

# 航空变焦距镜头非线性畸变快速校正方法

周前飞<sup>1,2</sup> 刘晶红<sup>1</sup>

<sup>1</sup>中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033

<sup>2</sup>中国科学院大学, 北京 100049

**摘要** 针对航空变焦距镜头的非线性畸变随焦距变化而变化的问题, 提出一种地面离线标定和机上在线校正相结合的快速校正方法。利用单参数除式模型校正镜头畸变, 根据模板图像中共线点的投影不变性, 采用变步长优化搜索方法求解出若干离散焦距下镜头的畸变系数和畸变中心坐标, 分析了畸变参数随焦距变化的规律, 建立了畸变参数与焦距之间的经验公式。在飞行实验中, 将实际工作焦距值代入经验公式得到相应畸变参数对实景图像进行自动校正。对模板图像与实景图像的校正结果表明, 该方法能有效校正变焦距镜头的非线性畸变, 对3幅不同焦距下的720 pixel×576 pixel模板图像校正平均方差约为2.68 pixel, 平均校正时间约为4.82 s。该方法具有效率高, 便于自动化实现和工程应用的优点。

**关键词** 成像系统; 畸变校正; 除式模型; 变焦距镜头; 摄像机标定

中图分类号 V248.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0411001

## Rapid Nonlinear Distortion Correction of Aerial Optical Zoom Lens System

Zhou Qianfei<sup>1,2</sup> Liu Jinghong<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China*

<sup>2</sup>*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

**Abstract** Concerned with the nonlinear distortion problems varying with the focal length of aerial optical zoom lenses, a rapid geometric correction method based on combining the offline calibration on the ground with the online correction on board is presented. The one-parameter division model is adopted to correct the radial nonlinear distortion of lens. According to the perspective projection invariance of collinear points in template images, an optimization searching method of variant step length is adopted to estimate the optimal distortion coefficients and the distortion center coordinates of zoom lenses on the conditions of a few discrete focal lengths. The variation laws of the distortion parameters with the focal lengths are discussed by experiments finding, and the corresponding empirical formulas are established. In the actual flight test, the distortion parameters corresponding to the actual measured focal length value are calculated based on the empirical formulas to correct the lens distortion in the real scene images. Correction results of the template images and the real scene images show that this method can effectively correct the nonlinear distortion of zoom lenses. The average root mean square error of three 720 pixel×576 pixel images of template at different focal lengths is about 2.68 pixel, and the average correction time is 4.82 s. This correction method has the advantage of high efficiency, and easy to realize automatic correction for engineering applications.

收稿日期: 2014-10-24; 收到修改稿日期: 2014-11-13

基金项目: 吉林省重大科技攻关项目(11ZDGG001)、装备预研项目(402040203)、国家林业公益性行业科研专项(201204515)

作者简介: 周前飞(1989—), 男, 博士研究生, 主要从事航空光电成像畸变校正技术方面的研究。E-mail: wgzqfei@163.com

导师简介: 刘晶红(1967—), 女, 研究员, 博士生导师, 主要从事机载光电成像测量设备方面的研究。

E-mail: liu1577@126.com(通信联系人)

**Key words** image systems; distortion correction; division model; zoom lens; camera calibration

**OCIS codes** 110.2960; 150.1488; 120.4820; 120.0280; 280.4788

## 1 引 言

变焦距镜头通过焦距的连续变化使画面上的景物成像倍率连续地变化,对目标既能作大视场小倍率的概观,又能作小视场大倍率的详细观察,具有在视场转换中不丢失目标的优点,在航空摄影、跟踪与测量等诸多领域得到广泛应用<sup>[1-2]</sup>。由于航空变焦距光学成像系统本身的设计、制造、装调和环控等原因使图像产生不同程度的非线性畸变,直接影响成像的几何位置精度。为提高目标检测与定位、模式匹配等定量分析的准确性<sup>[3-4]</sup>和利用其影像进行实时拼接的精度<sup>[5]</sup>,必须对该畸变进行校正。对于变焦距镜头,在变焦过程中其主点位置和畸变系数随焦距的变化而变化,不同的焦距将对应着不同的非线性畸变<sup>[6]</sup>,采用一般摄像机标定方法(包括 Tsai<sup>[7]</sup>基于径向约束的两步法,张正友基于平面标靶的标定方法<sup>[8-9]</sup>和基于有理函数式镜头畸变模型的摄像机标定方法<sup>[10]</sup>)实现变焦距镜头畸变的实时校正很困难,只要焦距发生变化,就需要重复进行繁琐耗时的摄像机标定以获得不同焦距下对应的主点位置和畸变系数,难以实施机上在线实时校正。

对于成像系统的非线性畸变,另一类校正方法是基于投影几何不变性或不变量的非量测校正方法,可利用的几何特性包括直线、交比、灭点和平面约束等。Song 等<sup>[11]</sup>根据直线投影不变性,以不同畸变参数校正后曲线上的点到其拟合直线的距离平方和为畸变测度,通过 Levenberg-Marquardt (LM)算法优化搜索出最佳的畸变参数对图像进行校正,为了减少噪声对校正结果的影响,陈天飞等<sup>[12]</sup>提出对该测度作归一化处理。徐嵩等<sup>[13]</sup>设定连接畸变曲线两个端点形成闭合曲线的面积平方和为畸变测度,计算量小且具有更好的抗噪声能力。Ai 等<sup>[14]</sup>提出基于交比不变原理的畸变系数标定方法。张征宇等<sup>[15]</sup>利用不同视角采集图像上同名像点共面的基本原理,推导包含非线性畸变模型的共面条件方程,采用最小二乘解的广义逆法求解非线性畸变参数来进行畸变校正。刘丹等<sup>[16]</sup>根据灭点几何约束条件建立关于灭点与弱径向畸变系数的非线性模型,使用 LM 算法和质量评价准则对畸变中心和径向畸变系数迭代优化实现畸变校正。这类方法具有较高的精度,将畸变参数的求解独立于摄像机其他参数的求解,避免了摄像机标定方法中畸变参数与摄像机内、外参数耦合导致求解过程不收敛或收敛于局部极小值的缺点,但一般需要预先获得场景的结构信息,对在未知环境等条件下(如侦查、情报等应用)获得的图像不一定适用,例如图像中直线特征不显著(草原,沙漠,海洋)或者包含一些真实曲线物体的边缘特征时<sup>[17]</sup>,基于直线透视投影不变性的优化搜索校正方法可能无法实施或导致错误的畸变参数估计结果,同时也存在计算量大,耗时长缺点,难以实现航空摄像机视频图像的实时校正。

为实现航空变焦距镜头畸变的快速精确校正,本文根据平面模板图像中共线点的投影不变性,在地面利用单参数除式模型和变步长优化搜索方法求解出不同焦距下镜头的畸变系数和畸变中心坐标,对这些畸变参数进行曲线拟合得到畸变参数随焦距变化的经验公式或构造畸变参数查找表,在飞行试验中根据实际工作焦距值通过上述经验公式或查找表方法得到该焦距值对应的畸变参数,对实景图像的非线性畸变进行校正,在校正速度和自动化程度上有了明显提高。

## 2 航空变焦距镜头非线性畸变校正方法

### 2.1 建立变焦距镜头畸变校正模型

根据 Brown<sup>[18-19]</sup>提出的摄像机畸变模型和标定理论,实际摄像机成像模型可用理想针孔成像模型叠加镜头畸变模型表示。镜头畸变模型表示实际畸变像点坐标 $(x_d, y_d)$ 与理想像点坐标 $(x_u, y_u)$ 之间的映射函数<sup>[12]</sup>,即:

$$F:(x_d, y_d) \rightarrow (x_u, y_u), \quad (1)$$

目前在计算机视觉领域中广泛应用的为 Brown 提出的 plumb bob 镜头畸变模型,其中以 2 次径向畸变和 2 次切向畸变组合模型的精度较高<sup>[20]</sup>,表达式如下:

$$\begin{cases} x_u = x_d + (x_d - x_c)(k_1 r_d^2 + k_2 r_d^4) + p_1 [r_d^2 + 2(x_d - x_c)^2] + 2p_2(x_d - x_c)(y_d - y_c) \\ y_u = y_d + (y_d - y_c)(k_1 r_d^2 + k_2 r_d^4) + p_2 [r_d^2 + 2(y_d - y_c)^2] + 2p_1(x_d - x_c)(y_d - y_c) \end{cases} \quad (2)$$

式中 $(x_c, y_c)$ 为畸变中心(通常为主点)坐标; $k_1, k_2$ 为径向畸变系数; $p_1, p_2$ 为切向畸变系数; $r_d$ 为实际畸变像点到畸变中心的距离,  $r_d = \sqrt{(x_d - x_c)^2 + (y_d - y_c)^2}$ 。

该畸变模型包含镜头的径向畸变和切向畸变,这里将畸变系数和畸变中心坐标统称为畸变模型参数,一般通过摄像机标定方法得到,例如张正友提出的基于平面标靶的标定方法。对于变焦距镜头,其畸变系数和畸变中心位置随焦距变化而变化,当焦距的变化范围较大时,Brown模型需要采集不同焦距下的大量标靶图像重复进行摄像机标定得到各焦距对应的畸变模型参数,工作效率低,难以应用于工程实践中。该模型引入的待求解参数过多,存在过分参数化的倾向,求解精度不稳定。

一般镜头畸变以径向畸变形式为主,切向畸变和薄棱镜畸变很小可忽略不计,这里引入Fitzgibbon<sup>[21]</sup>提出的单参数除式模型描述变焦距镜头畸变:

$$\begin{cases} x_u = x_c + \frac{x_d - x_c}{1 + k_1 r_d^2} \\ y_u = y_c + \frac{y_d - y_c}{1 + k_1 r_d^2} \end{cases} \quad (3)$$

该模型能够使用较少的参数校正较大的镜头畸变<sup>[12]</sup>,式中畸变像点坐标 $(x_d, y_d)$ 可通过图像处理算法得到,径向畸变系数 $k_1$ 和畸变中心坐标 $(x_c, y_c)$ 可通过2.2节镜头畸变模型参数估计算法得到。为节省内存和计算时间,图像几何校正一般先采用正向映射 $F:(x_d, y_d) \rightarrow (x_u, y_u)$ 确定校正图像4个角点的坐标及边界范围,再采用逆向映射 $F^{-1}:(x_u, y_u) \rightarrow (x_d, y_d)$ 进行亮度重采样得到校正图像中每个像元的亮度值。下面推导从理想像点坐标 $(x_u, y_u)$ 到畸变像点坐标 $(x_d, y_d)$ 的逆向映射关系,令 $r_u = \sqrt{(x_u - x_c)^2 + (y_u - y_c)^2}$ ,根据(3)式得

$$r_u = \frac{r_d}{1 + k_1 r_d^2}, \quad (4)$$

(4)式可转化为 $r_d$ 的一元二次方程,得

$$r_d^2 - \frac{1}{k_1 r_u} r_d + \frac{1}{k_1} = 0, \quad (5)$$

当 $k_1$ 为正值(枕形畸变)时,在 $0 < r_u^2 < \frac{1}{4k_1}$ 范围内,方程有两个正实根,取两个根中的小值:

$$r_d = \frac{1 - \sqrt{1 - 4k_1 r_u^2}}{2k_1 r_u}, \quad (6)$$

当 $k_1$ 为负值(桶形畸变)时,对于 $r_u^2 > 0$ ,方程有1个正实根,1个负实根,取正实根:

$$r_d = \frac{1 + \sqrt{1 - 4k_1 r_u^2}}{2k_1 r_u}, \quad (7)$$

当 $k_1 = 0$ 时, $r_d = r_u$ 。在(6)式与(7)式中,当 $r_u = 0$ 时, $r_d = 0$ 。

求解出 $r_d$ 后,理想像点 $(x_u, y_u)$ 在畸变图像中对应像点坐标 $(x_d, y_d)$ 为

$$\begin{cases} x_d = x_c + \frac{r_d(x_u - x_c)}{r_u} \\ y_d = y_c + \frac{r_d(y_u - y_c)}{r_u} \end{cases} \quad (8)$$

## 2.2 镜头畸变模型参数估计算法

求解畸变系数 $k_1$ 和畸变中心坐标 $(x_c, y_c)$ 的算法原理如下:由于镜头畸变的影响,3D空间的一条直线在图

像平面上投影为一条圆弧曲线,根据畸变系数 $k_1$ 和畸变中心 $(x_c, y_c)$ 的范围,采用变步长优化搜索方法分别计算利用不同畸变系数和畸变中心校正后的图像,构造衡量校正后图像中各条曲线弯曲程度的评价函数,使各条曲线的弯曲程度最小,最接近于理想直线,从而得到最佳的畸变系数和畸变中心坐标值,对畸变图像进行校正。

首先确定畸变系数 $k_1$ 和畸变中心 $(x_c, y_c)$ 的范围。设 $r_d^{\max}$ 为畸变中心到图像边缘距离的最大值,在 $r_d \in [0, r_d^{\max}]$ 范围内,(4)式中 $r_c$ 是 $r_d$ 的单调递增函数,即 $r_c$ 对 $r_d$ 的偏导数应大于0,得

$$1 - k_1 r_d^2 > 0 \quad \forall r_d \in [0, r_d^{\max}] \Rightarrow k_1 < 1/(r_d^{\max})^2. \quad (9)$$

令 $K_{\max} = \frac{1}{(r_d^{\max})^2}$ ,可得 $k_1$ 的范围为 $[-K_{\max}, K_{\max}]$ 。设图像大小为 $w \times h$ ( $w$ 和 $h$ 分别为图像的宽和高),畸变中心

一般位于图像中心附近 $0.1w \times 0.1h$ 大小的矩形区域内,得 $x_c \in [0.45w, 0.55w], y_c \in [0.45h, 0.55h]$ 。该算法的主要步骤如下:

1)采用Canny边缘检测器检测原始畸变图像的边缘像素点,其中Canny算子的阈值根据图像梯度值的一定百分比确定。

2)根据上述畸变参数 $k_1, x_c, y_c$ 的取值范围,分别选择相应的步长 $\delta k_1, \delta x_c, \delta y_c$ ,得到畸变参数组合 $(k_1^i, x_c^j, y_c^t)$ 为

$$\begin{cases} k_1^i = -K_{\max} + i \cdot \delta k_1 \\ x_c^j = 0.45w + j \cdot \delta x_c \\ y_c^t = 0.45h + t \cdot \delta y_c \end{cases} \quad (10)$$

式中 $i=1,2,\dots,N_1, j=1,2,\dots,N_2, t=1,2,\dots,N_3, \delta k_1 = 2K_{\max}/N_1, \delta x_c = 0.1w/N_2, \delta y_c = 0.1h/N_3$ 。

对(10)式中每种系数组合 $(k_1^i, x_c^j, y_c^t)$ 计算边缘图像的校正图像,并计算校正后边缘像素点的梯度,得到各边缘点的坐标 $(x, y)$ 和梯度方向 $\alpha(x, y)$ 。

3)计算校正图像的Hough变换,求得前 $N$ 个Hough变换单元峰值对应的 $Nl$ 条直线边缘,及其与原点的距离 $f_{\text{dist}}(q)$ 和方向 $\beta(q), q=1,2,\dots,N$ 。

4)对校正图像中的每个边缘像素点计算投票:如果该像素点的梯度方向 $\alpha(x, y)$ 与第 $q$ 条直线的方向 $\beta(q)$ 相差小于某一阈值 $\delta_a$ ,例如 $\delta_a=2^\circ$ ,计算该点与第 $q$ 条直线的距离

$$d_q = |x \cos[\beta(q)] + y \sin[\beta(q)] - f_{\text{dist}}(q)|, \quad (11)$$

如果 $d_q$ 小于某一阈值 $\delta_d$ ,例如 $\delta_d=2$  pixel,计算该点的线性度投票值 $f_{\text{votes}}=1/(1+d_q)$ ,计算所有边缘像素点的线性度投票之和,求得投票之和最大值对应的畸变模型参数 $k_1^{(0)}, x_c^{(0)}, y_c^{(0)}$ 为最佳值:

$$\max \left\{ \sum_{q=1}^N f_{\text{votes}}[f_{\text{dist}}(q), \beta(q), k_1^i, x_c^j, y_c^t] \right\}, \quad (12)$$

式中 $f_{\text{votes}}[f_{\text{dist}}(j), \beta(j), k_1^i, x_c^j, y_c^t]_{q=1}^N$ 为采用畸变参数 $(k_1^i, x_c^j, y_c^t)$ 校正图像得到的各边缘像素点对 $Nl$ 条直线的投票值。

5)为了对畸变系数 $k_1$ 和畸变中心 $x_c, y_c$ 进行更精确的估计,分别在 $[k_1^{(0)} - \delta k_1, k_1^{(0)} + \delta k_1], [x_c^{(0)} - \delta x_c, x_c^{(0)} + \delta x_c], [y_c^{(0)} - \delta y_c, y_c^{(0)} + \delta y_c]$ 范围内,选择搜索步长为步骤2)中的 $1/N_1, 1/N_2, 1/N_3$ (重复步骤2)~4),直到 $k_1$ 的搜索范围小于 $10^{-10}$ ,算法结束,此时对应的参数 $k_1, x_c, y_c$ 为优化后的最佳值。

### 2.3 航空变焦镜头畸变校正流程

上述畸变模型参数估计算法主要基于直线的透视投影不变性原理,由于镜头畸变的影响,3D空间的一条直线在图像平面上投影为一条圆弧曲线,如果图像中同时包含一些真实世界中的曲线,可能会导致不正确的畸变参数估计。为解决这个问题,采用平行直线或平面棋盘图案作为变焦距航空摄像机地面标定实验的模板,采用有限离散焦距下畸变参数样本预测任意连续焦距下畸变参数的方法,采集若干不同焦距下的

模板图像,利用上述镜头畸变模型参数估计算法求解出各焦距对应的畸变参数,进行畸变参数曲线拟合或建立畸变参数查找表;在线校正时,根据摄像机内部传感器测量得到实际工作焦距值,代入上述畸变参数曲线拟合公式或查表得到任意连续焦距对应的畸变参数,根据(3)式由原始图像4个角点的像素坐标计算出校正图像4个角点的坐标,根据这些坐标的最大值和最小值确定校正图像的大小,然后根据(6)~(8)式对校正图像中每个像点计算其在原始畸变图像中对应像点的坐标,采用双线性插值算法进行亮度重采样得到校正图像中每个像点的亮度值,完成图像的畸变校正,校正算法流程如图1所示。

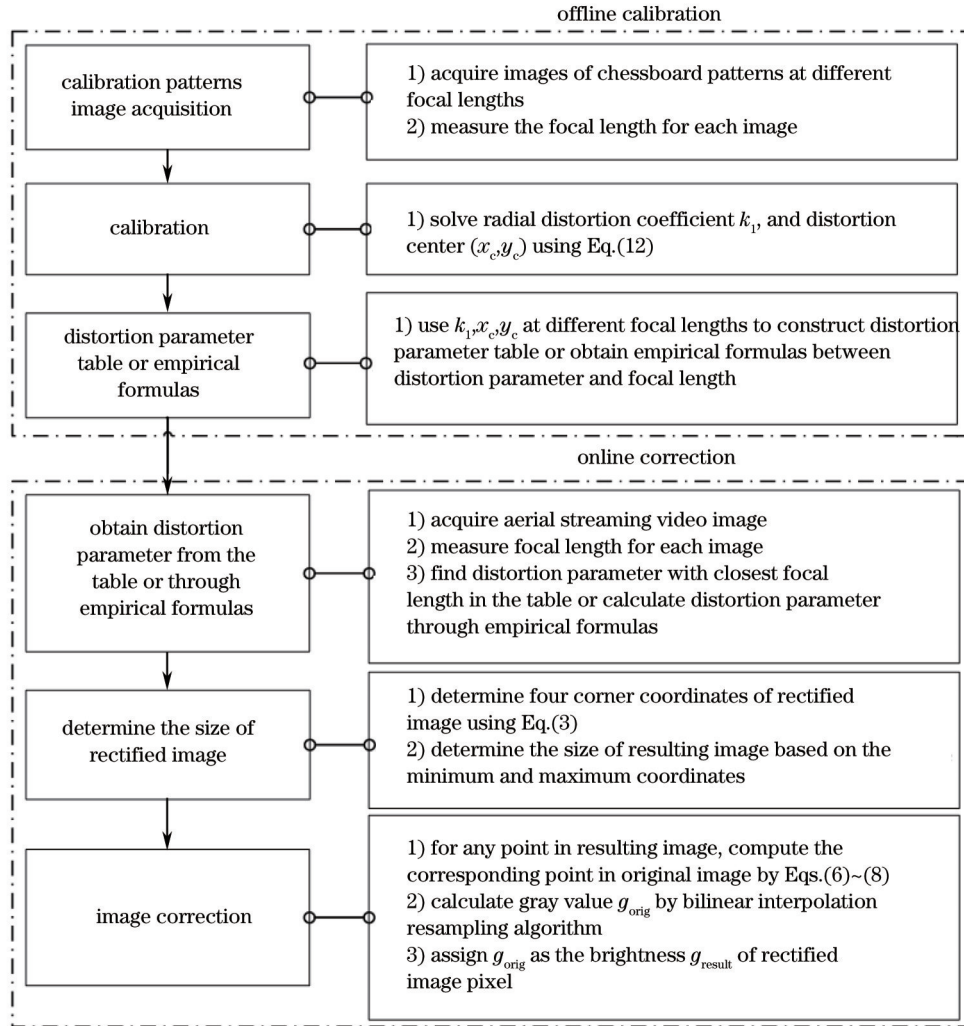


图1 航空变焦距镜头非线性畸变校正算法流程图

Fig.1 Flowchart of the nonlinear distortion correction algorithm for an aerial zoomable lens

### 3 实验结果与分析

#### 3.1 标准图库校正实验与对比分析

为验证上述镜头畸变模型参数估计与几何校正算法的准确性和有效性,对 Bukhari 等<sup>[17]</sup>提供的标准图库进行校正实验,采用均方根误差(RMSE)和峰值信噪比(PSNR)作为校正精度的衡量指标。RMSE表示校正图像检验点位置  $(x_p, y_p)$  和标准无畸变图像检验点位置  $(x_b, y_b)$  之间的距离<sup>[12]</sup>,可描述为

$$f_{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(x_{ip} - y_{ib})^2 + (x_{ip} - y_{ib})^2]}, \quad (13)$$

式中  $n$  为检验点个数;  $dx_i = x_{ip} - x_{ib}$  为第  $i$  个检验点的列残差;  $dy_i = y_{ip} - y_{ib}$  为第  $i$  个检验点的行残差。

给定一幅大小为  $w \times h$  的数字图像  $f(x,y)$  和标准图像  $f_0(x,y)$ , PSNR 按下式计算:

$$f_{\text{PSNR}} = 10 \log_{10} \left\{ (2^m - 1)^2 / \left[ \frac{1}{\omega \times h} \sum_1^w \sum_1^h [f(x,y) - f_0(x,y)]^2 \right] \right\}, \quad (14)$$

式中  $(2^m - 1)^2$  为图像中最大可能的信号值平方,  $m$  为每个像素的比特数。

采用相同的原始无畸变图像作为标准图像[图 2(a)], 标准图像大小为 640 pixel×480 pixel, 以该标准图像为基础, 使用已知的畸变系数和畸变中心值合成畸变图像[图 2(b)], 这里设畸变中心位于图像中心, 采用 Canny 算子进行边缘检测[图 2(c)], 计算图像梯度[图 2(d)], 得到图像边缘点的坐标和方向, 根据 2.2 节镜头畸变模型参数估计算法搜索得到最大线性度投票数的畸变系数值(图 3), 最后根据估计的畸变系数值进行校正得到校正图像[图 2(e)]。根据(13)~(14)式计算用真实畸变系数校正图像的均方差为 0.2068 pixel, 峰值信噪比为 37.6259 dB, 用估计畸变系数校正图像的均方差为 0.5908 pixel, 峰值信噪比为 37.4606 dB。

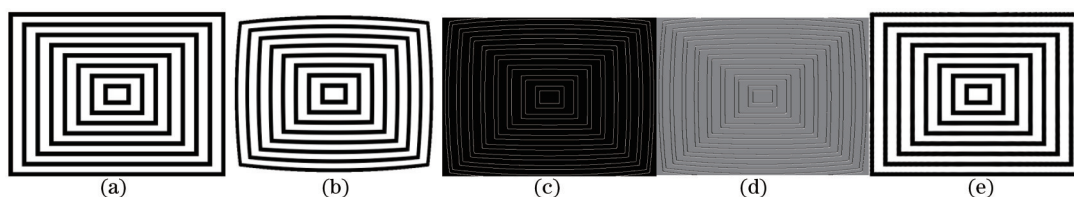


图 2 人工合成畸变图像校正实验示例。(a)标准图像;(b)根据  $k_1 = -10^{-6}$  和  $(x_c, y_c) = (320, 240)$  得到的合成畸变图像;(c)提取边缘;(d)梯度图像(梯度方向);(e)根据估计畸变参数  $k_1 = -1.0709 \times 10^{-6}$  进行校正的图像

Fig. 2 Example experiment with synthetic distorted image. (a) Original image; (b) synthetic distorted image with  $k_1 = -10^{-6}$  and  $(x_c, y_c) = (320, 240)$ ; (c) extracted contours; (d) gradient image (gradient direction); (e) undistorted image using estimated value of  $k_1 = -1.0709 \times 10^{-6}$

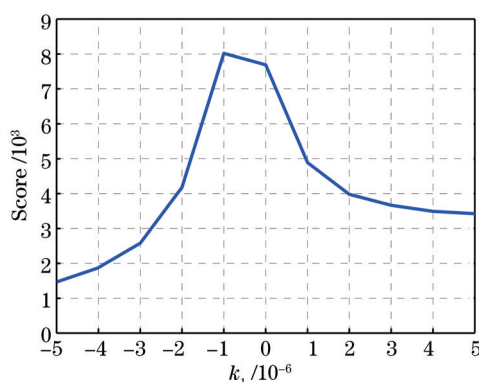


图 3 利用改进 Hough 变换和除式畸变模型搜索估计出图像线性度投票函数相对畸变系数的最大值

Fig.3 Values of the maximum in the lines voting space with respect to the distortion coefficient using the improved Hough transform and a division distortion model for the synthetic image

对两组图像进行实验, 分别记为 syn1c 和 syn2c, 第 1 组实验的合成图像 syn1c 通过设置图像畸变中心于图像中心处, 采用不同畸变系数合成得到, 如图 4 所示。对于  $k_1 = 10^{-5}$  的极限情况, 根据(9)式仅计算原始图像中  $r_0^2 < 1/k_1$  区域的校正图像, 得到的校正图像为围绕图像中心的一个圆形区域。

第 2 组实验的合成图像 syn2c 通过设定畸变系数值为  $-10^{-6}$ , 采用不同畸变中心坐标得到; 采用上述算法搜索得到最优的畸变系数和畸变中心坐标值, 进行图像校正, 如图 5 所示。

为比较本算法与其他算法对镜头畸变的校正效果, 分别采用文献[22,23]的方法对上述图像进行校正, 计算各方法校正图像的均方差 RMSE 和峰值信噪比 PSNR 如图 6 所示, 分别计算各组校正图像的平均校正 RMSE 和 PSNR 及运行时间如表 1 所示。文献[22]采用校正图像 Hough 变换单元的  $p$  次方之和作为畸变测度 ( $p=2, 3, 4, 5$ ), 采用优化搜索方法求解出畸变系数进行校正。文献[23]采用人工选择畸变曲线边缘的方法, 根据不同畸变参数校正图像中边缘点坐标的协方差矩阵定义能量函数为畸变测度, 通过非线性优化搜索求解出畸变系数进行校正。第 1 组实验的图像畸变中心位于图像中心而畸变系数不同, 从图 6(a), (b) 可以看出, 图像的畸变系数越大, 校正后残余变形越大, RMSE 越大, PSNR 越低, 而本算法无论是对小变形图像还是

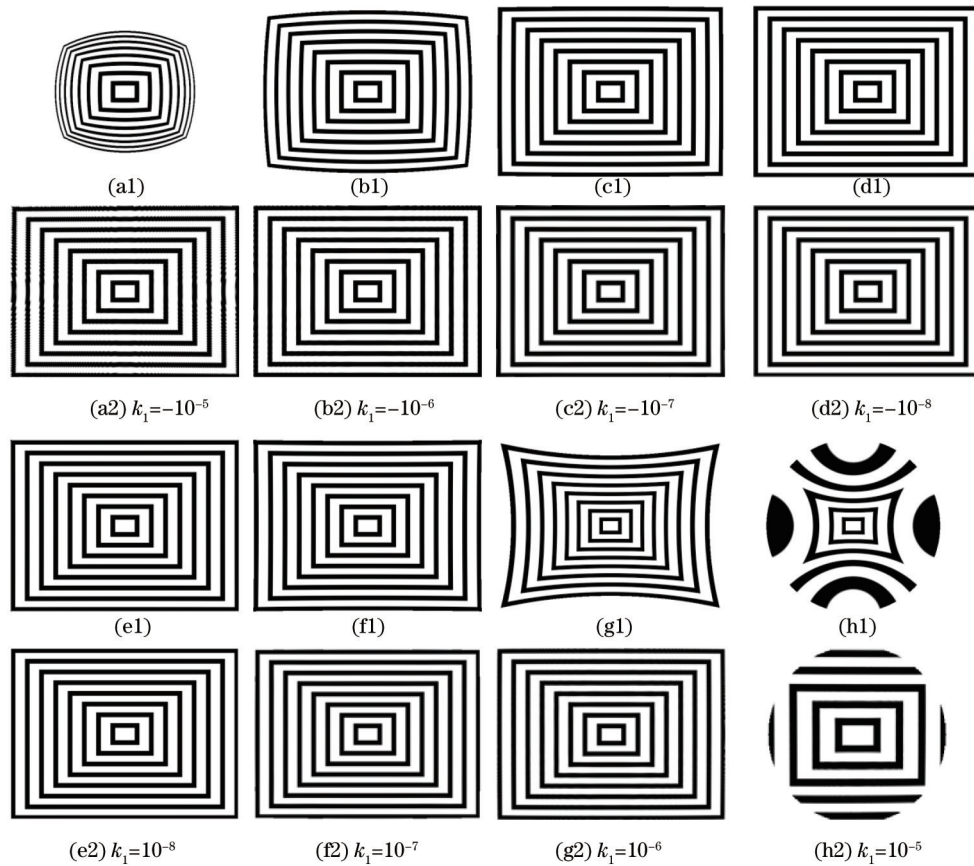


图4 人工合成畸变图像的校正,图像大小为640 pixel×480 pixel,畸变中心位于(320,240)。(a1)~(h1)根据不同畸变系数 $k_1$ 合成的畸变图像;(a2)~(h2)根据Hough直线投票方法估计出的畸变系数 $k_1$ 进行校正的图像

Fig.4 Undistortion of synthetic distorted images. Image size is 640 pixel×480 pixel and distortion center is (320,240). (a1)~(h1) Distorted images at different levels of  $k_1$ ; (a2)~(h2) corresponding undistorted images using the distortion coefficient  $k_1$  estimated by the Hough lines voting method

对大变形图像的校正指标均优于文献[22,23]的算法,从表1可以看出,本算法相比文献[22]方法的RMSE平均降低了0.5756 pixel,相比文献[23]方法平均降低了0.5446 pixel,本算法相比文献[22]方法的PSNR平均提高了1.3869 dB,相比文献[23]方法平均提高了2.3957 dB。第2组实验图像畸变系数相同而畸变中心不同,从图6(c),(d)可以看出,图像畸变中心偏离图像中心较远时,文献[22],[23]算法的RMSE迅速变大,PSNR明显降低,而本算法的RMSE和PSNR基本保持不变,表明文中算法对于畸变中心偏离图像中心较远等图像畸变较严重的情况也具有较好的稳健性。由于图像畸变中心不在图像中心,存在更复杂的几何畸变,增加了畸变中心的估计误差,各方法校正图像的平均RMSE均大于第1组实验,但本算法相比文献[22]方法的RMSE平均降低了0.4736 pixel,相比文献[23]方法降低了0.5126 pixel,本算法相比文献[22]方法的PSNR平均提高了0.4740 dB,相比文献[23]方法平均提高了1.6560 dB。

表1 本算法和文献[22,23]算法的实验结果对比

Table 1 Results comparison of the proposed algorithm and the algorithm from Ref.[22,23]

Algorithm	RMSE/pixel		PSNR/dB		Searching time/s		Correction time/s	
	Syn1c	Syn2c	Syn1c	Syn2c	Syn1c	Syn2c	Syn1c	Syn2c
Proposed	0.5585	1.1615	36.5358	37.6147	17.183 <sup>a</sup>	45.376 <sup>d</sup>	2.865	3.881
Ref.[22]	1.1341	1.6351	35.1489	37.1407	81.173 <sup>b</sup>	262.310 <sup>e</sup>	2.849	3.441
Ref.[23]	1.1031	1.6741	34.1401	35.9587	177.926 <sup>c</sup>	267.642 <sup>e</sup>	1.219	1.307

a:  $N_1=10$ ; b:  $N_1=10, p=5$ ; c: include distortion parameter estimation time and manual intervention time to select distorted straight lines; d:  $N_1=10, N_2=5, N_3=5$ ; e:  $N_1=10, N_2=5, N_3=5, p=5$

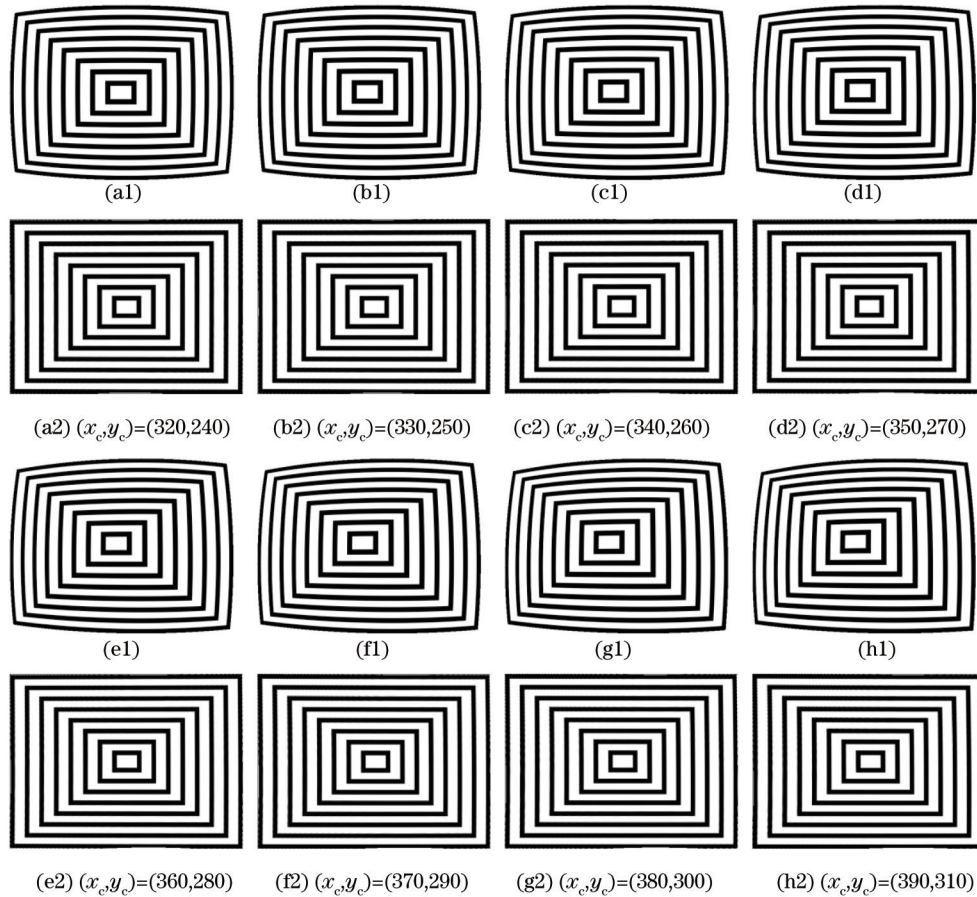


图 5 人工合成畸变图像的校正, 图像大小为 640 pixel×480 pixel, 畸变系数为  $-10^{-6}$ 。(a1)~(h1)根据不同畸变中心 $(x_c, y_c)$ 合成的畸变图像; (a2)~(h2)根据 Hough 直线投票方法估计出畸变系数  $k_1$  和畸变中心 $(x_c, y_c)$ 进行校正的图像

Fig.5 Undistortion of synthetic distorted images. Image size is 640 pixel×480 pixel and the distortion coefficient is  $-10^{-6}$ . (a1)~(h1) Distorted images at different distortion centers  $(x_c, y_c)$ ; (a2)~(h2) undistorted images using the distortion coefficient  $k_1$  and the different distortion centers  $(x_c, y_c)$  estimated by the Hough lines voting method

实验测试平台的中央处理器(CPU)主频为 2.6 GHz, 内存容量为 2 G, 各算法的测试程序用 Matlab 软件编译完成。从表 1 中可以看出, 由于优化搜索畸变模型参数一般采用一定的搜索步长进行迭代求解, 计算量很大, 畸变参数优化搜索时间远大于根据估计出的畸变参数对图像进行校正的时间, 本算法采用地面离线标定畸变参数和机上在线校正相结合的方法, 能够节省大量优化搜索时间; 第 1 组图像 syn1c 只需要搜索畸变系数, 第 2 组图像 syn2c 需要搜索畸变系数和畸变中心坐标, 因此其搜索时间大于第 1 组图像; 文献[23]方法利用估计出的畸变参数对图像进行校正的速度较快, 但搜索过程中需要手动选择畸变曲线边缘, 耗时也较长。

### 3.2 变焦距镜头畸变参数标定与校正实验

为实现变焦距航空摄像机镜头非线性畸变快速校正算法, 需要在实验室对摄像机进行离线标定得到不同焦距下的镜头畸变模型参数值。实验中摄像机光学镜头的主要参数如下: 焦距范围为 3~50 mm, 接口尺寸为 1/3", 光圈系数  $F=1.4\sim 8$ ; 选用了 SONY 公司 FCB-EX48BP 型号 CCD 传感器, 有效像素为 752 pixel×582 pixel, 最大显示分辨率为 720 pixel×576 pixel, 像元尺寸为  $6.5\mu\text{m}\times 6.25\mu\text{m}$ 。采用包含 35×35 个黑白相间方格的棋盘图案作为平面模板进行标定, 图案大小为 350 mm×350mm, 分别拍摄不同焦距下的模板图像( $f=4.1, 5.6, 7.8, 13.2, 19.2, 29.0, 35.9, 43.0, 50.0$  mm), 然后采用 2.2 节的畸变模型参数估计算法求解各焦距对应的畸变参数, 重复计算 20 次取平均值作为参数估计结果, 得到畸变系数  $k_1$ 、畸变中心  $(x_c, y_c)$  与焦距  $f$  的关系如图 7(a), (b) 所示。



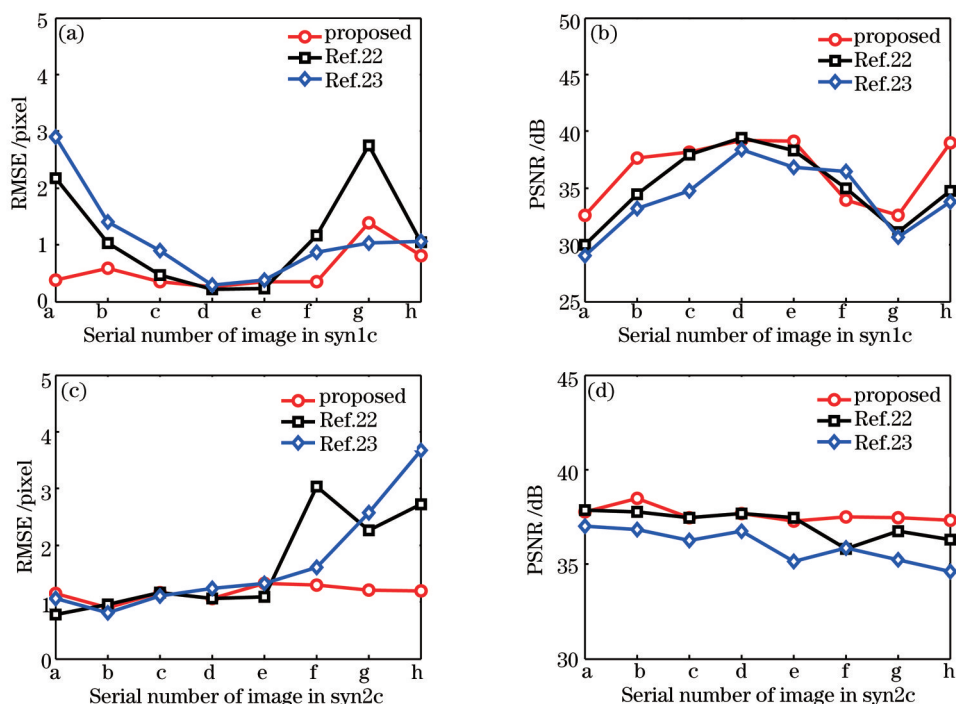


图6 人工合成畸变图像校正结果的RMSE和PSNR。(a) Syn1c的RMSE; (b) syn1c的PSNR; (c) syn2c的RMSE; (d) syn2c的PSNR  
Fig.6 RMSE and PSNR on the undistorted results of synthetic datasets. (a) RMSE on syn1c; (b) PSNR on syn1c; (c) RMSE on syn2c; (d) PSNR on syn2c

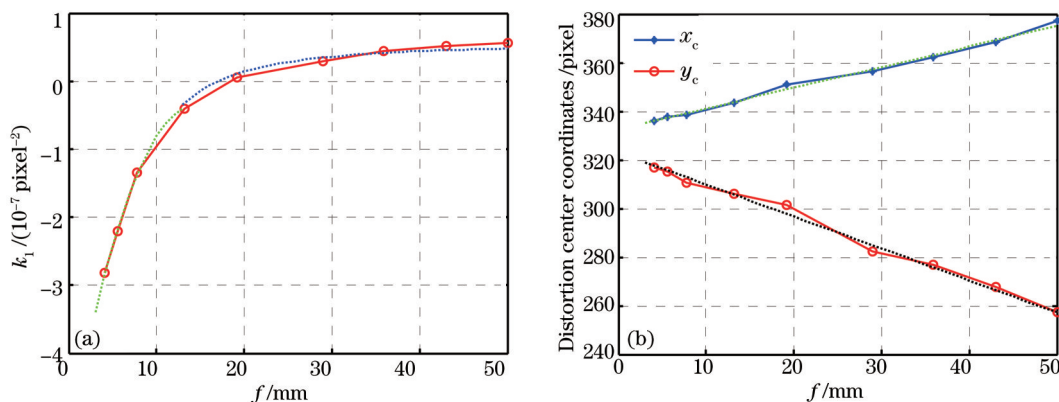


图7 变焦镜头畸变模型参数与焦距的关系。(a)畸变系数 $k_1$ 与焦距 $f$ 的关系; (b)畸变中心坐标 $(x_c, y_c)$ 与焦距 $f$ 的关系  
Fig.7 Zoom lens distortion model parameters as a function of focal length. (a) Relationship between distortion coefficient  $k_1$  and focal length  $f$ ; (b) relationship between lens distortion center coordinates  $(x_c, y_c)$  and focal length  $f$

从图7(a)可以看出,当 $f$ 从3~18 mm时, $k_1$ 是负值(桶形畸变);当 $f$ 从18~50 mm时, $k_1$ 是正值(枕形畸变)。对各焦距值 $f$ 对应的畸变系数 $k_1$ 进行曲线拟合,发现畸变系数 $k_1$ 与 $f$ 存在以下函数关系。

当 $3 \text{ mm} \leq f \leq 13 \text{ mm}$ 时, $k_1$ 近似为 $f$ 的二次函数[如图7(a)中绿色虚线所示],可描述为

$$k_1(f) = p \cdot f^2 + q \cdot f + r, \quad (15)$$

式中 $p = -2.3516 \times 10^{-9}$ ,  $q = 6.7492 \times 10^{-8}$ ,  $r = -5.2085 \times 10^{-7}$ 。

当 $13 \text{ mm} \leq f \leq 50 \text{ mm}$ 时, $k_1$ 近似为 $f$ 的二次有理函数[如图7(a)中蓝色虚线所示],可描述为

$$k_1(f) = \frac{a}{(f+b)^2} + c. \quad (16)$$

式中 $a = -2.349 \times 10^{-5}$ ,  $b = 2.491$ ,  $c = 5.949 \times 10^{-8}$ 。

从图7(b)可以看出,当焦距 $f$ 变化时畸变中心 $(x_c, y_c)$ 基本上位于一条直线上,畸变中心的像素坐标 $x_c, y_c$

与焦距 $f$ 的关系可近似用下式表示：

$$x_c \cdot f = m_1 \cdot f + n_1, y_c \cdot f = m_2 \cdot f + n_2, \quad (17)$$

式中  $m_1 = 0.8502, n_1 = 332.6718, m_2 = -1.3183, n_2 = 323.0909$ 。

实际在线校正时,通过传感器测量得到摄像机的实际工作焦距,代入畸变参数拟合曲线经验公式(15)~(17)式中计算出该焦距值对应的畸变系数和畸变中心坐标,然后根据图1中几何校正算法流程校正镜头畸变引起的非线性变形。或者利用不同焦距 $f$ 对应的畸变系数 $k_i$ 和畸变中心坐标值 $(x_c, y_c)$ 构造畸变参数查找表,通过查表得到实际工作焦距值相邻两个焦距值对应的畸变系数和畸变中心坐标,采用线性插值方法计算出该焦距值对应的畸变系数和畸变中心坐标,然后代入上述算法中校正镜头畸变引起的图像几何变形,图8为采用查表插值法得到不同焦距对应的畸变参数进行校正的结果。

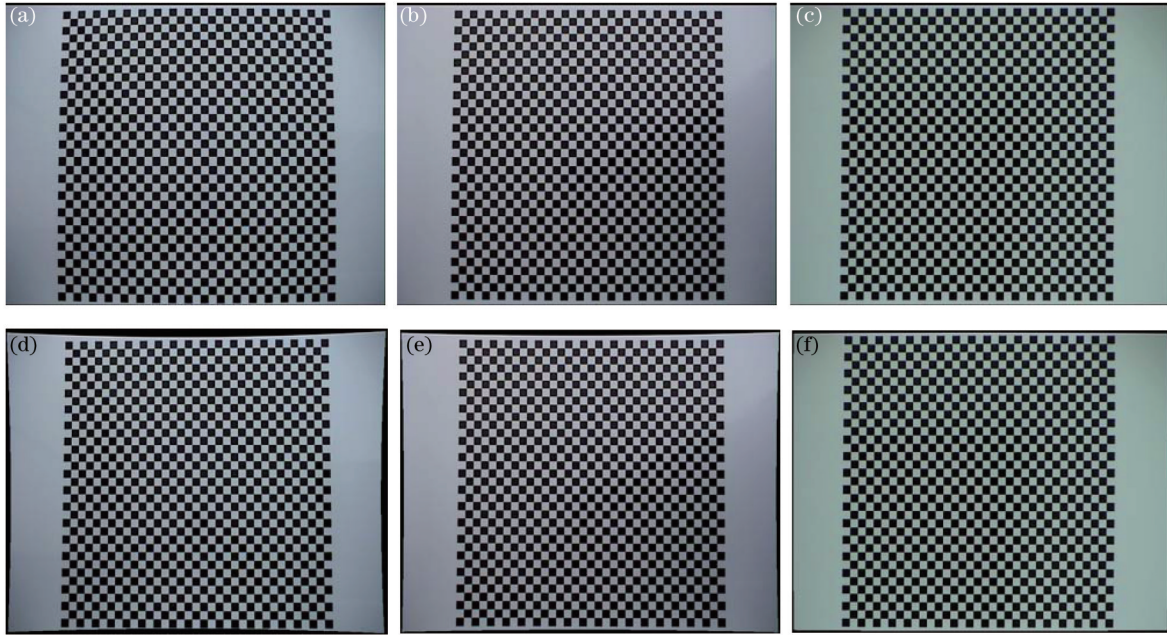


图8 不同焦距下模板图像的镜头畸变校正。(a) $f=5.0$  mm下拍摄的畸变图像;(b) $f=8.4$  mm下拍摄的畸变图像;(c) $f=40.0$  mm下拍摄的畸变图像;(d) $f=5.0$  mm的校正图像, $k_1=-2.422 \times 10^{-7}, (x_c, y_c)=(336.90, 316.50)$ ;(e) $f=8.4$  mm的校正图像, $k_1=-1.241 \times 10^{-7}, (x_c, y_c)=(339.82, 310.06)$ ;(f) $f=40.0$  mm的校正图像, $k_1=4.900 \times 10^{-8}, (x_c, y_c) = (366.78, 270.26)$

Fig.8 Lens distortion correction of template images at different focal lengths. (a) Distorted image with  $f=5.0$  mm; (b) distorted image with  $f=8.4$  mm; (c) distorted image with  $f=40.0$  mm; (d) undistorted image with  $f=5.0$  mm,  $k_1=-2.422 \times 10^{-7}, (x_c, y_c) = (336.90, 316.50)$ ; (e) undistorted image with  $f=8.4$  mm,  $k_1=-1.241 \times 10^{-7}, (x_c, y_c) = (339.82, 310.06)$ ; (f) undistorted image with  $f=40.0$  mm,  $k_1=4.900 \times 10^{-8}, (x_c, y_c) = (366.78, 270.26)$

从图8中可以看出,图8(a),(b)中不同程度的桶形畸变和图8(c)中的枕形畸变都得到了很好的校正。为定量分析上述几何校正算法在不同焦距下的校正精度,采用Harris算法提取校正前后图像中棋盘图案角点作为检验点,根据文献[24]的方法逆向重建得到理想无畸变图像作为参考图像,假设原始图像中心为参考点最近邻的四点内的图像畸变无穷小可忽略,通过离图像中心最近邻的4个角点为基准,以每个点之间相应距离为参考,逐点恢复出理想无畸变图像中各角点的位置,然后根据(13)式计算上述3幅图像校正前后各检验点位置的行残差 $dy$ 和列残差 $dx$ 如图9(a)~(b)所示,为验证上述畸变参数拟合曲线经验公式的准确性,根据经验公式(15)~(17)式计算出不同焦距下的畸变参数对图像进行校正,校正后的行、列残差如图9(c)所示。为了与其他方法进行对比,采用文献[8-9]提出的基于张正友标定法的图像畸变校正方法进行校正,首先对上述每个焦距值分别采集一组图像,每组图像25张,采用Matlab软件的Camera Calibration Toolbox工具箱对不同焦距下的畸变模型参数分别进行标定,然后根据标定的畸变参数对上述3幅图像进行校正,校正后的行、列残差如图9(d)所示。根据(13)式计算各校正图像的均方根误差RMSE如表2所示。

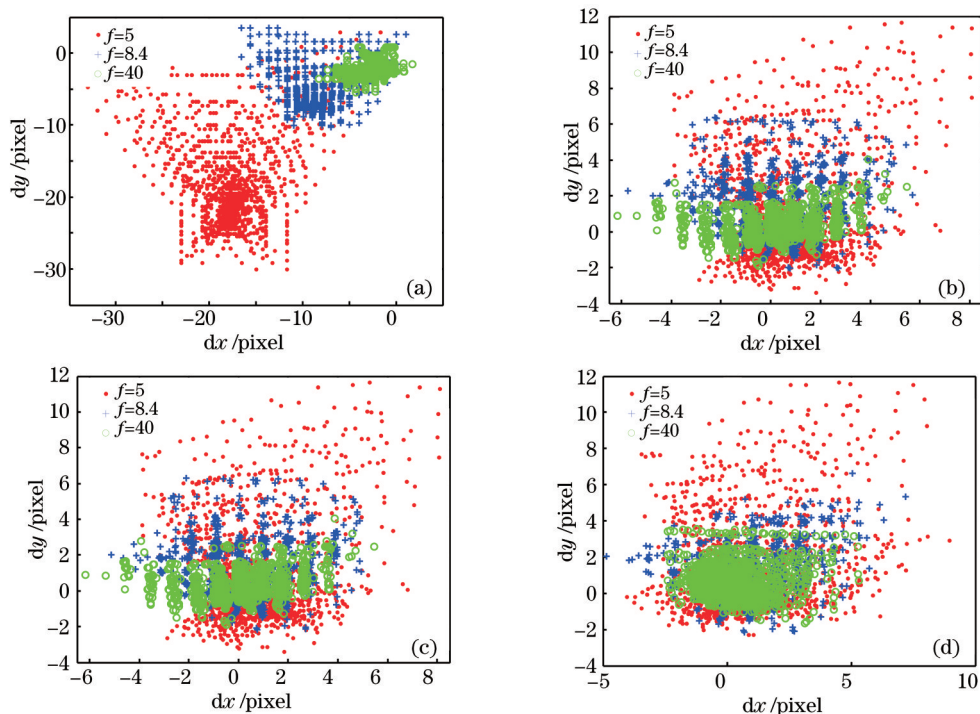


图9 图像校正前后的行、列残差。(a)原始畸变图像中各检验点的行、列残差;(b)查表插值法校正图像的行、列残差;(c)曲线拟合经验公式法校正图像的行、列残差;(d)文献[8-9]标定法校正图像的行、列残差  
 Fig.9 Row and column residual errors in distorted and undistorted image. (a) Row and column residual errors in distorted image; (b) row and column residual errors in undistorted image using lookup table method; (c) row and column residual errors in undistorted image using curve fitting empirical formulas method; (d) row and column residual errors in undistorted image using camera calibration method in Refs.[8-9]

表2 本算法和文献[8-9]算法的实验结果对比

Table 2 Results comparison of the proposed algorithm and the algorithm from Refs.[8-9]

	RMSE / pixel			Average RMSE /pixel	Average time /s
	$f=5.0$ mm	$f=8.4$ mm	$f=40.0$ mm		
Distorted image	26.2646	11.2916	3.8752	13.8104	
Correction using lookup table method	3.7854	2.5745	1.8338	2.7375	4.8557 <sup>a</sup>
Correction using empirical formulas method	3.7754	2.4514	1.8195	2.6821	4.8256 <sup>b</sup>
Correction using calibration method in Refs.[8-9]	3.9703	2.4706	1.6457	2.6955	7.9931 <sup>c</sup>

a,b: include the online distortion correction time but does not include the offline time to calculate the distortion parameter table or the curve fitting empirical formulas. c: include time to correct lens distortion but does not include time of camera calibration.

从图9中可以看出,按上述几种方法校正后,图像各检验点的行、列残差明显减小,并且近似以原点为中心呈对称分布,查表插值法和曲线拟合法校正图像的行、列残差分布大致相同,从表2可以看出,曲线拟合法的平均校正均方差略小于查表插值法,这两种方法均和张正友标定法的校正精度相当,这从侧面说明了几何校正方法的准确性以及变焦距镜头畸变参数曲线拟合公式的正确性。基于除式模型的校正方法仅考虑了径向畸变,实际拍摄图像中还存在很小的切向畸变和薄棱镜畸变,因此表2中实际拍摄的模板图像校正均方差略大于表1中人工合成畸变图像的校正均方差,更接近于实际校正精度。由于模板图像的大小略大于合成畸变图像,因此校正时间略大于表1中的校正时间,本算法采用地面离线估计畸变参数和机上在线校正的方法,能够节省表1中搜索畸变模型参数的大量时间。为提高映射效率和节省内存空间,几何校正通常先采用原始图像到校正图像的正向映射确定校正图像的大小,然后根据校正图像到原始图像的逆向映射,结

合双线性插值方法进行亮度重采样得到校正图像,摄像机标定一般采用 Brown 提出的多项式畸变模型,计算正、逆向映射关系复杂,计算量大,采用和推导的除式镜头畸变模型的正、逆向映射关系计算效率较高,校正速度平均比基于二次多项式畸变模型的摄像机标定校正方法快 3 s。实验测试平台的 CPU 主频为 2.6 GHz,内存容量为 2 G,各算法的测试程序在 Matlab 软件中编译完成。

由于变焦距航空镜头的非线性畸变特性随焦距变化而变化,摄像机标定方法同时考虑了摄像机的内、外参数,一方面在优化搜索过程中畸变参数与摄像机的内外参数耦合易导致求解过程不收敛或收敛于局部极小值,导致摄像机参数辨识不准确,另一方面由于包含参数较多难以发现畸变参数随焦距变化的规律,只要焦距发生变化,就需要重新进行繁琐耗时的摄像机标定过程,难以实现机上实时校正。采用单参数除式镜头畸变模型,将畸变模型与摄像机模型分离,根据直线投影不变性进行优化搜索得到若干离散焦距值下的畸变模型参数,研究得到了畸变系数和畸变中心随焦距变化的经验公式,实际在线校正时根据摄像机内部传感器测量得到摄像机的实际工作焦距值,代入上述经验公式可计算得到任意连续焦距下的畸变参数,对不同焦距下拍摄的图像实施校正,避免了摄像机标定中的大量人工操作,提高了校正的自动化程度,可以映射到现场可编程门阵列(FPGA)中,用硬件计算在速度上的优势来满足实时性系统的处理需求,从而实现机上在线实时校正。

### 3.3 实际航空图像的校正实验

应用上述几何校正算法对航空摄像机在不同焦距下拍摄得到的实景图像进行进行校正,图 10(a),(c)分别是在  $f=3.6\text{ mm}$  和  $f=9.9\text{ mm}$  下拍摄的原始图像,可以看出图 10(a),(c)中畸变图像的道路中心线发生了不同程度的弯曲,根据变焦距镜头畸变参数经验(15)~(17)式计算出各焦距对应的畸变参数进行校正,在校正后的图 10(b),(d)图像中直线性均恢复良好,整体校正效果比较理想,且色彩还原较好,无失真,清晰度没有降低,图像质量得到提高,整个计算过程用时分别为 5.1114 s 和 4.8892 s。

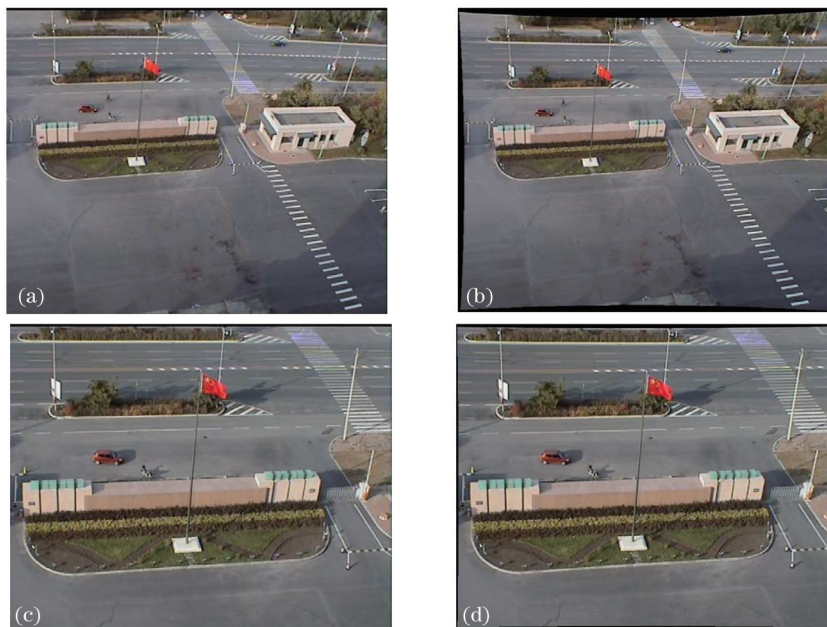


图 10 不同焦距下拍摄的实景图像校正。(a)  $f=3.6\text{ mm}$  下拍摄的畸变图像;(b)  $f=3.6\text{ mm}$ ,  $k_1=-3.080\times 10^{-7}$ ,  $(x_c, y_c)=(335.75, 318.61)$  时的校正图像;(c)  $f=9.9\text{ mm}$  下拍摄的畸变图像;(d)  $f=9.9\text{ mm}$ ,  $k_1=-8.200\times 10^{-8}$ ,  $(x_c, y_c)=(341.16, 309.95)$  时的校正图像  
Fig.10 Correction of physical distortion images captured at different focal lengths. (a) Distorted image with  $f=3.6\text{ mm}$ ; (b) undistorted image with  $f=3.6\text{ mm}$ ,  $k_1=-3.080\times 10^{-7}$ ,  $(x_c, y_c)=(335.75, 318.61)$ ; (c) distorted image with  $f=9.9\text{ mm}$ ; (d) undistorted image with  $f=9.9\text{ mm}$ ,  $k_1=-8.200\times 10^{-8}$ ,  $(x_c, y_c)=(341.16, 309.95)$

## 4 结 论

由于变焦距航空摄像机的非线性畸变特性随焦距变化而变化,采用传统摄像机标定方法实现变焦距镜

头畸变的实时校正很困难,提出一种基于除式畸变模型和直线投影不变性的快速校正方法。该方法根据单参数除式模型校正镜头畸变,利用变焦距镜头畸变参数范围内不同畸变参数校正图像,采用 Hough 变换检测校正图像中的直线边缘,计算边缘点到理想直线的距离构造线性度投票函数作为畸变测度,采用变步长优化搜索方法准确估计出畸变系数和畸变中心坐标,对图像进行校正。对人工合成畸变图像库的校正结果表明该方法能准确估计出畸变模型参数,对畸变系数较大、畸变中心偏离图像中心较远等图像变形较严重的情况具有较好的稳健性。为避免实际飞行校正实验中对图像直线特征的依赖性和节省畸变参数的优化搜索时间,提出采用有限离散焦距的畸变参数样本估计任意连续焦距的畸变参数,在地面对平行直线或棋盘图案模板拍摄若干焦距下的畸变图像,采用上述算法估计出不同焦距下的镜头畸变参数,根据实验数据分析了畸变参数随焦距变化的规律:当焦距变化时,畸变中心基本位于一条直线上;当焦距较小时,畸变系数为负值对应桶形畸变,与焦距近似满足二次多项式关系;当焦距较大时,畸变系数为正值对应枕形畸变,与焦距近似满足二次有理函数关系,根据上述畸变参数与焦距之间的关系,可计算出任意连续焦距值对应的畸变参数,然后根据单参数除式镜头畸变校正模型对图像进行校正,大大提高了校正速度和自动化程度。对任意 3 个焦距下拍摄的模板图像的校正实验表明,校正后图像均方根误差变小,平均均方差约为 2.68 pixel,平均校正时间约为 4.82 s。对不同焦距拍摄的外景图像校正实验表明,该方法能快速准确校正不同焦距下镜头的不同程度非线性变形,校正效果较好,计算效率高,可以映射到 FPGA 中,便于硬件自动化实现,为后续实现航空变焦距摄像机非线性畸变机上实时校正的工程化应用打下良好基础。

## 参 考 文 献

- 1 Gao Duorui, Zhong Liujun, Zhao Zhao, *et al.*. Zoom optical system design based on Matlab [J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(4): 0416002.  
高铎瑞, 钟刘军, 赵 昭, 等. 基于 Matlab 的变焦光学系统设计[J]. 中国激光, 2014, 41(4): 0416002.
- 2 Li Hongzhuang, Zhang Zhenduo, Cao Jingtai, *et al.*. Design of zoom optical system with long focal length and super-high zoom ratio [J]. Acta Photonica Sinica, 2012, 41(3): 358–363.  
李宏壮, 张振铎, 曹景太, 等. 长焦距超高倍率变焦距光学系统设计[J]. 光子学报, 2012, 41(3): 358–363.
- 3 Lü Bo, Liu Weiqi, Kang Yusi, *et al.*. Design of all spherical surfaces zoom lithographic system [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0622001.  
吕 博, 刘伟奇, 康玉思, 等. 全球面变焦距光刻系统设计[J]. 光学学报, 2013, 33(6): 0622001.
- 4 Zeng Xuefeng, Yan Feng, Xue Donglin, *et al.*. Distortion correction in testing of off-axis asphere with computer-generated hologram [J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(11): 1109003.  
曾雪峰, 闫 锋, 薛栋林, 等. 计算全息图补偿检测离轴非球面中的投影畸变校正技术[J]. 中国激光, 2013, 40(11): 1109003.
- 5 Yao Na, Lin Zhaorong, Ren Chaofeng, *et al.*. A distortion model suitable for nonlinear distortion correction of digital video camera [J]. Laser Optoelectronics Progress, 2014, 51(2): 022204.  
姚 娜, 林招荣, 任超锋, 等. 一种适合摄像机非线性畸变校正的畸变模型[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(2): 022204.
- 6 Wu Ziyang, Richard J Radke. Keeping a pan-tilt-zoom camera calibrated [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(8): 1994–2007.
- 7 R Y Tsai. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses [J]. IEEE J Robotics Autom, 1987, 3(4): 323–344.
- 8 Xiang Haitao, Tian Lei. Method for automatic georeferencing aerial remote sensing (RS) images from an unmanned aerial vehicle (UAV) platform [J]. Biosyst Eng, 2010, 108(2): 104–113.
- 9 Xu Fang, Liu Jinghong, Wang Xuan. The study on distortion correction method for CCD image based on calibration [J]. Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays, 2013, 33(9): 2623–2626.  
徐 芳, 刘晶红, 王 宣. 基于标定的 CCD 图像畸变校正方法研究[J]. 液晶与显示, 2013, 33(9): 2623–2626.
- 10 Huang Junhui, Wang Zhao, Xue Qi, *et al.*. Calibration of camera with rational function lens distortion model [J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(5): 0508001.  
黄军辉, 王 昭, 薛 琦, 等. 基于有理函数式镜头畸变模型的摄像机标定[J]. 中国激光, 2014, 41(5): 0508001.
- 11 Song Gwang Yul, Lee Joon Woong. Correction of radial distortion based on line-fitting [J]. Int J Control Autom, 2010, 8(3): 615–

- 621.
- 12 Chen Tianfei, Ma Zi, Wu Xiang, *et al.*. Robust correction method for camera lens distortion [J]. Control and Decision, 2013, 28(3): 461-465.  
陈天飞, 马 孜, 吴 翔, 等. 摄像机镜头畸变的稳健校正方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(3): 461-465.
- 13 Xu Song, Sun Xiuxia, Liu Shuguang, *et al.*. Model reference approaching method of camera distortion calibration [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(7): 0715001.  
徐 嵩, 孙秀霞, 刘树光, 等. 摄像机畸变标定的模型参考逼近方法[J]. 光学学报, 2013, 33(7): 0715001.
- 14 Ai Saijiang, Wang Xiang, Ma Mengchao, *et al.*. A method for correcting non-linear geometric distortion in ultra-wide-angle imaging system [J]. Optik, 2013, (124): 7014-7021.
- 15 Zhang Zhengyu, Huang Shijie, Luo Chuan, *et al.*. Nonlinear distortion correction of camera based on coplanar condition equations [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(1): 0115002.  
张征宇, 黄诗捷, 罗 川, 等. 基于共面条件的摄像机非线性畸变自校正[J]. 光学学报, 2012, 32(1): 0115002.
- 16 Liu Dan, Liu Xuejun, Wang Meizhen. Automatic approach of lens radial distortion correction based on vanishing points [J]. Journal of Image and Graphics, 2014, 19(3): 407-413.  
刘 丹, 刘学军, 王美珍. 由灭点进行径向畸变的自动校正[J]. 中国图象图形学报, 2014, 19(3): 407-413.
- 17 Faisal Bukhari, Matthew N Dailey. Automatic radial distortion estimation from a single image [J]. J Math Imaging Vis, 2013, 45(1): 31-45.
- 18 D C Brown. Decentering distortion of lenses [J]. Photogram Eng Rem S, 1966, 32(3): 444-462.
- 19 D C Brown. Close-range camera calibration [J]. Photogram Eng Rem S, 1971, 37(8): 855-866.
- 20 T Rahman, N Krouglicof. An efficient camera calibration technique offering robustness and accuracy over a wide range of lens distortion [J]. IEEE Trans Image Process, 2012, 21(2): 626-637.
- 21 A W Fitzgibbon. Simultaneous linear estimation of multiple view geometry and lens distortion [C]. Proc 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2001, 1: 125-132.
- 22 Jinhai Cai, Stan Miklavci. Automatic curve selection for lens distortion correction using Hough transform energy [C]. 2013 IEEE Workshop on Applications of Computer Vision (WACV), 2013. 455-460.
- 23 Luis Alvarez, Luis Gómez, J Rafael Sendra. An algebraic approach to lens distortion by line rectification [J]. J Math Imaging Vis, 2009, 35(1): 36-50.
- 24 Junhee Park, Seong Chan Byun, Byung-Uk Lee. Lens distortion using ideal image coordinates [J]. IEEE Trans Consumer Electron, 2009, 55(3): 987-991.

栏目编辑: 韩 峰