

基于动态 Allan 方差的光纤陀螺随机误差分析及 算法改进

张 谦 王 玮 王 蕾 高鹏宇

北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 北京 100191

摘要 为了全面了解光纤陀螺(FOG)各项随机误差随时间的变化特性,利用动态 Allan 方差(DAVAR)方法对光纤陀螺输出信号进行了分析研究。结果表明,与经典 Allan 方差对光纤陀螺随机误差的分析相比较,DAVAR 不仅能准确地评估光纤陀螺各项误差,而且能够直观地反映光纤陀螺各项误差随时间变化的稳定性;由于 DAVAR 需要估计出陀螺信号各个时间点的 Allan 方差,因此其具有随着分析数据量增大、运算耗时急剧增加的缺点。为此提出了一种基于选择相关时间序列 τ 的改进型快速 DAVAR 的计算方法。实验证明,在不影响 DAVAR 运算结果的前提下,改进型快速 DAVAR 算法在大数据量分析时有效提高了运算效率。

关键词 光纤光学;光纤陀螺;动态 Allan 方差;快速动态 Allan 方差;随机误差

中图分类号 V241.5 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201535.0406003

Research on Random Errors of Fiber Optic Gyro Based on Dynamic Allan Variance and Algorithm Improvement

Zhang Qian Wang Wei Wang Lei Gao Pengyu

School of Instrument Science and Optoelectronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China

Abstract In order to comprehensively understand the characteristics of random drift of fiber optic gyro (FOG) varying with time, the characteristics of the random error terms of FOG utilizing the dynamic Allan variance (DAVAR) method are studied. The results show that, the DAVAR not only can accurately assess each error of FOG, but also can directly reflect the error stability of FOG. As the DAVAR needs to estimate the Allan variances at all time points, the computational time of the DAVAR grows very quickly with the increase of the analyzed time series. In order to solve the problem, a improved fast DAVAR algorithm based on the choice of relevant time τ for the computation of the DAVAR is proposed. The results show that the improved fast DAVAR algorithm dramatically reduces the computational time without affecting operation results.

Key words fiber optics; fiber optic gyro; fast dynamic Allan variance; dynamic Allan variance; random error

OCIS codes 060.2800; 060.2370; 120.4800

1 引 言

光纤陀螺(FOG)是一种以 Sagnac 效应为基础的新型全固态惯性器件,以其可靠性高、启动快、重量轻、动态范围大、精度覆盖面广、抗冲击震动等优点,在众多军用、民用领域中具有广阔的应用前景^[1-4]。在光纤陀螺工作过程中,存在量化噪声、角度随机游走、零偏不稳定性等环境变化引起的大量随机噪声^[5]。对这些噪声的分析研究有助于提高光纤陀螺的工程应用精度。Allan 方差是 20 世纪 60 年代由美国国家标准局的 David Allan 为

收稿日期: 2014-11-10; 收到修改稿日期: 2014-12-04

基金项目: 航空科学基金(20110851007)、中航产学研创新基金项目(cxy2011BH03)

作者简介: 张 谦(1989—),男,博士研究生,主要从事光纤陀螺、惯性导航等方面的研究。E-mail: victoryqian175@163.com

导师简介: 冯培德(1941—),男,教授,中国工程院院士,主要从事飞行器导航、制导、控制等方面的研究。

E-mail: pdfeng@126.com

研究振荡稳定性而提出的,这种方法的特点是能够比较容易地对各种误差源统计特性进行细致的表征和辨识。Allan 方差的优点体现在能够处理理想的平稳信号,但在实际情况中,光纤陀螺会因为对环境变化的敏感性而使其信号的动态误差随时间随机变化且不易预测^[6]。动态 Allan 方差(DAVAR)是经典 Allan 方差的一个扩展。它的基本思想是分别计算信号在不同时段内的 Allan 方差,并将所有的结果都绘制在同一幅三维(3D)图上,因此陀螺随机信号的评定不再局限于 Allan 方差的二维(2D)曲线描述^[7]。考虑到一般所要处理的光纤陀螺数据量大以及 DAVAR 的运算复杂、计算时间长的特点,Galleani 等^[8-9]提出一种基于递推的 DAVAR 快速计算方法,有效提高了数据分析的效率。本文在此基础上提出了一种基于选择相关时间 τ 的改进型快速 DAVAR 计算方法。经过实验验证,该方法在原有基础上可以将 DAVAR 的运算时间再次缩短。

2 Allan 方差和 DAVAR 原理

2.1 Allan 方差原理

设以采样时间 τ_0 对陀螺输出角速率进行采样,把所得的 N 个采样数据分成 K 组,每组包含 m 个采样点,则所有陀螺输出角速率可以表示为

$$\underbrace{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m}_{k=1}, \dots, \underbrace{\omega_{N-m+1}, \omega_{N-m+2}, \dots, \omega_N}_{k=K}. \quad (1)$$

每组的采样时间为 $\tau = m\tau_0$, 称为相关时间。每组的角速率均值可以表示为

$$\bar{\Omega}_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \omega_{(k-1)m+i}, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (2)$$

则经典 Allan 方差可以表示为

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{\Omega}_{k+1} - \bar{\Omega}_k)^2 \rangle = \frac{1}{2(K-1)} \sum_{k=1}^{K-1} (\bar{\Omega}_{k+1} - \bar{\Omega}_k)^2, \quad (3)$$

式中 $\langle \rangle$ 表示求总体平均。通过调节相关时间 τ 的大小可以得到 $\sigma_A^2(\tau) \sim \tau$ 的变化曲线,其双对数曲线即为 Allan 方差曲线^[10]。

2.2 Allan 方差估计误差

理论上,Allan 方差是对随机过程的一种基于时域的分析方法。但由于实际应用时的数据样本总是有限的,因此 Allan 方差被认为是一种估计,服从一定的概率分布。研究表明,Allan 标准差估计 $\hat{\sigma}_A^2(\tau)$ 的 1σ 均方误差可近似表示为

$$E_A(\tau) = \frac{|\hat{\sigma}_A^2(\tau) - \sigma_A^2(\tau)|}{\sigma_A^2(\tau)} \approx \frac{1}{\sqrt{2(N/m-1)}} \times 100\%, \quad (4)$$

式中 N 为采样数据个数, N/m 为分组数。可以看出,分组数越少,Allan 方差估计误差越大。

2.3 DAVAR 原理

光纤陀螺一般是以角增量的形式作为输出,因此其 Allan 方差也可以用输出角度的形式表示,即

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{\Omega}_{k+1} - \bar{\Omega}_k)^2 \rangle = \frac{1}{2\tau^2} \langle [\theta(n+2m) - 2\theta(n+m) + \theta(n)]^2 \rangle = \frac{1}{2m^2\tau_0^2} \frac{1}{N-2m} \sum_{n=0}^{N-2m-1} [\theta(n+2m) - 2\theta(n+m) + \theta(n)]^2, \quad (5)$$

式中 $\theta(n)$ 表示 n 时刻的角度值。

DAVAR 的定义如下:对于具有时变特性的随机信号 $\theta(t)$,在不同的时间段内重复估计信号的 Allan 方差。例如在时间点 t ,以长度为 N_w 的矩形窗截断随机信号 $\theta(t)$,估计此截断信号的 Allan 方差。在每个时间点 t 做同样的分析,综合每个时间间隔内获得的 Allan 方差值,即可得到随机信号的 DAVAR^[11-12]。

Allan 方差是在给定不同相关时间 τ 的情况下得到 $\sigma_A^2(\tau)$ 随 τ 变化的二维曲线,并用此描述信号的误差特性;而 DAVAR 是给定时间序列 t 和相关时间 τ 的情况下得到的三维图形,并用此描述随机信号随时间变化的误差特性。因此可以定义 DAVAR 为随时间变化的 Allan 方差曲线簇,即

$$\sigma_A^2(n, m) = \frac{1}{2m^2\tau_0^2} \frac{1}{N_w - 2m} \times \sum_{k=n-N_w/2}^{n+N_w/2-2m-1} [\theta(k+2m) - 2\theta(k+m) + \theta(k)]^2, \quad (6)$$

式中 N_w 为所选矩形框长度; $m = 1, 2, \dots, N_w/2 - 1$ 。

2.4 光纤陀螺的误差模型

光纤陀螺的随机误差主要包括量化噪声(QN)、角度随机游走(ARW)、零偏不稳定性(BI)、角速率随机游走(RRW)、速率斜坡(RR)5种噪声^[13]。

1) 量化噪声:由光纤陀螺的数字特性引起,代表了光纤陀螺的最低分辨率。量化噪声的Allan方差为

$$\sigma_{QN}^2(\tau) = \frac{3Q^2}{\tau^2}, \quad (7)$$

式中 Q 为量化系数。

2) 角度随机游走:主要来源于光子的自发辐射、探测器的散粒噪声以及其他相关时间比采样周期短的高频噪声。角度随机游走的Allan方差为

$$\sigma_{ARW}^2(\tau) = \frac{C^2}{\tau}, \quad (8)$$

式中 C 为角度随机游定系数。

3) 零偏不稳定性:主要来源于光纤陀螺中的放电组件噪声、环境噪声,以及产生随机闪烁的组件。零偏不稳定性噪声的Allan方差为

$$\sigma_{BI}^2(\tau) = \frac{B^2 \cdot 2 \ln 2}{\pi}, \quad (9)$$

式中 B 为零偏不稳定性系数。

4) 角速率随机游走:一种没有确定来源的随机过程,当指数互相关过程的互相关时间很长时可表现为此类噪声。角速率随机游走的Allan方差为

$$\sigma_{RRW}^2(\tau) = \frac{P^2 \cdot \tau}{3}, \quad (10)$$

式中 P 为角速率随机游走系数。

5) 速率斜坡:由于光纤陀螺的光源强度呈极慢的单调变化,并持续很长时间而表现出来的一种噪声。也可能是平台保持非常小的加速度进而表现为光纤陀螺的真实输入。速率斜坡的Allan方差为

$$\sigma_{RR}^2(\tau) = \frac{R^2 \cdot \tau^2}{2}, \quad (11)$$

式中 R 为速率斜坡系数。

假设各噪声源统计独立,则计算得到的Allan方差是各类型误差的平方和。即

$$\sigma_A^2(\tau) = \sigma_{QN}^2(\tau) + \sigma_{ARW}^2(\tau) + \sigma_{BI}^2(\tau) + \sigma_{RRW}^2(\tau) + \sigma_{RR}^2(\tau), \quad (12)$$

式中各误差项都可表示为正比于相关时间 τ 的 $-2 \sim +2$ 次幂的系数表达式,因此(12)式可以写成

$$\sigma_A^2(\tau) = \sum_{l=-2}^2 A_l^2 \tau^l. \quad (13)$$

由于各噪声系数的量级一般都比较小,为了提高Allan方差曲线的拟合精度,可以将(13)式近似写成一次多项式的形式,即

$$\sigma_A(\tau) = \sum_l A_l \tau, \quad (14)$$

此时各噪声系数的斜率为 $l = -1, -1/2, 0, 1/2, 1$ 。

3 实测数据分析

图1为在室温下采集的零偏不稳定性小于 $0.007^\circ/\text{h}$ (100 s 平均)、角度随机游走系数小于 $0.001^\circ/\sqrt{\text{h}}$ 的某型号光纤陀螺的数据,并由(3)式和(6)式可以分别计算信号的Allan方差和DAVAR。通过最小二乘拟合Allan方差曲线可以得到整个信号的各种漂移误差系数。

由图2可以看出,光纤陀螺Allan方差曲线上没有表现出斜率为 -1 的曲线段,说明陀螺信号中的量化噪声比较小,该结果与表1所示的拟合噪声系数结果相符合;Allan方差估计的陀螺角度随机游走系数 C 基本

符合陀螺性能指标;由于图2中斜率为0的曲线段处于相关时间 τ 在300~500之间,所以对应计算的零偏不稳定性系数 B 小于陀螺给出的100 s平均所得指标,将原始数据进行400 s平均计算零偏不稳定性为 $0.0026^\circ/h$,与Allan方差所估参数吻合,说明Allan方差能够对光纤陀螺随时间变化小的误差参数进行准确地辨识。但是,从图2中没有明显表现出斜率为+1的曲线段,而在表1中却能够看到速率斜坡的噪声系数比较大。这是由于Allan方差曲线图描述的是信号的总体噪声情况,部分细节可能会被淹没。从图3的DAVAR中能够看到,随着时间的变化,表示速率斜坡的斜率为+1的曲线段开始慢慢出现,这说明了光纤陀螺信号具有随时间变化的不稳定性,也充分体现了DAVAR在光纤陀螺随机噪声分析中的作用。

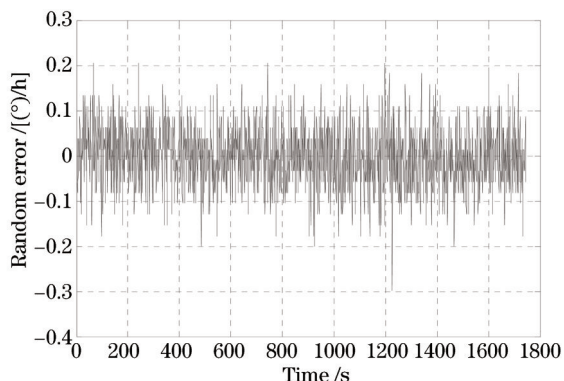


图1 光纤陀螺随机误差输出

Fig.1 Random errors of FOG

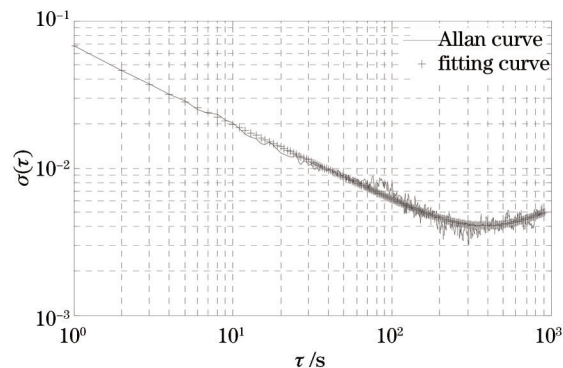


图2 光纤陀螺的Allan方差图

Fig.2 FOG Allan variance results

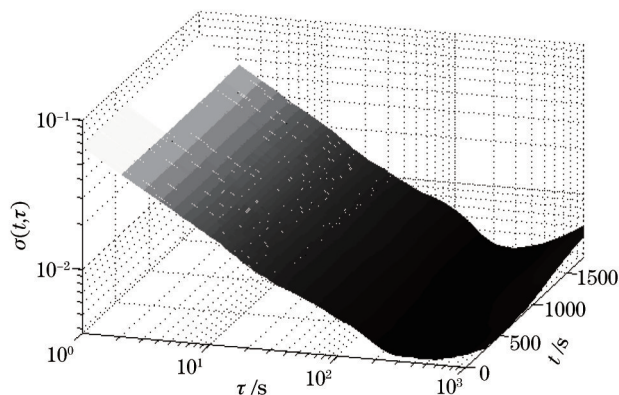


图3 光纤陀螺的DAVAR图

Fig.3 FOG DAVAR results

表1 拟合Allan方差的陀螺噪声系数

Table 1 Fitting error coefficients of Allan variance

Error	Coefficient of error
$Q / (^\circ)$	4.0794263×10^{-6}
$C / [(^\circ)/\sqrt{h}]$	0.00103727746
$B / [(^\circ)/h]$	0.0027971057
$P / [(^\circ)/h^{3/2}]$	0.016245857
$R / [(^\circ)/h^2]$	0.0080067654

4 快速DAVAR算法

DAVAR是基于计算信号在各个时间点上的Allan方差来定性描述信号各种误差随时间变化的方法。在计算DAVAR的过程中需要重复计算大量的Allan方差,因此其计算具有数据量大、运算速度慢等缺点。文献[8]中提到一种基于递推算法的快速DAVAR计算方法,运算效率相对提高,在此基础上从相关时间 τ 的选

择方面对其进行再优化,使得 DAVAR 运算速率进一步提高。

4.1 DAVAR 递归算法

由 2.3 中所述的 DAVAR 原理,在长度为 N_w 的矩形窗在信号 $\theta(t)$ 上移动截取数据时,每移动一个时间节点,所截取的数据段中有 $N_w - 1$ 个数据与在上一个时间节点截取的数据是重叠的。因此,此时刻的 Allan 方差可由上一时刻的已经计算得到的 Allan 方差经过简单运算得到。所以重新表示 DAVAR 的计算公式应为

$$\sigma_A^2(n, m) = \frac{1}{2m^2 \tau_0^2} \frac{1}{N_w - 2m} \sum_{k=n-N_w/2}^{n+N_w/2-2m-1} \Delta_m^2(k), \quad (15)$$

式中 $\Delta_m(k) = \theta(k + 2m) - 2\theta(k + m) + \theta(k)$ 。下一时间节点的 DAVAR 可以表示为

$$\sigma_A^2(n + 1, m) = \frac{1}{2m^2 \tau_0^2} \frac{1}{N_w - 2m} \sum_{k=n-N_w/2+1}^{n+N_w/2-2m} \Delta_m^2(k) = \frac{1}{2m^2 \tau_0^2} \frac{1}{N_w - 2m} \left[\sum_{k=n-N_w/2}^{n+N_w/2-2m-1} \Delta_m^2(k) + \Delta_m^2(n + N_w/2 - 2m) - \Delta_m^2(n - N_w/2) \right]. \quad (16)$$

将(15)式和(17)式对比可得到如下递归公式:

$$\sigma_A^2(n + 1, m) = \sigma_A^2(n, m) + \frac{1}{2m^2 \tau_0^2} \frac{1}{N_w - 2m} \times [\Delta_m^2(n + N_w/2 - 2m) - \Delta_m^2(n - N_w/2)], \quad (17)$$

由(16)式可知:

$$\Delta_m(n + N_w/2 - 2m) = \theta(n + N_w/2) - 2\theta(n + N_w/2 - m) + \theta(n + N_w/2 - 2m), \quad (18)$$

$$\Delta_m(n - N_w/2) = \theta(n - N_w/2 + 2m) - 2\theta(n - N_w/2 + m) + \theta(n - N_w/2). \quad (19)$$

由以上讨论可知,当 DAVAR 的计算从时刻 n 推移到 $n + 1$,只需在时刻 n 的 Allan 方差基础上减去采样点 $\theta(n - N_w/2)$ 的 Allan 方差,再加上采样点 $\theta(n + N_w/2 - 2m)$ 的 Allan 方差就可以得到,这样可以一定程度上缩短 DAVAR 的运算时间。

4.2 相关时间 τ 的选择

DAVAR 递归算法是将相邻时间点上的 Allan 方差计算联系起来,使得每次计算 Allan 方差之间的时间缩短,可以认为是从(6)式中“ n ”的方面缩短了 $\sigma_A^2(n, m)$ 的运算时间,在此基础上提出一种改进型快速 DAVAR 算法,将从(6)式中“ m ”的方面进一步缩短运算时间。

由 2.1 中所述 Allan 方差的计算方法,相关时间序列以 $\tau = m\tau_0$ 进行选择,即 τ 为线性序列,在普通坐标系中均匀分布。而 Allan 方差图为双对数曲线图,此时 τ 在对数坐标系中分布会变得不均匀。设对 $N = 10000$ 的一组采样进行 Allan 方差分析,相关时间 τ 为线性序列,其在对数坐标中的分布如图 4 所示。随着 τ 取值的不断增大, τ 在对数坐标中的分布会越来越密,Allan 方差的计算量也同时增加,但此时对 Allan 方差双对数图绘制的作用却越来越小。

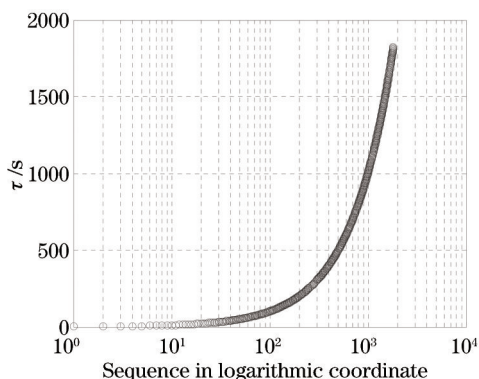


图 4 线性序列 τ 在对数坐标中的分布

Fig.4 Linear sequence τ distribution in logarithmic coordinate system

由于 DAVAR 的作用是定性地描述信号 Allan 方差随时间的变化趋势,因此,可以在不影响 Allan 方差估计精度的前提下适当选择性减少相关时间 τ 的个数,使得序列 τ 在对数坐标系下基本呈均匀线性分布,从而

可以节省 Allan 方差的运算量。

序列 τ 可通过指数函数 $\tau(i) = \tau_{\text{con}} \tau_g^{i-1}$ ($i = 1, 2, 3, \dots$) 选择。只要选定了指数函数的底数 τ_g , 当 i 为线性变化时, τ 在对数坐标中也线性均匀分布。考虑到 Allan 方差的估计精度, 设 Allan 方差估计误差为 25%, 由 (4) 式可知最小分组数 $N/m_{\text{max}} \geq 9$ 。其中, m_{max} 为最小分组数时每组的采样数, 则

$$\tau_{\text{max}} = \tau_{\text{con}} \tau_g^{i-1} = m_{\text{max}} \tau_0 \leq N \tau_0 / 9, \quad (20)$$

取 $N = 10000, \tau_{\text{con}} = 1, \tau_0 = 1 \text{ s}, i = 100$, 可得: $\tau_g = 1.073$ 。此时, 序列 $\tau(i) = 1.073^{i-1}$ ($i = 1, 2, 3, \dots, 99$) 在对数坐标中的分布如图 5 所示。很明显, 相关时间 τ 在对数坐标系中分布较均匀, 从而 Allan 方差的运算量将大大降低, 而对于要进行运算多组 Allan 方差的 DAVAR, 运算效率将大大提高。

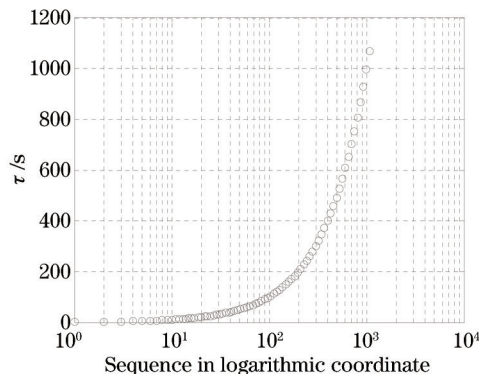


图 5 指数序列 τ 在对数坐标中的分布

Fig.5 Exponential sequence τ distribution in logarithmic coordinate system

表 2 给出了相关时间 τ 分别采用线性分布和指数分布进行 Allan 方差计算所得的光纤陀螺各项误差系数, 可以看出改进型快速 DAVAR 所采用的相关时间 τ 指数分布的方法也能准确地估计出光纤陀螺的各项误差系数。因为按指数分布选取的相关时间 τ 的序列, 在双对数曲线图中仍会表现出与 τ 为线性分布所对应的双对数图相同的趋势, 因此对误差参数的拟合影响很小。

表 2 相关时间 τ 线性分布和指数分布的结果对比

Table 2 Comparision between the τ of linear and index distributions

Error	Linear distribution	Index distribution
$Q/(^\circ)$	4.0794263×10^{-6}	4.1312538×10^{-6}
$C \text{ I}[(^\circ)/\sqrt{h}]$	0.00103727746	0.00100249682
$B \text{ I}[(^\circ)/h]$	0.0027971057	0.0026105281
$P \text{ I}[(^\circ)/h^{3/2}]$	0.016245857	0.020412573
$R \text{ I}[(^\circ)/h^2]$	0.0080067654	0.0078245136

基于文献[8]中的快速 DAVRA 计算方法以及本文提出的改进型快速 DAVAR 计算方法, 实验在 CPU 为 Intel Core2 Dou 处理器、主频 3.00 GHZ 台式机的 Matlab 7.11.0 软件上进行。表 3 显示了分别运用普通 DAVRA、快速 DAVRA 及改进型快速 DAVRA 算法计算不同长度光纤陀螺信号的 DAVAR 所用时间。很明显, 快速 DAVRA 算法较普通 DAVRA 算法的运算时间有所减少, 而改进型的快速 DAVRA 算法又进一步提高了运算效率。

表 3 DAVAR、快速 DAVAR、改进型快速 DAVAR 算法性能比较

Table 3 Comparision between the DAVAR, fast DAVAR and improved fast DAVAR

N	DAVAR/s	Fast DAVAR/s	Improved fast DAVAR/s
1×10^3	5.34	0.73	0.43
1×10^4	217.12	2.36	0.85
1×10^5	8970.28	76.27	8.27

5 结 论

DAVAR能够直观有效地对光纤陀螺输出数据进行分析,可以分离出光纤陀螺信号中的各种主要随机误差,能够对光纤陀螺性能做出客观的评价。但由于DAVAR需要估计出信号各个时间点的Allan方差,因此具有运算量大、运算时间长等缺点。本文在DAVAR递推算法的基础上提出了一种基于选择相关时间 τ 的改进型快速DAVAR方差的方法。实验证明,该方法较DAVAR递推算法进一步提高了运算效率,大大缩短DAVAR运算时间,在处理大数据量的情况下以及在电源有限的移动设备上具有很广泛的应用前景。

参 考 文 献

- 1 Hu Zongfu, Jiang Runzhi, Zhou Jian. Magnetic error analyzing and suppressing on a polarization-maintaining interferometric fiber-optic gyroscope [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(6): 0606003.
胡宗福,姜润知,周 剑. 保偏光纤干涉型陀螺的磁场误差分析与抑制方法[J]. *光学学报*, 2014, 34(6): 0606003.
- 2 D M Shupe. Fiber resonator gyroscope: Sensitivity and thermal nonreciprocity [J]. *Appl Opt*, 1981, 20(2): 286-289.
- 3 Li Jialei, Xu Hualong, He Jing. Temperature compensation start up drift for fiber optic gyroscope based on wavelet network [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(5): 0506005.
李家垒,许化龙,何 靖. 基于小波网络的光纤陀螺启动漂移温度补偿[J]. *光学学报*, 2011,31(5): 0506005.
- 4 Wang Xiaoxiao, Zhang Meng, Li Chuansheng, *et al.*. Research on dynamic model of digital closed-loop fiber optic gyroscope [J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(2): 0205002.
王夏霄,张 猛,李传生,等.数字闭环光纤陀螺动态模型研究[J]. *中国激光*, 2013, 40(2): 0205002.
- 5 952-1997-IEEE standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros[S]. IEEE Standard, 1998.
- 6 Li Ying, Chen Xinglin, Song Shenmin. Dynamic Allan variance analysis for the drift error of optical gyroscope [J]. *Journal of Optoelectronics·Laser*, 2008, 19(2): 183-186.
李 颖,陈兴林,宋申民. 光纤陀螺漂移误差动态Allan方差分析[J]. *光电子·激光*, 2008, 19(2): 183-186.
- 7 Zhang Na, Li Xuyou. Research on theoretical improvement of dynamic Allan variance and its application [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(11): 1106003.
张 娜,李绪友. 动态Allan方差的理论改进及其应用研究[J]. *光学学报*, 2011, 31(11): 1106003.
- 8 L Galleani, P Tavella. The dynamic Allan variance [J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 2009, 56(3): 450-464.
- 9 L Galleani, P Tavella. The dynamic Allan variance II: A fast computational algorithm[J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 2010, 57(1): 182-188.
- 10 Li Xuyou, Zhang Na. Analysis of dynamic characteristics of a fiber-optic gyroscope based on dynamic Allan variance [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2011, 32(2): 183-187.
李绪友,张 娜. 基于动态Allan方差的光纤陀螺动态特性分析[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2011, 32(2): 183-187.
- 11 Wei Guo, Long Xingwu. Research on stochastic errors of dithered ring laser gyroscope based on dynamic Allan variance [J]. *Chinese J Lasers*, 2010, 37(12): 2975-2979.
魏 国,龙兴武. 基于动态Allan方差的机抖激光陀螺随机误差研究[J]. *中国激光*, 2010, 37(12): 2975-2979.
- 12 Wang Xinlong, Li Na. Error modeling and analysis for random drift of MEMS gyroscopes [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2012, 38(2): 170-174.
王新龙,李 娜. MEMS陀螺随机误差的建模与分析[J]. *北京航空航天大学学报*, 2012, 38(2): 170-174.
- 13 Song Ningfang, Yuan Rui, Jin Jing. Autonomous estimation of Allan variance coefficients of on board fiber optic gyro [J]. *Journal of Instrumentation*, 2011, 6(9): P09005.

栏目编辑: 王晓琰