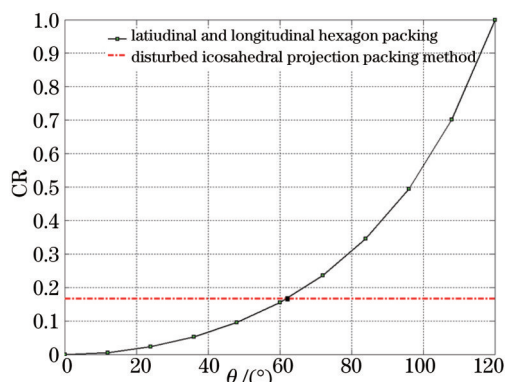


图8 CR和排布 θ 角范围的关系曲线

Fig.8 Curves of CR and packing θ angle range

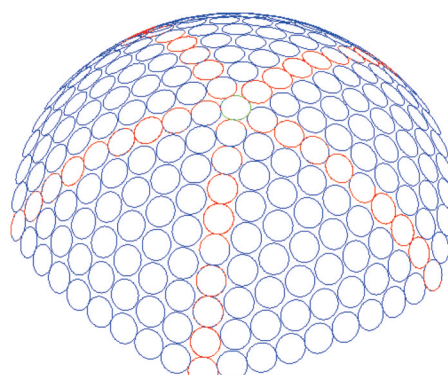


图9 1/4球冠圆孔排布

Fig.9 Circles packing within 1/4 spherical crown

4.3 实验结果

如图10(a)所示,所设计光学系统的视场为 $100^\circ \times 100^\circ$,为了在 $4\ \mu\text{m}$ 像素上实现 $100\ \mu\text{rad}$ 的角分辨率,系统焦距为 $40\ \text{mm}$,需要的微透镜大约为一百多个,取频率 $s=8$,此时, $N=642$,在1/4球冠上,单个正三角形面上排布45个微镜头,1/4球冠上排布181个微镜头。对系数 C 进行搜索优化,发现当 $C=-0.1312$ 时,得到了最低的CR为0.1661,和最大的圆孔填充率 $\rho=75.95\%$,也就是覆盖率提高了18.95%,单个微镜头直径对球透镜中心的张角通过优化从 6.83° 提高到了 7.89° ,有效提高了镜头的通光口径,增加光能利用率,降低了视场渐晕。

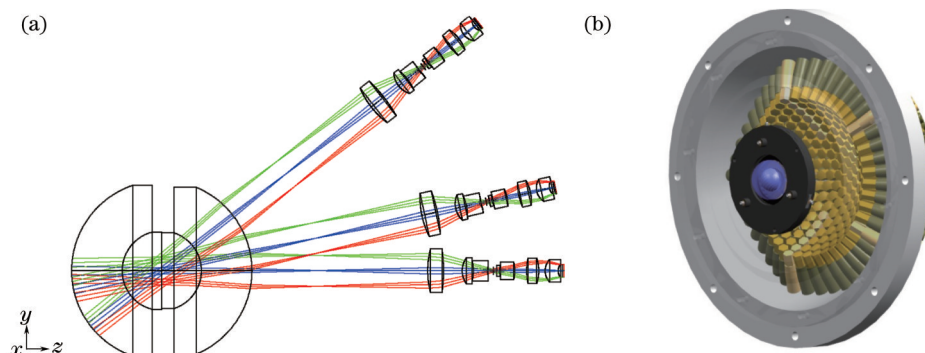


图10 基于微移动的正二十面体点阵投射同心球排布法下的系统设计。(a) 成像系统光学设计;(b) 微镜头阵列机械装配图

Fig.10 System design based on perturbed icosahedral projection on its concentric spherical surface method.

(a) Optical design layout of the imaging system; (b) mechanical assembling layout

综上所述,在实际应用中,应该根据光学系统的具体视场参数来选择合适的微镜头排布方法,当系统视场较小,小区域球面上排布微镜头阵列时,可以采用局部区域排布法;当系统视场较大,尤其是超过 60° 的广角镜头选用具有全球面覆盖能力的微移动的正二十面体点阵投射同心球排布法或类似的全局方法更有优势。

5 结 论

根据同心球透镜二次微镜头成像光学系统中继微镜头组的排布要求,提出了一种基于微移动的正二十面体同心球投射的方法,通过论证,可以看到,基于微移动的正二十面体点阵投射同心球法排布法是Tammes问题的一个很好的近似解,其良好的对称性使得它在同心球透镜二次微透镜成像光学系统研究中有着非常高的适用性。通过对初始结构的优化,当总排布微镜头个数 $N < 1000$ 时,可以将排布CR降低在0.17以下,填充率 ρ 提高至75%以上,该方法可以在全球面上有效提高排布的紧密程度,更为重要的是,该方法在很大的 N 值范围内都有着很稳定强健的表现。同时本文还提出了一种经纬线六角排布法,该方法属于局部方法,在处理局部小区域球面时,比基于微移动的正二十面体点阵投射同心球法排布法更加简单有效,然

而对于视场俯仰角范围超过 60° 的光学系统,该方法的表现会迅速退化。

参 考 文 献

- 1 Li Dan, Xue Yunyun, Cao Wen, *et al.*. Optimization of DMD illumination system with microlens array[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(1): 0122002.
李 丹,薛芸芸,曹 雯,等.基于微透镜阵列的DMD芯片投影系统照明优化[J]. *光学学报*, 2013, 33(1): 0122002.
- 2 Zhuang Xuxia, Ruan Ningjuan, He Jinping, *et al.*. Multiscale wide field-of-view gigapixel imaging technique[J]. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 2014, 35(5): 1-8.
庄绪霞,阮宁娟,贺金平,等.多尺度大视场十亿像素成像技术[J]. *航天返回与遥感*, 2014, 35(5): 1-8.
- 3 Zhou Ping, Lu Wei, Lin Yuxiang, *et al.*. Fly eye lens arrays used in liquid crystal projection display with high light efficiency[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, 24(5): 587-591.
周 平,陆 巍,林宇翔,等.复眼透镜提高液晶投影照明系统的能量利用率[J]. *光学学报*, 2004, 24(5): 587-591.
- 4 Jiang Xiaoping, Liu Desen. Fabrication of gradient refractive index hexagonal aperture planar microlens array based on spherical substrate[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(6): 1792-1795.
蒋小平,刘德森.变折射率球面六角形孔径平面微透镜阵列[J]. *光学学报*, 2010, 30(6): 1792-1795.
- 5 S B Rim, P B Catrysse, R Dinyari, *et al.*. The optical advantages of curved focal plane arrays[J]. *Opt Express*, 2008, 16(7): 4965-4971.
- 6 Zhang Hongxin, Lu Zhenwu, Wang Ruiting, *et al.*. Study on curved compound eye imaging system[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2006, 14(3): 346-350.
张红鑫,卢振武,王瑞庭,等.曲面复眼成像系统的研究[J]. *光学精密工程*, 2006, 14(3): 346-350.
- 7 Zhang Hongxin, Lu Zhenwu, Li Fengyou, *et al.*. The building and analysis of overlap compound eye optical formulation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, 36(6): 1106-1109.
张红鑫,卢振武,李凤有,等.重叠复眼光学模型的建立与分析[J]. *光子学报*, 2007, 36(6): 1106-1109.
- 8 Shi Lifang, Cao Axiu, Liu Yan, *et al.*. Design and experiments of artificial compound eye with large view field[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2013, 40(7): 27-33.
史立芳,曹阿秀,刘 艳,等.大视场人工复眼结构设计方法与实验[J]. *光电工程*, 2013, 40(7): 27-33.
- 9 D J Brady, N Hagen. Multiscale lens design[J]. *Opt Express*, 2009, 17(13): 10659-10674.
- 10 Shi Guanghui, Yang Wei. Optical system used to compose images in television photograph[J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(4): 638-643.
史光辉,杨 威.用于图像拼接的电视摄像光学系统[J]. *中国光学*, 2014, 7(4): 638-643.
- 11 B W Clare, D L Keper. The closest packing of equal circles on a sphere[J]. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*. 1986, 405(1829): 329-344.
- 12 H Kenner. *Geodesic Math and How to Use It*[M]. Oakland: University of California Press, 1976.

栏目编辑:韩 峰