

# 光纤量子信道的波分复用偏振补偿策略仿真研究

王 剑 朱 勇 周 华 苏 洋 张 志 永

解放军理工大学通信工程学院, 江苏 南京 210007

**摘要** 给出了由于偏振演化引起的偏向角与量子误码率(QBER)关系, 仿真了不同波长的单参考光和同一偏振态(SOP)的双参考光在不同距离上对单 SOP 的信号光进行补偿时的偏向角分布, 对于偏振编码的量子密钥分发(QKD)系统, 提出了使用 SOPs 非正交的双参考光并通过在庞加莱球上跟踪双参考光的中间 SOP 对光量子进行偏振补偿的具体策略, 最后仿真验证了该策略的可行性。

**关键字** 光通信; 波分复用偏振补偿; 偏向角; 量子密钥分发; 量子误码率

中图分类号 TN929.11 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0506003

## Simulation Research on Strategy for Wavelength Division Multiplexing-Based Compensating Photon Polarization in Optical Fibers

Wang Jian Zhu Yong Zhou Hua Su Yang Zhang Zhiyong

*Institute of Communications Engineering, PLA University of Science and Technology,  
Nanjing, Jiangsu 210007, China*

**Abstract** A relation between deviation angle, caused by state of polarization (SOP) evolution, and quantum bit error rate (QBER) is presented. The distribution of deviation angle for single SOP traveling several distances compensated by one reference signal of different wavelengths and two reference signals of the same SOP is simulated. A strategy which compensates photon polarization by using two reference lights of non-orthogonal SOPs and tracking the middle SOP of them in the Poincaré sphere for quantum key distribution (QKD) system is presented and simulated to be feasible.

**Key words** optical communications; wavelength division multiplexing-based polarization compensation; deviation angle; quantum key distribution; quantum bit error rate

**OCIS codes** 060.4510; 260.5430; 060.2420; 270.5565

### 1 引 言

光子在光纤中传播时其偏振态(SOP)将受信道偏振模色散(PMD)以及外界环境(温度、应力等)影响<sup>[1-2]</sup>, 基于光子偏振特性进行编码的量子密钥分发(QKD)系统需要进行偏振补偿<sup>[3-6]</sup>。波分复用(WDM)偏振补偿是一种有效的实时补偿方案, 这种方案的优点是检测速度快<sup>[7]</sup>, 补偿响应时间小于 10 ms<sup>[8]</sup>, 能够对 40  $\pi$ rad/s 的偏振扰动有效补偿<sup>[9]</sup>, 缺点是参考光与信号光的波长不同, 经过光纤传播后其 SOP 演化也不同, 会造成与波长相关的偏振补偿残差<sup>[10-11]</sup>。1997 年 Townsend 等<sup>[12]</sup>在一根光纤中测试了复用两个波长实现 QKD 实验的可能性, 2008 年和 2009 年 Xavier 等<sup>[18-9]</sup>利用 WDM 技术复用两个位于信号光波长两侧相等间隔的非正交参考光, 两次完成了实时偏振补偿的演示, 2011 年 Muga 等<sup>[13]</sup>利用频率自相关函数估算了 WDM 偏振补偿时不同 PMD 系数以及传输距离下的量子误码率(QBER)。

收稿日期: 2014-12-04; 收到修改稿日期: 2015-01-06

基金项目: 江苏省自然科学基金(BK2012508)、解放军理工大学预研基金

作者简介: 王 剑(1989—), 男, 硕士研究生, 主要从事量子密钥分发系统中偏振补偿技术方面的研究。

E-mail: wj198907@126.com

导师简介: 朱 勇(1971—), 男, 教授, 硕士生导师, 主要从事光信息技术方面的研究。E-mail: jlzhu@163.com

由于WDM偏振补偿方案需要系统考虑参考光的波长和数目、初始SOP的安排以及SOP跟踪方法等策略性问题,本文对单组基(同波长的相互正交的两个SOPs)的偏振补偿策略进行仿真研究,以寻找最优的参考光波长和数目;在此基础上,分析提出了偏振编码的量子密钥分发系统(使用非正交的两组基)的WDM偏振补偿策略,然后仿真验证了该策略的可行性。

## 2 仿真研究的理论基础

### 2.1 偏向角引起的QBER

将SOP改变引起的量子误码率定义为 $R_{QBE}$ 。对于光波的每一SOP,可以用庞加莱球上的点一一对应地表示<sup>[14-15]</sup>,偏向角就是指庞加莱球上表示实际SOP的点与目标SOP的点间的弧长与半径之比<sup>[8]</sup>,也就是光子到达量子检测器之前的SOP和初始SOP的斯托克斯矢量夹角。在图1的庞加莱球中,单位光强的任意完全偏振光 $M$ 入射任意SOP为 $N$ 的检偏器后光强等于 $\cos^2(\theta/2)$ ,其中 $\theta$ 为连接庞加莱球上 $N$ 和 $M$ 两点弧长<sup>[16]</sup>,将 $N$ 看为初始SOP, $M$ 即为改变后的SOP, $\theta$ 即为偏向角,对于光子,则以 $\cos^2(\theta/2)$ 的概率通过检偏器,所以 $R_{QBE}$ 与偏向角关系为

$$R_{QBE} = 1 - \cos^2(\theta/2), 0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ. \quad (1)$$

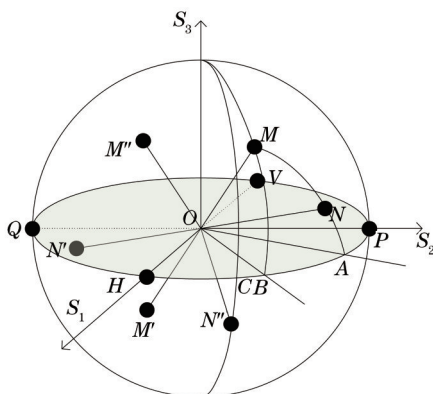


图1 庞加莱球表示偏振态

Fig.1 SOP in Poincaré sphere

对于两个正交SOPs,如图1庞加莱球中的 $N$ 和 $N'$ ,其中一个SOP的偏向角 $\theta$ ,另一个正交SOP的偏向角 $\theta' = \theta$ 。对于BB84协议的两组共轭基,知道了一组基的偏向角 $\theta$ ,另一组基的偏向角 $\theta' \neq \theta$ ,无法确定。一般情况下,由于偏振演化的随机性,偏向角不是一个固定值,如果知道两组基偏向角的概率密度函数 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ ( $x$ 为偏向角),根据(1)式,对于QKD系统则有

$$R_{QBE} = \int_0^{180} \sin^2(x/2) \cdot \frac{f_1(x) + f_2(x)}{2} dx. \quad (2)$$

### 2.2 双折射光纤模型

光纤量子通信多采用单模光纤,它是一种复杂的双折射介质,它可以看作 $n$ 段短光纤的级联,短光纤段长度分布满足方差为均值0.2的高斯分布<sup>[17]</sup>,各段光纤内双折射大小相等方向固定,相邻光纤段链接处双折射方向不相关的随机改变,总体在 $(0, 2\pi)$ 内满足均匀分布<sup>[18]</sup>,它的琼斯矩阵可以写为<sup>[19]</sup>

$$T(\omega) = \prod_{n=1}^N B_n(\omega) R(\theta_n) = \prod_{n=1}^N \begin{bmatrix} \exp[j(\sqrt{3\pi/8} bw \sqrt{h_n}/2 + \varphi_n)] & 0 \\ 0 & \exp[-j(\sqrt{3\pi/8} bw \sqrt{h_n}/2 + \varphi_n)] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \theta_n & \sin \theta_n \\ -\sin \theta_n & \cos \theta_n \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中 $j$ 代表虚数单位, $h_n$ 是第 $n$ 段光纤长度, $b$ 是PMD系数,根据ITU-T标准<sup>[20]</sup>,单模光纤的PMD系数不大于 $0.2 \text{ ps/km}^{1/2}$ ,为不失研究的一般性,后文的仿真大都将 $b$ 取该最大值, $\omega$ 是角频率, $\theta_n$ 是两小段光纤主轴的夹角, $\varphi_n$ 是由温度环境等引起的相位变化,在 $(0, 2\pi)$ 内满足均匀分布。

## 3 单组基的WDM偏振补偿仿真

光纤中SOP演化是和波长相关的,由于是分析波长不同带来的补偿残差,所以用光波代替光子作为信

号光,这样就可以知道演化后在参考光得到补偿时信号光的偏向角。在单组基的情况下,对在同一距离上使用不同波长的单参考光作偏振补偿时信号光的偏向角分布进行仿真,以寻找最优的参考光波长;然后仿真比较双参考光和单参考光在不同距离上的偏振补偿性能,以寻找最优的参考光数目。

### 3.1 单参考光 WDM 偏振补偿偏向角仿真

为增加相关性,单参考光 WDM 偏振补偿时,参考光与信号光的初始 SOPs 相同。根据 2.1 节的结论,参考光的初始 SOP 可以选择相互正交的两个初始 SOPs 中的一个,跟踪方法是将参考光的最终 SOP 补偿回初始 SOP。经过光纤演化,参考光与信号光 SOPs 分别变为  $R = T(\omega + \Delta\omega)[1\ 0]^T$  和  $S = T(\omega)[1\ 0]^T$ , 其中  $T$  为(3)式中的光纤琼斯矩阵,对于相位差固定、方位角可变的电动偏振控制器(EPC)<sup>[21]</sup>,方位角与波长无关,所以在参考光被补偿前后,参考光与信号光的斯托克斯矢量夹角没有变,参考光被完全补偿后,信号光的偏向角大小等于  $R$  和  $S$  的夹角。仿真中,(3)式中的  $h_n$  均值满足  $0.2\text{ km}^{[18]}$ ,  $b$  取  $0.2\text{ ps/km}^{[2]}$ 。由于光纤中 SOP 的随机变化满足瑞利分布<sup>[22]</sup>,不同波长、同 SOP 的光波经过光纤演化后斯托克斯矢量夹角也服从瑞利分布,所以单参考光偏振补偿时信号光的偏向角分布满足均值为  $\bar{\theta}$ , 方差为  $\frac{4-\pi}{2}\left(\frac{\bar{\theta}}{\sqrt{\pi/2}}\right)^2$  的瑞利分布,概率密度函数可表示为

$$f(\theta) = \frac{\theta}{\left(\bar{\theta}/\sqrt{\pi/2}\right)^2} \exp\left[-\frac{\theta^2}{2\left(\bar{\theta}/\sqrt{\pi/2}\right)^2}\right], \theta \geq 0. \quad (4)$$

不同波长间隔、不同光纤长度偏向角统计结果以及瑞利分布拟合结果见图 2。考虑到 WDM 标准的波道间隔,仿真的波长是  $0.8\text{ nm}$  的倍数。

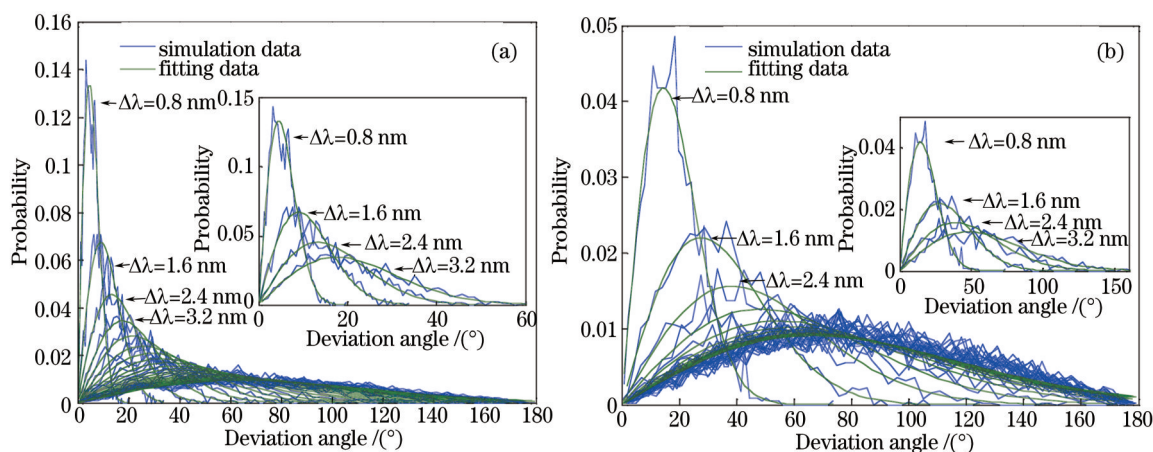


图 2 PMD 系数为  $0.2\text{ ps/km}^{[2]}$  时偏向角的统计结果。(a) 光纤长度  $L=1\text{ km}$ ; (b) 光纤长度  $L=10\text{ km}$

Fig.2 Statistical results of deviation angle at the PMD coefficient of  $0.2\text{ ps/km}^{[2]}$ . (a) Fiber length is  $1\text{ km}$ ; (b) fiber length is  $10\text{ km}$

从图 2 可以看出,偏向角的分布符合(4)式的瑞利分布,在传输距离一定时,总的变化趋势是波长间隔越大,偏向角分布越分散,越不利于补偿。所以,参考光与信号光的波长尽可能靠近,适合当前 WDM 标准的最优波长是位于信号光两侧同等间隔  $0.8\text{ nm}$  的两个。

### 3.2 双参考光同 SOP 时 WDM 偏振补偿偏向角仿真

根据单参考光的仿真结果,双参考光一般选用位于信号光两侧同等间隔  $0.8\text{ nm}$  的两个最优波长。为简便起见,与单参考光的情形类似,双参考光补偿时参考光的初始 SOP 固定与信号光的其中一个初始 SOP 相同。对于实际的光纤信道,由于  $T(\omega - \Delta\omega)S \neq T(\omega + \Delta\omega)S$ , 偏振补偿不能做到  $ET(\omega - \Delta\omega)S = ET(\omega + \Delta\omega)S$ , 其中  $E$  为 EPC 作用矩阵,  $T$  为(3)式中光纤琼斯矩阵,  $S$  表示偏振光的琼斯矩阵。为了使  $ET(\omega)S$  趋近于  $S$ , 如图 3(a)庞加莱球上,本文提出的跟踪方法为将两个参考光最终 SOPs 的中间 SOP 即  $R'$  补偿回初始偏振态  $H$ , 若此时信号光偏振态为  $S'$ , 则  $S'$  与  $H$  的夹角为偏向角。

采用以上策略,不同光纤长度下信号光的偏向角分布见图 3(b), 图中实线为双参考光偏振补偿时的结果,虚线为单参考光偏振补偿时的结果。

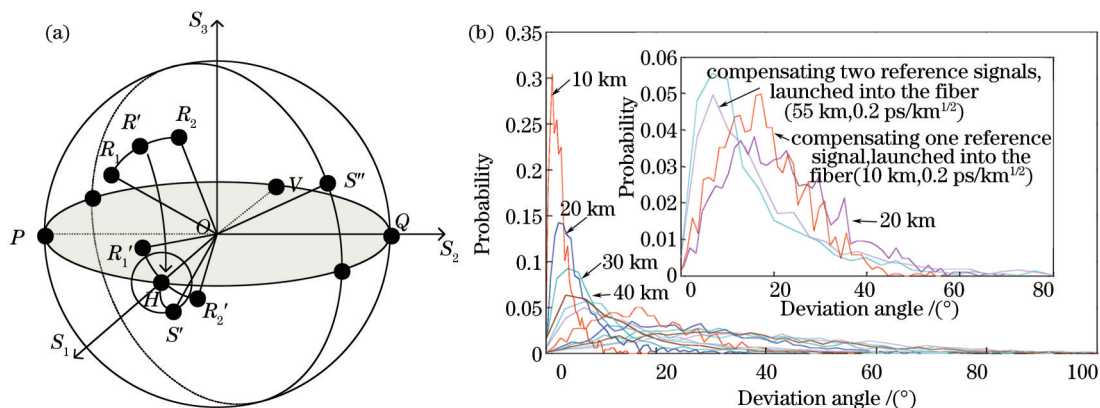


图 3 (a) 庞加莱球上偏振态补偿示意图; (b) 不同传输距离的偏向角分布

Fig.3 (a) Sketch map of the polarization compensation in Poincaré sphere; (b) distribution of deviation angle at several distances

从图 3(b)中可以看出,双参考光偏振补偿明显优于单参考光偏振补偿,尤其是,前者在 55 km 距离上的偏向角分布仍优于后者在 10 km 上的数据。可以考虑继续增加参考光的数目,并安排与信号光间隔 1.6 nm 以上的波长,但从图 2 可以看出,由于波长上的相关性快速减弱,由增加的参考光带来的改善将会很小,而且也会继续增加系统的复杂性。所以,针对单组基,采用位于信号光两侧同等间隔 0.8 nm 的双参考光作偏振补偿是最优的。

## 4 QKD 系统的 WDM 偏振补偿策略仿真

### 4.1 QKD 系统的偏振补偿策略

偏振编码的 QKD 系统要求至少有两个非正交的 SOPs<sup>[3,5,10]</sup>,例如 0° 和 45° 线 SOPs。BB84 协议使用非正交的两组基,根据 2.1 节的结论,如图 3(a)庞加莱球上,当仅对一组基补偿时,被补偿后信号光 SOP(初始为 0°)记为 S', 与之非正交 SOP(初始为 45°)的 S'' 则在以 OS 为法向量的平面与球面相交的圆上无法确定,所以至少需要两个参考光分别对两组基进行偏振补偿。

根据第 3 节的结果,一种较好的波长和初始 SOP 的补偿策略是:两个参考光分别位于信号光两侧 0.8 nm 处,两者的初始 SOPs 分别与两组基各自相互正交的两个初始 SOPs 中的一个相同,这样两个参考光的初始 SOPs 也是非正交的,例如 0° 和 45° 线 SOPs。对于跟踪方法,与 3.2 节类似,本文提出跟踪双参考光的中间 SOP 的方法,如图 4(a)庞加莱球上,双参考光初始中间 SOP 为 R, 经过光纤演化后为 R', 补偿时需要将两参考光补偿到初始 SOPs 所在大圆上,再将 R' 补偿回 R。

可以考虑再增加两个波长位于信号光两侧同等间隔 1.6 nm 的参考光,分别与前述两个参考光对两组基

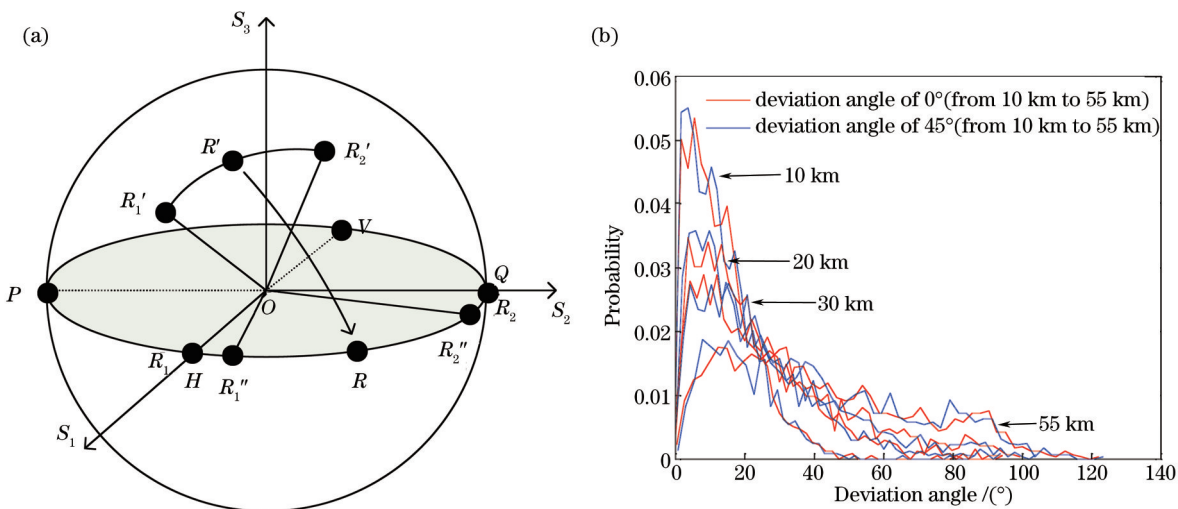


图 4 (a) 双参考光初始 SOPs 非正交偏振补偿策略图; (b) 偏向角统计结果

Fig.4 (a) Strategy maps of compensating two non-orthogonal SOPs; (b) statistics of the deviation angle

各自作双参考光补偿,但是考虑补偿系统的复杂度翻倍,这里不再做进一步讨论。

### 4.2 偏向角仿真结果及 QBER 分析

使用 4.1 节的补偿策略,在 PMD 系数为  $0.2 \text{ ps/km}^{1/2}$ , 光纤长度分别为 10、20、30、55 km 时,用两个波长位于信号光两侧同等间隔 0.8 nm 的参考光进行补偿时,仿真得到信号光两组基 ( $0^\circ$  和  $45^\circ$  线 SOPs) 的偏向角分布如图 4(b)。

从图 4(b)中可以看出,两组基的偏向角分布相同且相对于图 3(b)用两个参考光补偿单组基的偏向角分布较为分散。为了进一步验证 4.1 节策略的可行性,在 Xavier 等<sup>[8-9]</sup>的实验环境下,即在 PMD 系数为  $0.07 \text{ ps/km}^{1/2}$  时,再次仿真,用得到的偏向角分布计算的  $R_{\text{QBE}}$  见表(1)。

表 1 PMD 系数为  $0.07 \text{ ps/km}^{1/2}$  时不同传输距离下的  $R_{\text{QBE}}$

Table 1  $R_{\text{QBE}}$  at different fiber lengths when PMD coefficient is  $0.07 \text{ ps/km}^{1/2}$

Fiber length /km	16	20	25	30	35	40	45	50
$R_{\text{QBE}} /\%$	0.37	0.49	0.56	0.69	0.82	1.00	1.11	1.29

对表(1)中的数据进行拟合,得出  $R_{\text{QBE}}$  随距离的关系:

$$R_{\text{QBE}} = 0.003147 \times x^{1.498} + 0.1821, \quad (5)$$

式中  $x$  为距离,单位为 km。仿真数据以及(5)式拟合曲线见图 5。

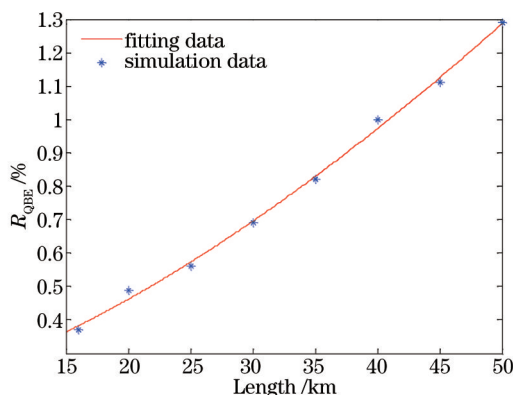


图 5  $R_{\text{QBE}}$  的仿真数据以及拟合曲线

Fig.5 Simulation data and fitted curve of  $R_{\text{QBE}}$

从图 5 中可以看出,在传输 16 km 时,  $R_{\text{QBE}} = 0.37\%$ , 优于 Xavier 等的实验结果 0.50%。

## 5 结 论

利用光纤琼斯矩阵仿真研究了用相位差固定、方位角可调的 EPC 进行不同策略的 WDM 偏振补偿偏向角分布,结果表明:对单组基,采用位于信号光两侧同等间隔 0.8 nm 的双参考光做偏振补偿是最优的;对于采用偏振编码的 QKD 系统,使用 SOPs 非正交的双参考光并通过在庞加莱球上跟踪双参考光的中间 SOP 对光量子进行偏振补偿的策略是可行的。在具体实现时,执行该策略的 WDM 偏振补偿方案是否会给 QKD 系统带来安全漏洞,还有待于进一步研究分析。

### 参 考 文 献

- 1 Nicolas Gisin, Gregoire Ribordy, Wolfgang Tittel, *et al.*. Quantum cryptography[J]. Reviews of Modern Physics, 2002, 74(1): 145-190.
- 2 Ma Ruilin. Quantum Cryptography Communication[M]. Beijing: Science Press, 2006: 41-42.  
马瑞霖. 量子密码通信[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 41-42.
- 3 Nelson J. Muga, Álvaro J. Almeida, Mário F. Ferreira, *et al.*. Optimization of polarization control schemes for QKD systems[C]. SPIE, 2011, 8001: 80013N.
- 4 Wu Guang. Long-Distance Quantum Key Distribution System[D]. Shanghai: East China Normal University, 2007: 62-73.  
吴 光. 长距离量子密钥分发系统[D]. 上海: 华东师范大学, 2007: 62-73.

- 5 Peng C Z, Zhang J, Yang D, *et al.*. Experimental long-distance decoy-state quantum key distribution based on polarization encoding [J]. *Phys. Rev. Lett*, 2007, 98(1): 010505
- 6 J Chen, G Wu, Y Li, *et al.*. Active polarization stabilization in optical fibers suitable for quantum key distribution[J]. 2007, 15(26): 17928–17936.
- 7 Wang Jian, Zhu Yong, Zhou Hua, *et al.*. Several kinds of polarization compensation techniques of optical fiber quantum key distribution system[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(9): 090603.  
王 剑, 朱 勇, 周 华, 等. 光纤量子密钥分发系统的几种偏振补偿技术[J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(9): 090603.
- 8 G. B. Xavier, G.Vilelade Faria, G.P.Temporao, *et al.*. Full polarization control for fiber optical quantum communication systems using polarization encoding[J]. *Opt Express*, 2008, 16(3): 1867–1873.
- 9 G. B. Xavier, N Walenta, G Vilela Faria, *et al.*. Experimental polarization encoded quantum key distribution over optical fibres with real-time continuous birefringence compensation[J]. *New J Phys*, 2009, 11(4): 045015.
- 10 J Chen, G Wu, L Xu, *et al.*. Stable quantum key distribution with active polarization control based on time-division multiplexing[J]. *New Journal of Physics*, 2009, 11(6): 065004.
- 11 Magnus Karlsson, Jonas Brentel, Peter A. Andrekson. Long-term measurement of PMD and polarization drift in installed fibers[J]. *J Lightwave Technol*, 2000, 18(7): 941–951.
- 12 Townsend P. Simultaneous quantum cryptographic key distribution and conventional data transmission over installed fiber using wavelength-division multiplexing[J]. *Electron Lett*, 1997, 33(3): 188–190.
- 13 Nelson J Muga, Mário F S Ferreira, Armando N Pinto. QBER estimation in QKD systems with polarization encoding[J]. *J Lightwave Technol*, 2011, 29(3): 355–361.
- 14 Jiang Yuesong, Zhang Xingang, Ou Jun, *et al.*. Poincare sphere representation for vector vortex Bessel-Gauss beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(12): 1226001.  
江月松, 张新岗, 欧 军, 等. 矢量涡旋贝塞尔-高斯光束的庞加莱球表示法[J]. *光学学报*, 2013, 33(12): 1226001.
- 15 Wang Zhengping, Yu Long. Expressions of totally polarized light employing circular and elliptical basic vectors and methods of locus plotting of optical vectors[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(5): 0526001.  
王政平, 余 龙. 完全偏振光在圆/椭圆基矢下的表征及其光矢轨迹做图法[J]. *光学学报*, 2013, 33(5): 1226001.
- 16 Wei Guanghui. *Matrix Optics*[M]. Beijing: The Publishing House of Ordnance Industry, 1995: 153–159.  
魏光辉. *矩阵光学*[M]. 北京: 兵器工业出版社, 1995: 153–159.
- 17 Yang Aiyong, Wu Deming, Xu Anshi. A simulation model for polarization mode dispersion in long single mode fibers[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2003, 32(12): 1461–1463.
- 18 Cai Ju, Xu Ming, Yang Xianglin. Analysis of statistical characteristics of first- and second-order polarization mode dispersion[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, 23(2): 170–175.  
蔡 炬, 徐 铭, 杨祥林. 单模光纤偏振模色散统计特性的分析[J]. *光学学报*, 2003, 23(2): 170–175.
- 19 A O Dal Forno, A Paradisi, R Passy, *et al.*. Experimental and theoretical modeling of polarization-mode dispersion in single-mode fibers[J]. *Photon Technol Lett*, 2000, 12(3): 296–298.
- 20 ITU. Recommendation ITU-T G.652. Characteristics of a Single-Mode Optical Fiber and Cable[S]. ITU, 2009.
- 21 Zhang Xiaoguang, Duan Gaoyan, Xi Lixia. Research on least number of degrees of freedom for transformation among arbitrary state of polarizations[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(5): 1173–1176.  
张晓光, 段高燕, 席丽霞. 偏振控制器完成任意偏振态变化的最小自由度研究[J]. *光学学报*, 2009, 29(5): 1173–1176.
- 22 Zhang Xiaoguang. Progress of polarization control technologies in high speed optical fiber communications[J]. *Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications*, 2011, 34(1): 1–10.  
张晓光. 高速光纤通信中的偏振控制技术[J]. *北京邮电大学学报*, 2011, 34(1): 1–10.

栏目编辑: 王晓琰