

# 同步移相干涉仪中的延迟阵列移相特性研究

郑东晖<sup>1</sup> 陈磊<sup>1</sup> 李博<sup>2</sup> 李金鹏<sup>1</sup> 乌兰图雅<sup>1</sup>

<sup>1</sup>南京理工大学电光学院, 江苏南京 210094

<sup>2</sup>中国科学院国家天文台南京天文光学技术研究所, 江苏南京 210042

**摘要** 为了研究同步移相干涉仪中延迟阵列的移相特性, 采用琼斯矢量和琼斯矩阵作为偏振光和偏振光传递的参数和模型, 分析推导了延迟阵列的移相量与快轴方位角误差之间的传递关系, 给出了误差传递函数公式, 在没有精确校准延迟阵列快轴方位角的情况下, 搭建了基于延迟阵列移相的测量装置, 利用该装置和Zygo GPI XP型干涉仪测量同一块球面镜, 测量波面均方根值相差  $0.003\lambda$ , 峰谷值相差  $0.033\lambda$ 。讨论了延迟阵列方位角误差容限和延迟量误差、偏振片透光轴方位角误差对测量结果的影响。

**关键词** 测量; 光学测量; 干涉; 同步移相; 延迟阵列

**中图分类号** O436      **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201535.0412004

## Research on Phase-Shifting Characteristic of Retarder Array in Simultaneous Phase-Shifting Interferometer

Zheng Donghui<sup>1</sup> Chen Lei<sup>1</sup> Li Bo<sup>2</sup> Li Jinpeng<sup>1</sup> Wulan Tuya<sup>1</sup>

<sup>1</sup>School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology,  
Nanjing, Jiangsu 210094, China

<sup>2</sup>Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Nanjing, Jiangsu 210042, China

**Abstract** To study the phase-shifting characteristic of retarder array in simultaneous phase-shifting interferometry, the relationship between phase shift and fast-axis azimuth error is deduced through Jones vector and Jones matrix, and the error propagation formula is given. A spherical mirror is measured by simultaneous phase-shifting interferometer based on retarder array without calibrating fast-axis azimuth accurately and Zygo GPI XP interferometer, the difference of root-mean-square and peak-to-valley are  $0.003\lambda$  and  $0.033\lambda$  respectively. The influence of azimuth error tolerance and phase shift error of retarder array and optical axis azimuth error of polarizer is discussed.

**Key words** measurement; optical measurement; interferometry; simultaneous phase-shifting; retarder array

**OCIS codes** 120.2650; 120.5050; 260.3610; 260.5430

## 1 引言

延迟片(波片)作为一种常用的偏振器件, 结构简单, 在偏振干涉测量、偏振特性测量、生物医学等领域得到了广泛的应用<sup>[1-7]</sup>。基于偏振干涉原理的同步移相干涉测试技术, 是近年来国内外学者的研究热点<sup>[8-11]</sup>。相比于时间移相干涉测试技术, 它能够在同一时间、不同空间位置获得多幅移相干涉图, 有效地抑制了振动、空气扰动等时变因素的影响。Yoneyama 等<sup>[10]</sup>实现了基于微延迟阵列的同步移相方案; Hettwer 等<sup>[11]</sup>使用一维光栅分光、 $1/4$  波片引入移相, 实现同步移相测量; Kolopoulos<sup>[12]</sup>通过  $1/4$  波片与偏振分光棱镜, 在多幅干

---

收稿日期: 2014-10-12; 收到修改稿日期: 2014-12-12

基金项目: 国家自然科学基金(61108041,U1231111)

作者简介: 郑东晖(1989—), 男, 博士研究生, 主要从事光干涉测量方面的研究。E-mail: zdonghui\_njust@163.com

导师简介: 陈磊(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事光学计量测试与光电智能化仪器等方面的研究。

E-mail: chenlei@mail.njust.edu.cn (通信联系人)

涉图之间引入不同的移相量,采用多个CCD采集实现动态测量;Hettwer等<sup>[11]</sup>采用衍射光栅,通过两片快轴方位正交的1/4波片,在3幅干涉图中引入 $-\pi/2$ 、0和 $\pi/2$ 的移相量,实现动态测量。相关的文献误差分析<sup>[13-17]</sup>已经表明,在同步移相干涉测试系统中,由移相器件以外的偏振器件加工或放置误差对测量结果的影响微乎其微,而最主要的误差源就是作为移相器的偏振器件,这些文献中采用的移相器件为偏振片,其透振方向角误差和移相量误差之间有着1:2的数量关系,钱克矛等<sup>[15-16]</sup>采用龙基相位光栅分光,通过偏振片组在四幅干涉图中引入不同的移相量实现波面的动态测量,并且分析了偏振器件的方位角误差对相位测量结果产生的影响;左芬等<sup>[14,17]</sup>利用二维光栅,选取出 $(\pm 1, \pm 1)$ 级衍射光,通过偏振片组同时获得4幅移相步长为 $\pi/2$ 的干涉图,按照四步移相算法,对被测波面进行复原,并且分析了偏振片组的方位角误差对移相误差的影响。延迟片对不同线偏振光分量产生相位延迟基于其材料的各向异性,因此有必要对其快轴方位角和相位延迟量进行研究。本文研究同步移相干涉仪中延迟阵列的移相特性,分析了延迟阵列的移相量与快轴方位角误差以及延迟量之间的关系,并搭建了实验装置,得到了相应的实验数据,恢复了待测球面镜的位相分布。

## 2 原理

### 2.1 基于延迟阵列移相的动态干涉测试系统原理

如图1所示,偏振方向相互正交的两支光束经过二维位相光栅衍射分光,利用小孔光阑滤取出 $(\pm 1, \pm 1)$ 四支衍射效率一致的级次,分别经过偏振片和延迟阵列的四个子延迟片,即可采集四幅移相量与延迟量一致的移相干涉图。其中偏振片透振方向与水平方向夹角为 $45^\circ$ ,延迟阵列四个子延迟片快轴方向一致,均沿水平方向,延迟量依次为 $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ ;对应的四幅干涉图的移相量为 $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ ,根据四步移相算法即可恢复相位,求得待测件面形偏差。

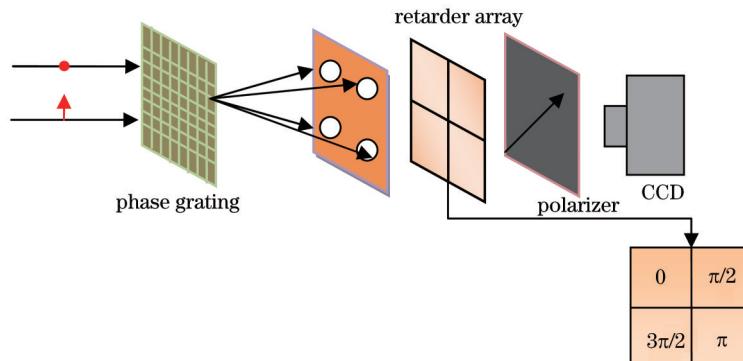


图1 基于延迟阵列移相的动态干涉仪

Fig.1 Simultaneous phase-shifting interferometer based on retarder array

### 2.2 延迟片的移相量与快轴方位角关系分析

一束偏振方向与水平方向成 $45^\circ$ 角的线偏振光经过任意延迟片后,其出射光矢量为<sup>[18]</sup>

$$\mathbf{E} = G_w(\alpha, \delta) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{cases} \cos^2 \alpha + \exp(i\delta) \sin^2 \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha [1 - \exp(i\delta)] \\ \exp(i\delta) \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha [1 - \exp(i\delta)] \end{cases}, \quad (1)$$

式中 $\alpha$ 为延迟片快轴方位角, $\delta$ 为延迟量。

由于延迟阵列四个子延迟片快轴均沿水平方向,实际方位角接近于0,因此对 $\alpha$ 采用一阶近似,得到不含误差的出射光矢量以及由方位角引入的误差矢量

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(i\delta) \end{bmatrix} + \theta [1 - \exp(i\delta)] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{E}_0 + \Delta \mathbf{E}. \quad (2)$$

如图2所示,矢量 $OA$ 、 $AB$ 、 $OB$ 分别代表光矢量 $\mathbf{E}_0$ 、 $\Delta \mathbf{E}$ 、 $\mathbf{E}$ ,对出射光矢量及误差矢量作矢量分析得

$$\Delta \mathbf{E} = 2\theta \sqrt{1 - \cos \delta} \cdot \exp \left[ \arctan \left( \frac{\sin \delta}{\cos \delta - 1} \right) \right]. \quad (3)$$

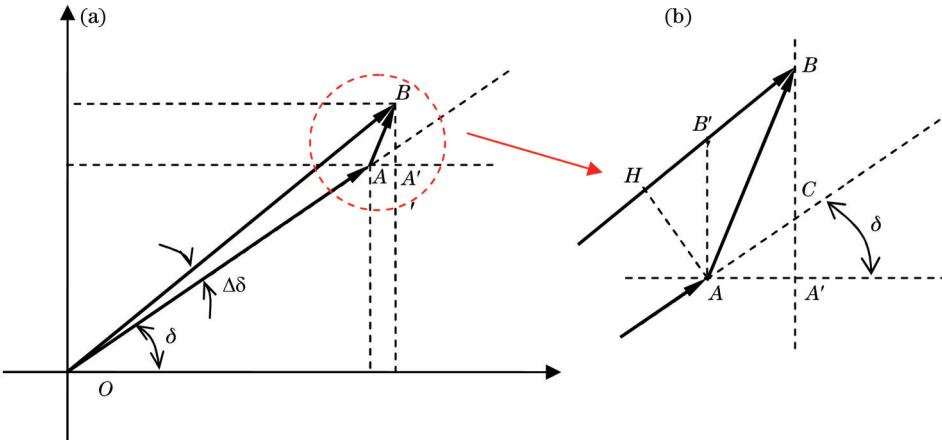


图2 误差矢量分析图

Fig.2 Error analysis of vector

由几何关系可以得到

$$\Delta\delta = \frac{|AB|(\sin \angle BAA' - \sin \delta)\cos \delta}{|OA|}, \quad (4)$$

式中 $|AB|$ 表示 $\Delta E$ 的模, $\angle BAA'$ 表示 $\Delta E$ 的相位角, $|OA|$ 表示 $E_0$ 的模。将(3)式代入(4)式可得到延迟量误差

$$\Delta\delta = \theta \cdot \cos \delta \sqrt{2 - 2 \cos \delta} \cdot \left\{ \sin \left[ \arctan \left( \frac{\sin \delta}{\cos \delta - 1} \right) \right] - \sin \delta \right\}. \quad (5)$$

由(5)式可以看出延迟量误差由方位角 $\theta$ 和一个与延迟量 $\delta$ 有关的函数共同决定,将其视为误差传递系数。图3显示了该系数随 $\delta$ 的变化情况,所采用的延迟阵列四个子延迟片的延迟量依次为 $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ ,对应的误差传递系数均为0,因此延迟阵列的实际移相量对延迟片方位角 $\theta$ 的小幅误差不敏感。

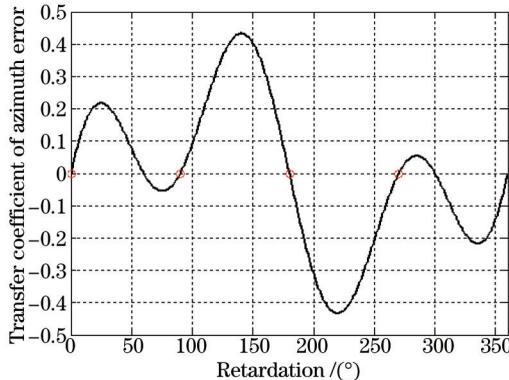


图3 延迟阵列的方位角误差传递系数与延迟量的关系

Fig.3 Relationship between transfer coefficient of azimuth error and retardation

### 3 实验与结果

设计并研制了延迟阵列,延迟阵列四个子延迟片快轴方向一致,均沿水平方向,延迟量依次为 $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ 。基于二维光栅分光、延迟阵列移相的同步移相干涉系统,在没有精确校准延迟阵列快轴方位角的情况下,搭建了同步移相干涉仪样机,如图4所示。该动态干涉仪工作波长为 $632.8\text{ nm}$ ,所用光栅为二维正交位相光栅,光栅常数为 $40\text{ }\mu\text{m}$ 。采用一块峰谷(PV)值优于 $\lambda/10$ 的球面镜对所搭建的同步移相干涉仪和Zygo GPI XP型干涉仪的系统误差进行标定,所搭建同步移相干涉系统标定结果如图5所示,PV值为 $0.09\lambda$ ,均方根(RMS)值为 $0.009\lambda$ ;Zygo GPI XP型干涉仪标定结果如图6所示,PV值为 $0.076\lambda$ ,RMS值为 $0.005\lambda$ ;利用所搭建装置测量一个待测球面的面形偏差,通过CCD采集得到如图7(a)所示的同步移相干涉图,将其分割得到四幅空间一致的干涉图,根据四步移相算法解算相位,相位分布如图7(b)所示,经过计算得出该被测波面的RMS值为 $0.065\lambda$ ,波面的PV值为 $0.360\lambda$ 。使用Zygo GPI XP型干涉仪对该待测球面进行测试,测试结果如

图8所示,其RMS值为 $0.062\lambda$ ,波面的PV值为 $0.327\lambda$ 。两者结果相比较,RMS值相差 $0.003\lambda$ ,PV值相差 $0.033\lambda$ ,结果吻合较好。

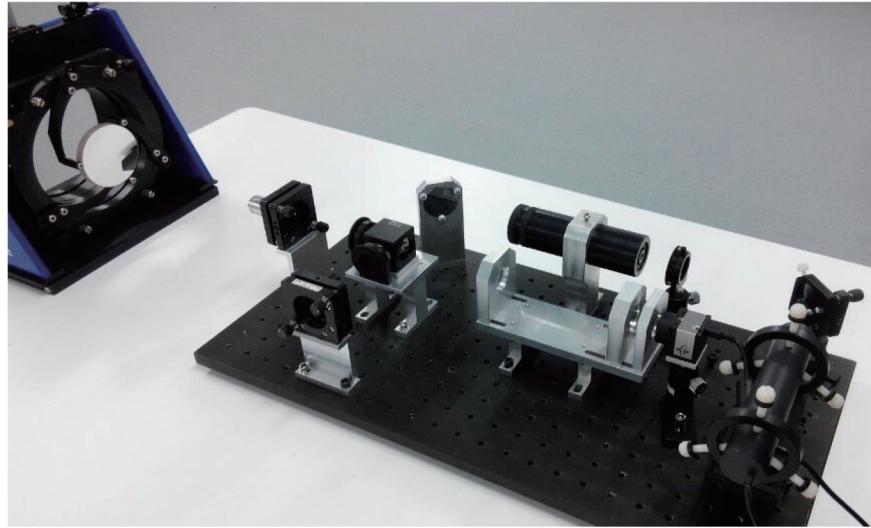


图4 实验装置图

Fig.4 Experimental installation

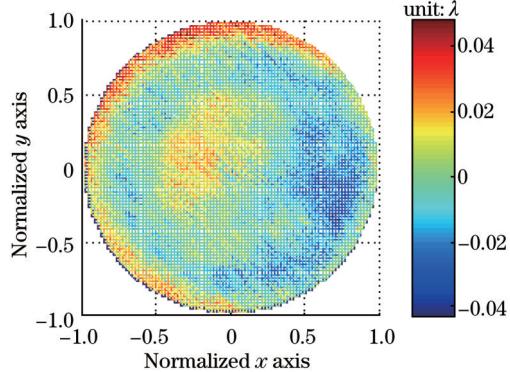


图5 同步移相干涉仪系统误差标定结果

Fig.5 Calibration result of system error in simultaneous phase-shifting interferometer based on retarder array

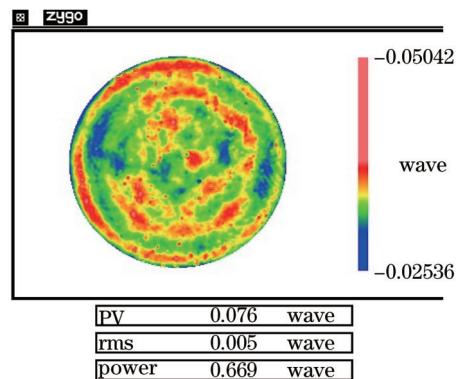


图6 Zygo GPI XP型干涉仪系统误差标定结果

Fig.6 Calibration result of system error in Zygo GPI XP interferometer

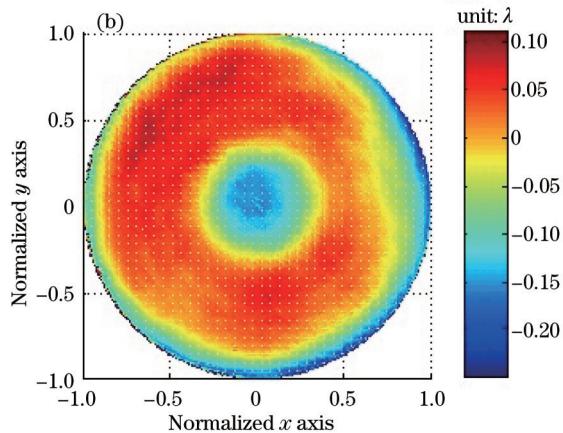
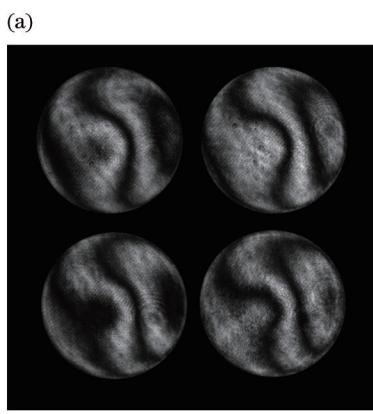


图7 待测球面测量结果。(a)实验采集同步移相干涉图;(b)相位分布图

Fig.7 Result for testing sphere with experimental installation in Fig.4. (a) Simultaneous phase shifting interferograms; (b) phase map

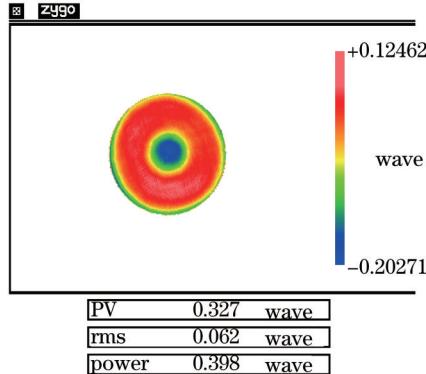


图 8 Zyglo GPI XP型干涉仪测试结果

Fig.8 Result for testing sphere the same in Fig.4 with Zyglo GPI XP

## 4 讨 论

### 4.1 延迟片的方位角偏差

在测试系统移相器件、偏振器件方位角理想情况下,构造一个标准波面,其标准相位分布如图9(a)所示, RMS值为 $0.0676\lambda$ ,PV值为 $0.3193\lambda$ 。延迟阵列快轴方位角偏差在 $(-\pi/36, \pi/36)$ 内随机取值,其中一组仿真结果如图9(b)所示,1/4波片、1/2波片、3/4波片和全波片对应的方位角偏差分别为 $0.619^\circ$ 、 $4.909^\circ$ 、 $2.952^\circ$ 和 $-2.820^\circ$ ,根据四步移相算法,解算得到相位分布,RMS值为 $0.0681\lambda$ ,PV值为 $0.3302\lambda$ ,均方根精度(ERMS)值达到 $10^{-3}\lambda$ 。当方位角偏差大于 $\pi/36$ 时,使用四步移相算法解算得到的相位分布如图9(c)所示,RMS值为 $0.0694\lambda$ ,PV值为 $0.3582\lambda$ ,存在明显的波纹误差。

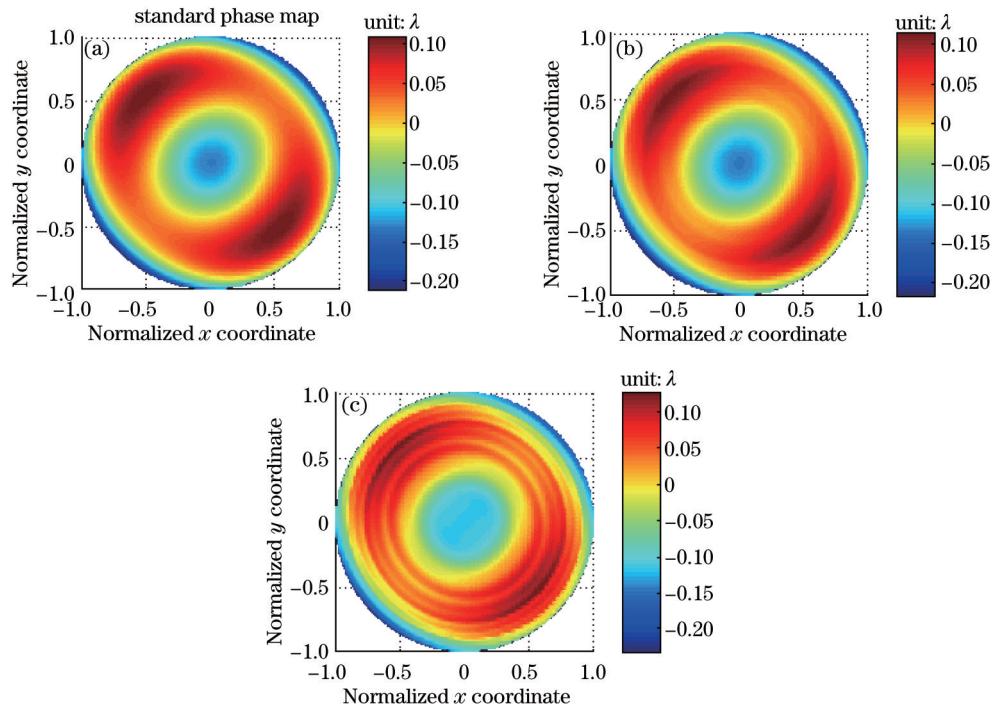
图 9 不同方位角偏差下的相位分布结果。(a)标准相位分布;(b)方位角偏差在 $5^\circ$ 以内;(c)方位角偏差大于 $5^\circ$ 

Fig.9 Standard wavefront and demodulation result with different azimuth errors. (a) Standard wavefront; (b) azimuth error within  $5^\circ$ ; (c) azimuth error more than  $5^\circ$

### 4.2 延迟片的延迟量误差

延迟片的实际移相量误差与每个延迟片的延迟量误差为1:1的对应关系,需要进行着重控制。通常情况下,普通延迟片的延迟量精度在 $\pm 2^\circ$ 以内,低级延迟片的延迟量精度达到 $\pm 1^\circ$ 以内。因此可以采用延迟量

精度更高的低级延迟片;同时延迟量的测量精度可以达到很高的水准。例如,使用扫描间隔0.2nm的分光光度计测量延迟片在632.8 nm波长下的延迟量,精度可以达到0.3°以上,因此使用延迟阵列作为移相器件,实际上用延迟量这种容易标定的固有器件误差替代了偏振片透振角这种不宜标定的装调误差。

#### 4.3 偏振片方位角误差

设入射正交偏振光束振幅相等,待测相位为 $\varphi$ ,因此入射光的琼斯矢量可表示为 $E_0 = [1 \ 1]^T \cdot \exp(i\varphi)$ ,入射光先后经过快轴方向沿水平方向、延迟量为 $\delta$ 的延迟片和透振方向与水平方向成 $\theta$ 角的偏振片,其出射光矢量为<sup>[18]</sup>

$$E = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \frac{1}{2} \sin 2\theta \\ \frac{1}{2} \sin 2\theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(i\varphi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \cdot \exp[i(\delta + \varphi)] \\ \frac{1}{2} \sin 2\theta + \sin^2 \theta \cdot \exp[i(\delta + \varphi)] \end{bmatrix}, \quad (6)$$

故,CCD接收到的光强值为

$$I = \tilde{E} \cdot E = 1 + \sin 2\theta \cdot \cos(\delta + \varphi). \quad (7)$$

理想情况下,偏振片的透振方向与水平方向成45°夹角,而在实际的装调过程中,存在一定的误差,设 $\theta = 45^\circ + \Delta\theta$ ,根据(7)式有

$$I = 1 + \cos 2\Delta\theta \cdot \cos(\delta + \varphi). \quad (8)$$

由(8)式可以看出,偏振片的方位角误差不会引入测量误差,只是改变干涉条纹的对比度。

## 5 结 论

研究了同步移相干涉仪中延迟阵列的移相特性,所采用延迟阵列四个子延迟片的延迟量依次为0、 $\pi/2$ 、 $\pi$ 、 $3\pi/2$ ,理论分析了延迟片的移相量与快轴方位角之间的关系,给出了具体的误差传递表达式,分析表明延迟阵列的实际移相量对快轴方位角的小幅误差不敏感,当方位角偏差在±5°以内变动时,利用四步移相算法解算相位,其ERMS达到 $10^{-3}\lambda$ 。当方位角偏差大于5°时,计算结果中会引入明显的波纹误差。使用延迟阵列作为移相器件,抑制了偏振片透振角不易标定的装调误差。

## 参 考 文 献

- 1 Abuleil. Marwan Jamal, Abdulhalim, Lbrahim. Tunable achromatic liquid crystal waveplates[J]. Opt Lett, 2014, 39(19): 5487–5490.
- 2 Y Zhang, H Zhao, N Li. Polarization calibration with large apertures in full field of view for a full Stokes imaging polarimeter based on liquid-crystal variable retarders [J]. Appl Opt, 2013, 52(6): 1284–1292.
- 3 Kong Meimei, Gao Zhishan, Chen Lei, et al.. Cyclic radial shearing interferometry based on polarization phase-shifting technique [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(1): 127–131.
- 孔梅梅,高志山,陈磊,等.基于偏振移相的环路径向剪切干涉[J].光学学报,2010,30(1): 127–131.
- 4 Feng Weiwei, Lin Lihuang, Chen Ligang. Polarized-light interference spectrum of quartz wave plate [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(6): 1044–1048.
- 冯伟伟,林礼煌,陈立刚.石英波片偏振干涉谱的研究[J].光学学报,2007,27(6): 1044–1048.
- 5 Wei Gongxiang, Liu Xiaojuan, Liu Yunyan, et al.. Spin and orbital angular momentum of light [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(10): 100004.
- 魏功祥,刘晓娟,刘云燕,等.光的自旋与轨道角动量[J].激光与光电子学进展,2014,51(1): 100004.
- 6 Wang Xiaoxiao, Wang Ye, Li Chuansheng, et al.. Measurement method and experimental research of the temperature dependence of the phase delay of quarter-wave plates [J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(12): 1205004.
- 王夏霄,王野,李传生,等.光纤1/4波片相位延迟温度特性测量方法与实验研究[J].中国激光,2013,40(12): 1205004.
- 7 Dong Juan, Li Yanqiu. Effect of assembly and manufacturing error for wide-viewing-angle quarter waveplate on polarimetry [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0612006.
- 董娟,李艳秋.宽视场角1/4波片装调和加工误差对偏振检测的影响[J].光学学报,2013,33(6): 0612006.
- 8 Tian Feng, Bai Fuzhong, Wu Yaqin, et al.. Position registration for simultaneous phase-shifting interferograms based on statistical analysis method [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(6): 0626001.

- 田 枫,白福忠,吴亚琴,等.基于统计分析方法的同步移相干涉图位置配准[J].光学学报,2014,34(6): 0626001.
- 9 J E Millerd, N Brock, J Hayes, et al.. Pixelated phase-mask dynamic interferometer [C]. SPIE, 2004, 5531: 304–310.
- 10 S Yoneyama, H Kikutaa, K Moriwaki. Simultaneous observation of phase-stepped photoelastic fringes using a pixilated microretarder array [J]. Opt Eng, 2006, 45(8): 083604.
- 11 Andrea Hettwer, Jochen Kranz, Johannes Schwider. Three channel phase-shifting interferometer using polarization-optics and a diffraction grating [J]. Opt Eng, 2000, 39(4): 960–966.
- 12 Chris L Koliopoulos. Simultaneous phase shift interferometer [C]. SPIE, 1991, 1531: 119–127.
- 13 Xu Chen. Study of Dynamic Interferometry Technology and Application [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2009.
- 徐 晨. 动态干涉测试技术与应用研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2009.
- 14 Zuo Fen, Chen Lei. Errors researching for a simultaneous phase shifting interferometer [J]. Optical Technique, 2009, 35(4): 536–540.
- 左 芬,陈 磊. 一种同步移相干涉测量系统的误差研究[J]. 光学技术, 2009, 35(4): 536–540.
- 15 Qian Kemao, Miao Hong, Wu Xiaoping. A real-time polarization phase shifting technique for dynamic measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2001, 21(1): 64–67.
- 钱克矛,缪 泓,伍小平. 一种用于动态过程测量的实时偏振移相方法[J]. 光学学报, 2001, 21(1): 64–67.
- 16 Qian Kemao, Wu Xiaoping. A real-time polarization phase shifting method : error analysis[J]. Laser Journal, 2000, 21(6): 17–20.
- 钱克矛,伍小平. 利用位相光栅的实时偏振移相方法的误差分析[J]. 激光杂志, 2000, 21(6): 17–20.
- 17 Zuo Fen, Chen Lei, Xu Chunsheng. Simultaneous phase-shifting interferometry based on two-dimension grating [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(4): 63–67.
- 左 芬,陈 磊,徐春生. 基于二维光栅分光的同步移相干涉测量技术[J]. 光学学报, 2007, 27(4): 63–67.
- 18 Yu Daoyin, Tan Hengying. Engineering Optics[M]. Beijing: China Machine Press, 1998.
- 郁道银,谈恒英. 工程光学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1998.

栏目编辑: 何卓铭