

# 基于幅度比值的低复杂度频偏估计算法

冯 婕<sup>1</sup> 肖骏雄<sup>1</sup> 韩纪龙<sup>1</sup> 李 蔚<sup>1</sup> 胡 荣<sup>2</sup> 杨 奇<sup>2</sup> 余少华<sup>2</sup>

<sup>1</sup>华中科技大学武汉光电国家实验室, 湖北 武汉 430074

<sup>2</sup>武汉邮电科学研究院光纤通信技术和网络国家重点实验室, 湖北 武汉 430074

**摘要** 针对在任意阶正交幅度调制(M-QAM)的相干光通信系统中发射激光器与本振激光器之间存在频率偏差的问题,提出了一种基于幅度比值的低复杂度频偏估计算法。该算法先对接收信号做快速傅里叶变换(FFT),再利用所获得的离散谱中主峰值与次峰值的关系进行频率插值,从而对频偏进行精确估计,大幅减少了运算复杂度。仿真了算法在20 Gbaud 16QAM的单偏振传输系统中的性能,并与梯度下降法(GD)和调频Z变换(CZT)的频偏估计算法进行了对比,仿真结果显示,基于幅度比值的频偏估计算法性能不随被估计信号的频率分布而产生波动,而且与3次迭代的GD算法和CZT算法精度相当,但硬件复杂度降低了约75%。

**关键词** 光通信;载波频率估计;相干检测;数字信号处理;正交幅度调制

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0506007

## Low Complexity Frequency Offset Estimation Algorithm Based on Amplitude Ratio

Feng Jie<sup>1</sup> Xiao Junxiong<sup>1</sup> Han Jilong<sup>1</sup> Li Wei<sup>1</sup> Hu Rong<sup>2</sup> Yang Qi<sup>2</sup> Yu Shaohua<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Wuhan National Laboratory for Optoelectrics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China

<sup>2</sup>State Key Laboratory of Optical Communication Technologies and Networks, Wuhan Research Institute of Post & Telecommunication, Wuhan, Hubei 430074, China

**Abstract** A low complexity frequency offset estimation algorithm based on amplitude ratio is proposed due to the frequency offset between transmitter laser and local oscillator (LO) laser in coherent optical M-ary quadrature amplitude modulation (M-QAM) systems. The proposed algorithm utilizes the relationship between the maximum amplitude and the second largest amplitude of the signal spectrum to estimate the frequency offset accurately, which reduces the computational complexity greatly. A coherent optical 20-Gbaud 16-QAM transmission system with single polarization is simulated to investigate the performance of the proposed estimator with respect to gradient descent(GD) and chirp Z-transform(CZT).The simulation results show that the performance of proposed algorithm does not fluctuate with the distribution of signal frequency and can achieve the very close performance to CZT and GD with three iterations. However, the computational complexity is reduced by over 75% in comparison with algorithms based on CZT and GD with three iterations.

**Key words** optical communications; carrier frequency estimation; coherent detection; digital signal processing; quadrature amplitude modulation

**OCIS codes** 060.2330; 060.4510; 060.1660

## 1 引言

随着光通信系统对数据速率越来越高的需求以及频谱资源的限制,采用数字信号处理与频谱效率高的

收稿日期: 2015-01-09; 收到修改稿日期: 2015-02-09

基金项目: 国家自然科学基金(61177063)、国家973项目(2010CB328305)、武汉邮电科学研究院通信与网络国家重点实验室开放基金

作者简介: 冯 婕(1991—),女,硕士研究生,主要从事光纤通信技术方面的研究。E-mail:846761873@qq.com

导师简介: 李 蔚(1968—),女,博士,教授,主要从事光电子光通信方面的研究。E-mail:weilee@hust.edu.cn(通信联系人)

调制格式:如任意阶正交幅度调制(M-QAM)的相干光检测技术相结合的方法,因为能够以极小的代价在电域补偿由光纤色散、偏振模色散及载波相位噪声等引起的信号失真,而受到人们广泛的关注<sup>[1-4]</sup>。在实际的光纤通信中,由于发射激光器和本振激光器之间存在频率偏差,使接收信号星座旋转,造成极大的误码率。因此,需要在相干接收机中使用性能更好的频偏估计(FOE)算法来恢复光信号<sup>[5-8]</sup>。

目前对于被广泛研究的适用于高阶QAM的FOE算法包括四次方快速傅里叶变换(FFT)算法<sup>[9]</sup>和基于符号相位的FFT算法<sup>[10]</sup>。但是因为FFT算法中存在能量泄漏和栅栏效应,使得这种方法具有很大的误差,并且算法精度在很大程度上依赖于采样长度 $N$ , $N$ 越大算法复杂度就越高。为了提高算法的有效性,Selmi等<sup>[11]</sup>提出两步估计的方案,第一步用较少的采样点数 $N$ 粗略地找出频率估计值,第二步用梯度下降(GD)法找到(逼近)最大值。但是因为GD算法的精度随迭代次数增加而提高,且对系统很多参数敏感,限制了其应用。Leng等<sup>[12]</sup>提出在第二步用调频Z变换(CZT),该方法的性能与3次迭代的GD算法相当,而且能克服GD算法对于系统参数的敏感性,但是依然占用大量的数字信号处理硬件资源,不利于硬件的实现。

为了取得在不改变系统性能的前提下,占用资源更少的效果,本文将已经成功应用于雷达探测、桥梁振动检测以及电子通信技术中对正弦波频率估计的离散傅里叶插值算法(IpDFT)<sup>[13-14]</sup>,引入到相干光通信中对高阶QAM的信号频偏估计算法,即先借助最大谱线与第二大谱线的幅度比值来估计信号的实际频率位置,并且在频率偏差较小时,对算法做了改进。仿真分析了该算法在20 Gband单偏振16QAM系统中的性能,并与GD、CZT算法在频率估计精确度和硬件复杂度方面做了对比。

## 2 算法原理

在不考虑非线性效应、完全补偿色散和偏振模色散的情况下,载波恢复单元第 $n$ 个接收到的信号可以表示为

$$S_n = A_n \exp[j(\theta_{p,n} + 2\pi\Delta f n T_s)] + n_0, \quad (1)$$

式中 $A_n$ 是M-QAM的调制信息是复数形式; $\theta_{p,n}$ 是激光器的相位噪声满足维纳过程,其均值为零,方差为 $\sigma_\theta^2 = 2\pi\Delta\nu T_s$ ,其中 $\Delta\nu$ 与激光器的线宽有关; $\Delta f$ 为本振激光器与发射端激光器的频率偏移; $T_s$ 为符号周期; $n_0$ 为加性噪声。

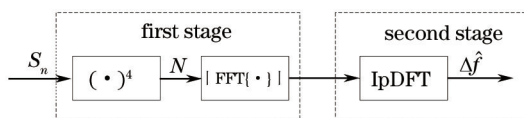


图1 频偏估计原理框图

Fig.1 Schematic diagram of frequency offset estimation

图1为频偏估计原理框图, $\Delta\hat{f}$ 为频偏估计值。第一步利用较少的点 $N$ 对接收到的信号4次幂之后做FFT,找到频谱峰值对应的频率值作为粗估计<sup>[11]</sup>;第二步的IpDFT算法是利用最大谱线及次大谱线的幅度比值得到更精确的频偏值,并且在频偏较小时,对算法做改进。

首先对接收到的信号作4次方运算,可以表示为

$$S_n^4 = A \exp[j2\pi(4\Delta f n T_s + 4\theta_{p,n})] + e_n, \quad (2)$$

对于M-QAM信号(调制阶数大4), $A = E[A_n^4] \neq 0$ 是常数; $e_n$ 是 $A_n^4$ 与其均值 $E[A_n^4]$ 之差,其均值为0,可以视为噪声<sup>[11]</sup>。这样 $S_n^4$ 就可以看做是一个幅值为常数,频率为 $4\Delta f$ ,并且含有均值为0的加性噪声的信号。为了简化理论分析,暂时忽略加性噪声和相位噪声,因此(2)式可改写为

$$S_n^4 = A \exp[j2\pi 4\Delta f n T_s], \quad (3)$$

由(3)式知,4次方后的QAM信号类似于正弦波,但含有噪声,而在进行4次方之前,因为 $A_n$ 是随机调制的符号,其概率平均为0,即 $E[A_n] = 0$ 。对16QAM信号而言, $A_n \in \{\pm 1 \pm j, \pm 1 \pm 3j, \pm 3 \pm j, \pm 3 \pm 3j\}$ ,4次方之后 $A = -68$ , (3)式为正弦波。图2是16QAM信号4次方前后的频谱分布,其中, $\Delta f = 0.5$  GHz,符号率为20 GS/s。可以观察到在 $f = 4\Delta f = 2$  GHz处出现一个明显的最大值,即4次方之后就使得信号中噪声功率下降,并突出了有用信息。而对于非方形的QAM信号,例如32QAM,虽然其4次方之后信号均值也是非零的,但是因为4次方之后的星座点

比较分散, 频谱中的有用信息被噪声淹没, 因此非方形的 QAM 信号不适用于此方法。

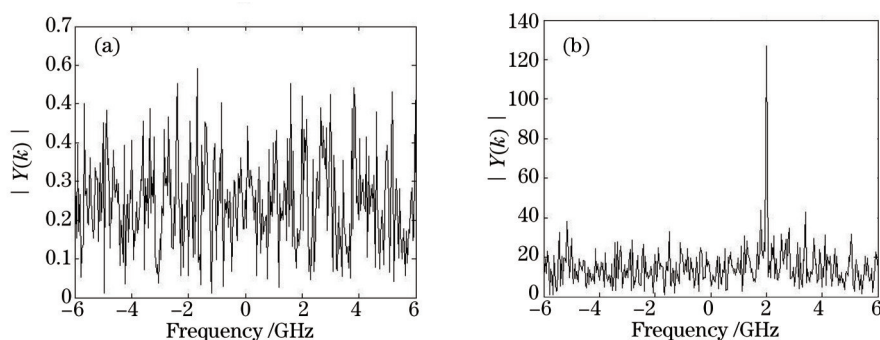


图 2 16QAM 信号(a) 4 次方前频谱和(b)4 次方之后频谱

Fig.2 Spectra of 16QAM signals (a) before biquadrate and (b) after biquadrate

对于有  $N$  个点的序列  $S_n^4$  而言, 计算其 DFT 如下:

$$Y(k) = A \frac{\sin[\pi(4\Delta f/NT_s - k)]}{\sin[\pi(4\Delta f/NT_s - k)/N]} \cdot \exp[j\pi(4\Delta f/NT_s - k)\frac{(N-1)}{N}], k = 0, 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

式中  $Y(k)$  幅度最大值处的离散频率坐标记做  $k_0$ ,  $k_0 = \text{int}[4\Delta f/NT_s]$ ,  $\text{int}[x]$  表示取最接近  $x$  的整数, 于是第一步粗估计出的频偏为  $\Delta\hat{f}_0 = \frac{k_0}{4NT_s}$ 。

但由于 FFT 得到的是离散频率值, 频率的分辨率限制了估计精度, 而估计精度又依赖于采样点数  $N$ , 增大  $N$  就意味着运算量的大大提高。因此为了避免由于 FFT 的栅栏效应引起频谱泄漏, 并且减少运算复杂度, 文献[11]和[12]分别用不同的方法对上述估计出的频偏做了进一步的估计。本文为了提高算法的稳定性, 同时减少硬件的复杂度, 第二步用 IpDFT 算法来校正频偏。

由(4)式知, 对于  $N \gg 4\Delta f/NT_s - k$ , 在幅度最大的  $k_0$  处,  $Y(k)$  的幅度可以近似表示为

$$B_0 = |Y(k_0)| = \frac{NA|\sin(\pi\delta)|}{\pi|\delta|}, \quad (5)$$

式中  $\delta = (4\Delta f - k\Delta f_{\text{res}})/\Delta f_{\text{res}}$  为信号频率与其 DFT 幅度最大处对应频率的相对偏差,  $\Delta f_{\text{res}} = 1/(NT_s)$  表示 DFT 的频率分辨率。在紧邻  $k_0$  的左侧和右侧的两条谱线的幅值分别记为  $B_L$  和  $B_R$ , 对应的频率索引值为  $k_L = k_0 - 1$  或  $k_R = k_0 + 1$ , 令  $B_1 = \max(B_L, B_R)$ , 计算得

$$B_1 = |Y(k_1)| = \frac{NA|\sin(\pi\delta)|}{\pi(1 - |\delta|)}, \quad (6)$$

由(5)和(6)式可得

$$|\delta| = \frac{B_1}{B_1 + B_0}, \quad (7)$$

$\delta$  的符号可根据  $k_1$  的位置而确定, 即

$$\delta = \begin{cases} |\delta|, & |Y(k_0 + 1)| \geq |Y(k_0 - 1)| \\ -|\delta|, & |Y(k_0 + 1)| < |Y(k_0 - 1)| \end{cases} \quad (8)$$

显然, DFT 系数幅度最大值  $B_0$  和次大值  $B_1$  都位于 sinc 函数的主瓣内, 当  $\delta$  接近 0 时,  $B_1$  较小, 与最大谱线另一侧第一旁瓣内的谱线幅度  $B_2$  接近,  $B_2$  的位置是  $k_2 = k_1 \pm 1$ 。通常在没有噪声干扰的情况下始终有  $B_1 > B_2$ , 但是在实际的系统中, 因为噪声一直存在, 导致  $|\delta|$  较小时,  $B_1$  和  $B_2$  非常接近, 会发生  $B_1 < B_2$  的情况, 这时  $\delta$  的符号判断错误, 从而造成插值方向错误带来频率估计  $2\delta\Delta f_{\text{res}}$  的误差。通过多次仿真之后发现当信号频率位于离散傅里叶变换两个相邻量化频率点的中心区域时, 算法精度很高, 而当  $|\delta| < 1/3$  时, 可能出现插值方向错误而带来更大的误差。

下面将对于  $|\delta| < 1/3$  时, 对 IpDFT 算法进行改进。

在 sinc 函数的主瓣, 当  $k$  变化很小时, 频谱值却变化相对较大。于是分别定义  $k_{+0.5} = k_0 + 0.5$  和  $k_{-0.5} = k_0 - 0.5$ ,

利用公式  $Y(f) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_n^4 \exp(-j2\pi fnT_s)$  (其中  $f$  表示连续频率  $f \in [-1/2T_s, 1/2T_s]$ ) 计算出  $Y(k_{+0.5})$  和  $Y(k_{-0.5})$ 。更新  $B_0$  和  $B_1$  :

$$B'_0 = \max(|Y(k_{+0.5})|, |Y(k_{-0.5})|), \quad (9)$$

$$B'_1 = \min(|Y(k_{+0.5})|, |Y(k_{-0.5})|). \quad (10)$$

因为当  $\Delta f$  靠近最大谱线  $\frac{k_0}{4NT_s}$  时,  $Y(k_0 - 1)$  和  $Y(k_0 + 1)$  的幅度较小, 而  $Y(k_{+0.5})$  和  $Y(k_{-0.5})$  的幅度相对较大, 所以它们的抗噪声能力也更大。因此为改善频率估计性能选择用  $|Y(k_{+0.5})|$  和  $|Y(k_{-0.5})|$  进行插值, 此时  $|\delta'|$  是  $B'_0$  的位置偏离实际最大频谱所对应位置的值, 同理可计算得

$$|\delta'| = \frac{B'_1}{B'_1 + B'_0}, \quad (11)$$

于是在  $|\delta| < 1/3$  时,  $\delta$  可由  $|\delta'|$  得到,

$$\delta = \begin{cases} 0.5 - |\delta'|, & |Y(k_0 + 0.5)| \geq |Y(k_0 - 0.5)| \\ |\delta'| - 0.5, & |Y(k_0 + 0.5)| < |Y(k_0 - 0.5)| \end{cases}, \quad (12)$$

最后, 得到频偏估计值  $\Delta\hat{f}$  为

$$\Delta\hat{f} = (k_0 + \delta)\Delta f_{\text{res}}/4. \quad (13)$$

整个算法的具体步骤总结为: 1) 对接收的信号  $S_n$  进行 4 次方运算; 2) 由 FFT 搜索到  $S_n^4$  最大频谱处的频率值  $\Delta f_0 = \frac{k_0}{4NT_s}$ ; 3) 由(5)~(8)式计算  $\delta$ ; 若  $|\delta| > 1/3$ , 频率的估计值可由(13)式得到; 若  $|\delta| < 1/3$ , 计算  $Y(k_{+0.5})$  和  $Y(k_{-0.5})$ , 再通过(9)~(12)得到(13)式频率估计值。

### 3 仿真分析

为了研究所提出频偏估计算法的性能, 搭建了一个 20 Gbaud 的 16QAM 单偏振系统, 对 GD 和 CZT 算法也进行了同等环境下的仿真, 并对三种算法做了对比分析。其中  $M$  点  $N_2$  个符号的 CZT 参数设置为  $M=32$ ,  $N_2 = N - M + 1$ , 在第二步精细搜索时频谱估计的范围为  $[k_0\Delta f_{\text{res}} - 2\Delta f_{\text{res}}, k_0\Delta f_{\text{res}} + 2\Delta f_{\text{res}}]$ , 频谱分辨率与文献[12]中的设置相同, 为  $4\Delta f_{\text{res}}/M$ 。GD 设置为三次迭代, 这样设置的原因是三次迭代的 GD 与 CZT 有着接近的算法复杂度和性能。

由于在原理分析时, 为了简化过程, 忽略了相位噪声和放大自发辐射(ASE)噪声, 所以仿真了不同的线宽条件下的算法性能与信噪比(SNR)的关系。图 3 为在线宽  $L_w$  分别为 0.1、0.5、2 MHz 的情况下, 算法归一化方差(定义为  $E[|\Delta\hat{f}_s - \Delta f_s|^2]$ )与信噪比关系的仿真结果。仿真时, 令符号长度为 1024, 频偏值在  $[-2.4 \text{ GHz}, 2.4 \text{ GHz}]$  范

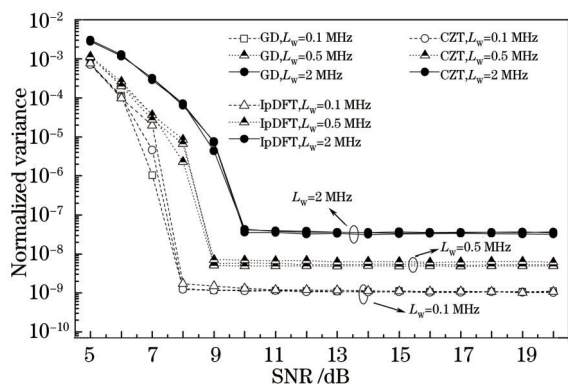


图 3 GD、CZT 与 IpDFT 算法估计值在不同线宽条件下归一化方差与信噪比的关系

Fig.3 Normalized variance of CZT, GD and IpDFT versus SNR with different linewidths

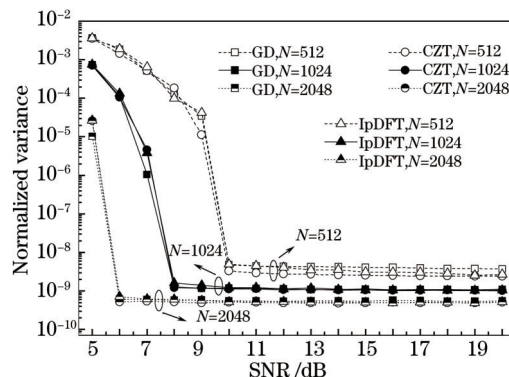


图 4 GD、CZT 与 IpDFT 算法估计值在不同符号长度条件下归一化方差与信噪比的关系

Fig.4 Normalized variance of CZT, GD and IpDFT versus SNR with different  $N$

围内随机取值,且每个信噪比下都进行了 5000 次仿真。从图中可以看到,在线宽为 0.1、0.5、2 MHz 的条件下,三种算法的精度都分别可以达到  $10^{-9}$ 、 $10^{-8}$ 、 $10^{-7}$ 。由此可以得出,在不同线宽条件下,三种算法的性能相当。

图 4 是在不同符号长度的情况下,三种算法精度与信噪比的关系。令线宽为 100 kHz,其他条件不变。从图中可以看到在符号长度  $N$  为 1024 和 2048 的情况下,三种算法的性能也十分接近。在符号长度为 512 的情况下,由于符号数的减少使得 GD 的性能相对于 CZT 而言有轻微的劣化,所提出的算法精度在 CZT 与 GD 的精度之间。

图 5 比较了三种算法归一化方差与频偏的关系。令符号长度为 1024,其他条件不变。从图中可以看出 GD 算法的性能随着频偏的变化出现振荡,这是由于 GD 算法的步长与频率偏移有着选择性,至目前为止都没有一种可以遵循的固定公式来寻找最合适的步长与迭代次数。CZT 和所提出的算法,在整个频率估计范围内都有着较好的稳定性,虽然 CZT 有着固定的计算公式,但是其算法复杂度依然很高,而所提出的算法可以在大量减少运算复杂度的情况下达到和 CZT 所具有的相当的性能。

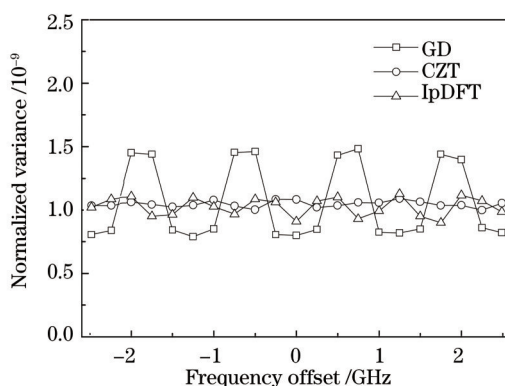


图 5 GD、CZT 与 IpDFT 算法估计值在归一化方差与频偏的关系  
Fig.5 Normalized variance of CZT, GD and IpDFT versus frequency offset  $\Delta f$

#### 4 硬件复杂度分析

在频偏估计中,算法的运算量是决定其能否应用于实际传输系统中的关键,因此硬件复杂度同估计精度一样都是人们研究的重点。对于  $d$  次迭代  $N$  个符号长度的 GD 算法,所需要的实数乘法次数为

$$X_{Mul, GD} = 12dN, \tag{14}$$

对于  $M$  点  $N_2$  个样值的 CZT 算法而言,其实数乘法次数为<sup>[12]</sup>

$$X_{Mul, CZT} = (106/9 + 4/3 \text{lb } N + 2 \text{lb } M) \times N + 14 + (-1)^{\text{lb } N} - 8M, \tag{15}$$

式中  $N = N_2 + M - 1$ 。本文所提出的算法在  $N$  个样点的情况下,所需的乘法次数为

$$X_{Mul, IpDFT} = \begin{cases} 10, & |\delta| > 0.3 \\ 8N + 20, & |\delta| \leq 0.3 \end{cases}, \tag{16}$$

式中一次除法认为需要 10 次乘法<sup>[15]</sup>。

表 1 列出了三种不同的 FOE 算法在第二步中对于实数乘法需求量的对比。从表中可以得到相比于 GD 和 CZT,本文所提出的算法运算复杂度在运算量最大的情况下也不到 GD 和 CZT 运算复杂度的四分之一,而在  $|\delta|$  较大时,算法复杂度甚至可以忽略不计。由此可见,所提出算法可以大幅降低运算复杂度。

表 1 不同 FOE 算法硬件复杂度对比

Table 1 Comparison of the hardware complexities for different FOE algorithms

$N$	$X_{Mul, GD} (d=3)$	$X_{Mul, CZT}$	$X_{Mul, IpDFT}$
512	18432	10752	4098
1024	36864	35713	8196
2048	73728	74395	16386

#### 5 结 论

提出了一种基于幅度比值的 FOE 算法,并通过仿真研究了该算法在 20 Gbaud 16QAM 系统中的性能。

对比分析了基于 IpDFT、GD 和 CZT 三种不同的频偏估计算法的频率估计精确度和硬件复杂度。仿真结果显示,提出的基于幅度比值的频偏估计算法能获得与 CZT 和三次迭代的 GD 相当的估计精度,但是算法的复杂度却降低了约 75%。算法在低硬件复杂度情况下,可实现高的频率估计性能,在未来高速相干光通信领域具有重要的应用价值。

## 参 考 文 献

- 1 E Ip, A P T Lau, D J F Barros, *et al.*. Coherent detection in optical fiber systems[J]. Opt Express, 2008, 16(2): 735–791.
- 2 Xu Wei, Duan Gaoyan, Fang Guangqing, *et al.*. Analysis of polarization mode dispersion compensation performance for different modulation formats[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(2): 226–232.  
许 玮,段高燕,方光青,等.不同调制格式的偏振模色散补偿性能分析[J].光学学报,2008,28(2):226–232.
- 3 Zhang Junwen, Shao Yufeng, Fang Wuliang, *et al.*. Research of single carrier frequency domain equalization based on single-sideband modulation[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(7): 1971–1976.  
张俊文,邵宇丰,方武良,等.基于单边带调制单载波频域均衡技术的研究[J].光学学报,2010,30(7):1971–1976.
- 4 Qiao Yaojun, Du Xiao, Ji Yuefeng. Phase estimation method in optical QPSK transmission system[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(5): 1229–1233.  
乔耀军,杜 晓,纪越峰.光四相移键控传输系统中的相位估计算法研究[J].光学学报,2010,30(5):1229–1233.
- 5 T Pfau, S Hoffmann, R Noé. Hardware-efficient coherent digital receiver concept with feed forward carrier recovery for M-QAM constellations[J]. J Lightwave Technol, 2009, 27(8): 989–999.
- 6 M Li, L K Chen. Blind carrier frequency offset estimation based on eight-order statistics for coherent optical QAM systems[J]. IEEE Photon Technol Lett, 2011, 23(21): 1612–1614.
- 7 I Fatadin, S J Savory. Compensation of frequency offset for 16-QAM optical coherent systems using QPSK partitioning[J]. IEEE Photon Technol Lett, 2011, 23(17): 1246–1248.
- 8 Y Cao, S Yu, Y Chen, *et al.*. Modified frequency and phase estimation for M-QAM optical coherent detection[C]. ECOC, 2010: 1–3.
- 9 S Zhang, L Xu, J Yu, *et al.*. Dual-stage cascaded frequency offset estimation for digital coherent receivers[J]. IEEE Photon Technol Lett, 2010, 22(6): 401–403.
- 10 Cao Yinwen, Yu Song, Shen Jing, *et al.*. Frequency estimation for optical coherent MPSK system without removing modulated data phase[J]. IEEE Photon Technol Lett, 2010, 22(10): 691–693.
- 11 M Selmi, Y Jaouen, P Ciblat. Accurate digital frequency offset estimator for coherent PolMux QAM transmission systems[C]. ECOC, 2009: 1–2.
- 12 Haijun Leng, Yu Song, Li Xin, *et al.*. Frequency offset estimation for optical coherent M-QAM detection using chirp Z-transform[J]. IEEE Photon Technol Lett, 2012, 24(9): 787–789.
- 13 D C Rife, R R Boorstyn. Multiple tone parameter estimation from discrete-time observations[J]. Bell Syst Tech J, 1976, 55(9): 1389–1410.
- 14 Liu Yu. A fast and accurate single frequency estimator synthetic approach[J]. Acta Electronica Sinica, 1999, 27(6):126–128.  
刘 瑜.快速高精度正弦波频率估计综合法[J].电子学报,1999,27(6):126–128.
- 15 S F Anderson, J G Earle, R E Goldschmidt, *et al.*. The IBM system/360 model 91: Floating-point execution unit[J]. IBM Journal of Research and Development, 1967, 11(1): 34–53

栏目编辑: 王晓琰