

# 立方角锥型膜结构的逆反射特性计算

罗 汉 袁长迎

西南科技大学国防科技学院, 四川 绵阳 621010

**摘要** 与传统玻璃微珠埋入型膜结构相比,立方角锥型膜结构具有更高的逆反射效率,它是设计制作钻石级反光膜的基础。为满足不同的应用需求,需在标准立方角锥阵列的基础上施加某种结构变化,以增大有效入射角范围、降低逆反射系数的各向异性。建立膜结构与逆反射性能的联系,对指导、优化逆反射材料结构设计、缩短设计开发流程具有重要意义。基于光线追踪原理,计入光在传播过程中主要的损耗因素(有效投影截面、反射折射损失、偏振效应),编写了立方角锥型反光膜逆反射率计算程序。利用该程序分别计算了标准完整角锥、标准截角角锥以及对称轴倾斜一定角度的截角角锥的逆反射率,验证了程序的可靠性,证明程序在模拟的准确性、运行效率等方面较以往结果有明显提高。

**关键词** 光学器件;视觉光学;反光膜设计;计算机模拟;立方角锥

**中图分类号** O435 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201535.0323001

## Retroreflective Performance Analysis of Cube Corner Membrane Structure

Luo Han Yuan Changying

*National Defense Science and Technology College, Southwest University of Science and Technology,  
Mianyang, Sichuan 621010, China*

**Abstract** Compared with the traditional glass beads embedded type membrane structure, cube corner type membrane structure has higher efficiency of retroreflection, it is the foundation of designing and producing diamond grade reflective film. In order to meet different application requirements, we need to apply some change on the structure of the basic cube corner array, so as to increase the effective incident angle range, and to reduce anisotropy of retroreflection coefficient. Establishing the connection of membrane structure and the performance of the retroreflection is of great significance to improve the structure design of retroreflection material, which shortens the design and exploitation process. A program is written in order to calculate the retroreflectance of cube corner retroreflective sheeting. This program is based on ray tracing technology, primary light loss in the process of transmission(effective projection section, reflection and refraction loss)as well as the polarization effect is taken into account in this program. The retroreflection performance of several types of cube corner structures are analyzed by using the program, thus the reliability of the program is examined. It is also proved that the application of this program in the simulation can greatly improve the accuracy and efficiency than usual result.

**key words** optical devices; visual optics; retroreflective sheeting design; computer simulation; cube corner

**OCIS codes** 230.4040; 260.5430; 260.6970

收稿日期: 2014-06-27; 收到修改稿日期: 2014-09-29

基金项目: 国家自然科学基金(11104227)、极端条件下物质特性实验室开放基金(12zxjk09)、绵阳市科技攻关重点项目(13zd2106)

作者简介: 罗 汉(1990—),男,硕士研究生,主要从事反光膜材料设计方面的研究。E-mail: 735607133@qq.com

导师简介: 袁长迎(1965—),男,博士,教授,主要从事应用光学方面的研究。E-mail: yuanchangying@swust.edu.cn  
(通信联系人)

## 1 引 言

反光膜有两种常用的结构,即玻璃微珠结构和立方角锥结构。当光线以较小的入射角(光线入射方向与反光膜法线方向之间的夹角)从反光膜正面入射时,立方角锥结构反光膜的逆反射效率远高于玻璃微珠结构<sup>[1]</sup>。因此,反光膜研发人员纷纷把研究重点转向了立方角锥型反光膜(也称钻石级反光膜)。

要设计一款新结构的钻石级反光膜材料,按照传统的设计流程,需要花费大量时间和成本来制造反光膜样品并进行性能测试,以定量评估一种立方角锥结构的逆反射性能。利用计算机建模仿真来优化设计方案,可以减少制样及测试次数,从而节省研发时间和费用。

为建立立方角锥逆反射性能计算模型,已有许多人进行了尝试。叶一东等<sup>[2]</sup>针对卫星搭载角锥逆反射器进行了数值模拟。聂辉等<sup>[3]</sup>探讨了角锥棱镜的远场衍射特性。O'Brien等<sup>[4]</sup>建立模型模拟了立方角锥阵列的反射功率以及偏振状态。袁景和等<sup>[5-6]</sup>提出了反演投影法以计算角锥单元有效反射面积,并计算了给定角度下的能量反射率。Kim等<sup>[7]</sup>采用解析几何方法推导了角锥单元有效逆反射面积的计算公式。So等<sup>[8]</sup>基于光线追踪原理编写了程序用于立方角锥结构反光膜的优化设计,该程序的缺点是当立方角锥结构变化时,需要重新建立模型,才能进行计算,并且它忽略了强度小于入射光线强度1%的光线,这影响了计算的准确性。Heenan等<sup>[9]</sup>建立模型计算了立方角锥结构的逆反射系数,他在计算单元内部反射和膜正面透射的过程中,采取了近似处理,把光线假设为非偏振光,这与实际情况有较大差距。综上所述,立方角锥阵列逆反射理论的建立已有一定基础,而将角锥棱镜应用于反光膜中的相关研究较少。而且,为了分析反光膜的广角性和各向异性等性能,需要计算沿不同方向入射的光线的逆反射率,上述工作并不能达到这一要求。因此,目前立方角锥反光膜的逆反射系数的计算方法仍有待进一步提高和完善。

本文对立方角锥几何结构进行分析,采用Mathcad软件编程建模追踪光子运动轨迹,计入光线传播过程主要损耗,并考虑了偏振效应,因此能更准确的模拟光线传播过程。逆反射率是完成逆反射的光线数量与总入射光线数量的比值。对于给定几何参数的立方角锥结构,程序能得到角锥阵列的逆反射率在整个空间的分布,给逆反射性能的分析带来了便利,并且,当立方角锥结构发生变化时,所编写的程序仅需更改几个参数就可以实现新模型的建立,相比于So等<sup>[8]</sup>的程序更简单实用。

## 2 立方角锥结构逆反射性能计算基本原理

反光膜的正面为薄的透明基质层,透明基质层背面延伸出去的部分为立方角锥微结构阵列。透明基质层的常用材料包括聚碳酸酯、聚甲基丙烯酸甲酯、聚亚安酯等。本文只讨论反光膜背面不镀金属反射膜的情况,此时立方角锥阵列紧接着空气层,主要依靠分界面上发生的全内反射来实现逆反射。全内反射的临界角度由透明基质层的折射率和空气的折射率决定。

为了方便描述入射光相对于反光膜的空间位置关系,建立了如图1所示全局坐标系。入射光线沿 $R$ 方向照射到反光膜正面。入射光方向矢量 $R$ 对应一组球坐标值 $(\theta, \varphi)$ ,其中 $\theta$ 为入射角, $\varphi$ 为反光膜正面方位角。当立方角锥结构参数以及材料种类给定时,逆反射率只与入射方向 $R$ 有关。以下对逆反射率的计算过程进行具体阐述。

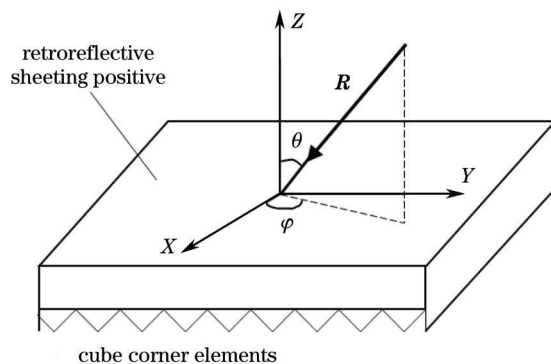


图1 入射光与反光膜空间位置关系图

Fig.1 Incident light and the retroreflective sheeting space relationship diagram

2.1 立方角锥结构逆反射实现条件

反光膜背面的立方角锥阵列(如图1)是实现逆反射的关键因素。如文献[10]所述以任意方向入射的光线只要经过立方角锥单元3个面依次反射之后,光线将沿与入射方向相反的方向从入射面射出,即完成逆反射。判断一条光线能否连续被 $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 三个面依次反射一次需进行光线分析。

为方便进行光线分析,如图2所示,以立方角锥的顶点为坐标原点,以三条相互垂直的棱边为坐标轴建立局部坐标系 $O-XYZ$ ,相互垂直的三个面 $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 代表工作面。作 $Y$ 面关于 $X$ 镜面的像 $F$ 面,过 $A$ 点作入射光线 $R$ 的延长线,入射光 $R$ 的延长线交 $F$ 面于 $D$ 点。只要 $D$ 点在 $F$ 面内,则 $D$ 点关于 $X$ 镜面的像 $B$ 必然在 $Y$ 面内,即光线 $R$ 经过 $X$ 面反射后反射光一定落在 $Y$ 面内。接着作 $Z$ 面在 $Y$ 镜面的像再在 $X$ 镜面中的像 $G$ 面(即 $Z$ 面关于原点的对称面),如果入射光 $R$ 的延长线进一步与 $G$ 面交于 $E$ 点,且 $E$ 点位于 $G$ 面内,则实际光路必然通过 $Z$ 面的点 $C$ (即 $E$ 点关于原点的对称点),这样就实现了逆反射。

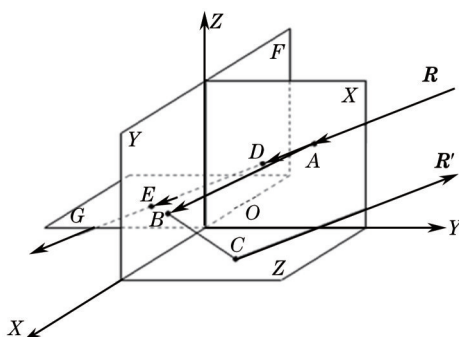


图2 立方角锥结构反光原理图

Fig.2 Schematic diagram of cube corner structure reflecting light

综上所述可知,入射光 $R$ 能够依次被 $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 面反射的条件是:入射光及其延长线能与 $X$ 、 $F$ 、 $G$ 面分别相交于点 $A$ 、点 $D$ 、点 $E$ 。若此条件不满足,光线将从其他方向逸出反光单元,造成光能损失。

需要指出的是,上述的“面”都是立方角锥的工作面或者它们的像,均为有限大小的正方形。不同位置沿不同方向入射的光线在三个工作面上反射时依次经过的面有不同的顺序,总共有6种反射顺序: $XYZ$ 、 $XZY$ 、 $YXZ$ 、 $YZX$ 、 $ZXY$ 、 $ZYX$ 。光线沿其他顺序反射的过程分析方法类似。

2.2 有效投影截面的计算

基于以上分析,进一步确定有效投影截面。如图3所示,作工作面 $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 面关于原点对称的像 $X'$ 、 $Y'$ 、 $Z'$ 面。将立方角锥工作面整体投影到以 $R$ 为法线方向的平面,通常得到的是一个不规则六边形 $\Sigma$ ,如图4所示。这个六边形面积内的光通量就是入射到该角锥单元的光通量。根据2.1节的分析,作平行光的延长线,凡是能通过 $X'$ 、 $Y'$ 、 $Z'$ 构成的虚拟工作面的光线,就能完成逆反射。由此得到角锥单元有效反射面积的计算方法:将 $X'$ 、 $Y'$ 、 $Z'$ 构成的虚拟工作面整体投影到上述的以 $R$ 为法线方向的平面,得到一个不规则六边形

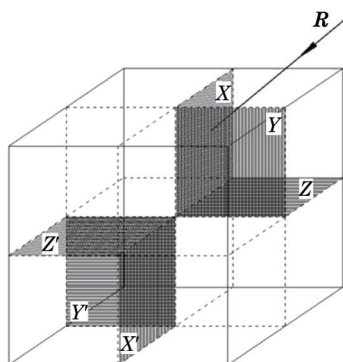


图3 立方角锥单元工作面与镜像的位置关系

Fig.3 Spatial relationship between the cube corner element's working faces and their image surfaces

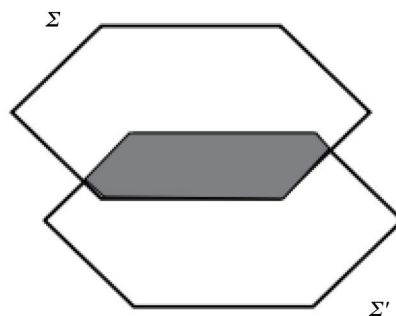


图4 有效投影截面示意图

Fig.4 Effective projection section schematic diagram

$\Sigma'$ , 凡是位于  $\Sigma$  与  $\Sigma'$  重叠区的光线就可以实现逆反射。并将重叠区面积与立方角锥整体的投影面积  $\Sigma$  的比值称作有效投影截面。需要注意的是, 随着入射光线方向的改变, 立方角锥的投影截面  $\Sigma$  可能变为四边形, 五边形, 还可能由凸多边形变成凹多边形。

为计算有效投影截面, 采用蒙特卡罗方法建立光在介质中传输的理论模型, 以模拟光线在立方角锥结构反光膜中的传播过程。在  $\Sigma$  内通过计算机模拟随机产生  $Z$  个光子(均匀分布), 然后追踪光子在立方角锥单元中的运动轨迹, 逐个判定哪些点最后落在  $\Sigma$  与  $\Sigma'$  的重叠区域, 并计数为  $Z'$ ,  $Z'$  与  $Z$  的比值即为有效投影截面。

### 2.3 反射折射损失与偏振态变化

单色平行光在两种介质的分界面上光的反射率和折射率与偏振状态有关, 由菲涅耳公式给出。对光矢量垂直于入射面的线偏振光而言:

$$\begin{cases} \frac{E'}{E} = -\frac{\sin(i-\gamma)}{\sin(i+\gamma)} \\ \frac{E''}{E} = \frac{2 \cos i \sin \gamma}{\sin(i+\gamma)} \end{cases} \quad (1)$$

对光矢量平行于入射面的线偏振光而言:

$$\begin{cases} \frac{E'}{E} = \frac{\tan(i-\gamma)}{\tan(i+\gamma)} \\ \frac{E''}{E} = \frac{2 \cos i \sin \gamma}{\sin(i+\gamma)\cos(i-\gamma)} \end{cases} \quad (2)$$

式中  $E$  为入射光振幅,  $E'$  为反射光振幅,  $E''$  为折射光振幅,  $i$  为入射角,  $\gamma$  为折射角。

沿着光线传播的路径, 严格地按照菲涅耳公式计算每一次反射和折射过程中的光线损耗, 最后得到从反光膜正面返回的反射光强度与入射光强度的比值, 即反射强度因子。光线从入射到完成逆反射, 要先后两次穿透反光膜正面, 这个过程中主要损耗因素为光线反射损失, 反射掉的光线不能完成逆反射, 应停止对其进行光线追踪。立方角锥结构反光膜能保持较强的逆反射性能, 主要依靠工作面上的全反射, 因为全反射过程中光线损失基本为 0。但如果光线在立方角锥工作面上的入射角(光线入射方向与工作面法线之间的夹角)小于全反射临界角, 那么全反射条件将被破坏, 大量光线将通过折射穿过立方角锥单元的工作面, 造成折射损失, 这部分光线也应停止追踪。

用于描述偏振态转换的数学计算方法很多, 其中琼斯矩阵和米勒矩阵的使用最为广泛。使用上述方法对立方角锥结构偏振态的研究已取得许多进展<sup>[11-12]</sup>。与他们的方法不同, 针对入射光为自然光的特点, 提出了一种新的简化方法来处理偏振效应。把入射光分为振动平面内若干种偏振状态, 计算每种偏振状态下的反射折射损耗, 通过计算得到平均损耗, 在总入射光中扣除平均损耗所占比例即得反射强度因子。

### 2.4 编写逆反射性能计算程序

有效投影截面与反射强度因子的乘积即为逆反射率。基于以上分析, 利用 Mathcad 工程计算软件编写立方角锥反光膜逆反射率计算程序, 以得到逆反射率在整个空间的分布情况。其中有几点需要补充说明:

- 1) 应用于反光膜中的立方角锥有两种结构, 第一种是截角角锥, 它的三个工作面为两两相互垂直的等

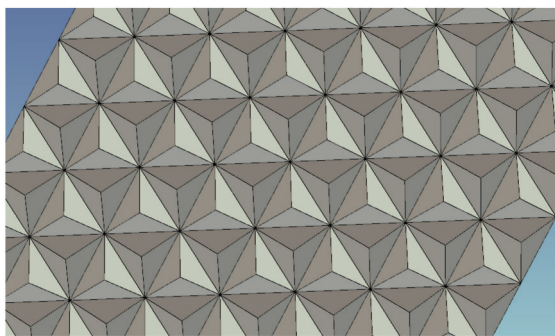


图5 截角角锥阵列

Fig.5 Truncated cube corner array

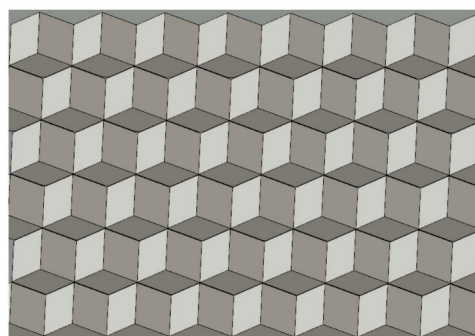


图6 完整角锥阵列

Fig.6 Full cube corner array

腰直角三角形,如图5所示;第二种是完整角锥,它的三个工作面为两两相互垂直的正方形,如图6所示。

3) 立方角锥单元的最佳尺寸介于40~200  $\mu\text{m}$ 之间,如果尺寸过大,将会使成型的反光膜变得僵硬;而如果尺寸过小将增大加工难度以及工作量,并且随着尺寸的减小,立方角锥阵列的衍射效应将逐渐增强,造成入射光轴方向的逆反射效率迅速下降。程序中将工作面相交的棱边长度设置为200  $\mu\text{m}$ 。

4) 采用蒙特卡罗方法计算时模拟次数的增加可以有效地降低计算误差,不过会消耗计算机资源,增加计算时间。综合考虑以上因素,计算过程中将模拟光子数 $Z$ 设置为20000。

### 3 结果与分析

反光膜中的立方角锥阵列通常是周期性排列的,因此,分析过程中只需要计算一个周期内立方角锥的逆反射率。为了验证所编程序的可靠性,分别以单个标准完整角锥单元(标准角锥指未采取任何结构变化的立方角锥结构),单个标准截角角锥单元,以及采用对称轴前倾的截角角锥匹配对三种结构作为实例进行计算,计算过程中设定基质材料聚碳酸酯(折射率为1.59)。并将计算结果绘制成极坐标图,以方便观察计算结果随着入射角 $\theta$ 和方位角 $\varphi$ 改变的变化规律。

#### 3.1 标准角锥结构有效投影截面

图7(a)反映了标准完整角锥的有效投影截面随着入射光方向改变的变化情况。图中径向长度代表有效投影截面,分别画出了有效投影截面为0.2,0.4,0.6,0.8对应的网格线,并进行了标注。最外面的一圈数字对应的是方位角 $\varphi$ ,右上角图例中数字0,10,20,30,40则对应于入射角 $\theta$ (下同)。每条闭合的曲线反映了同一 $\theta$ 角下有效投影截面随着 $\varphi$ 角的变化情况。垂直入射时有效投影截面的计算结果为1,随着 $\theta$ 角的增大,有效投影截面随之减小。图7(b)为标准截角角锥的仿真结果,其垂直入射时有效投影截面为0.667,随着 $\theta$ 角的增大,有效投影截面也逐渐减小。

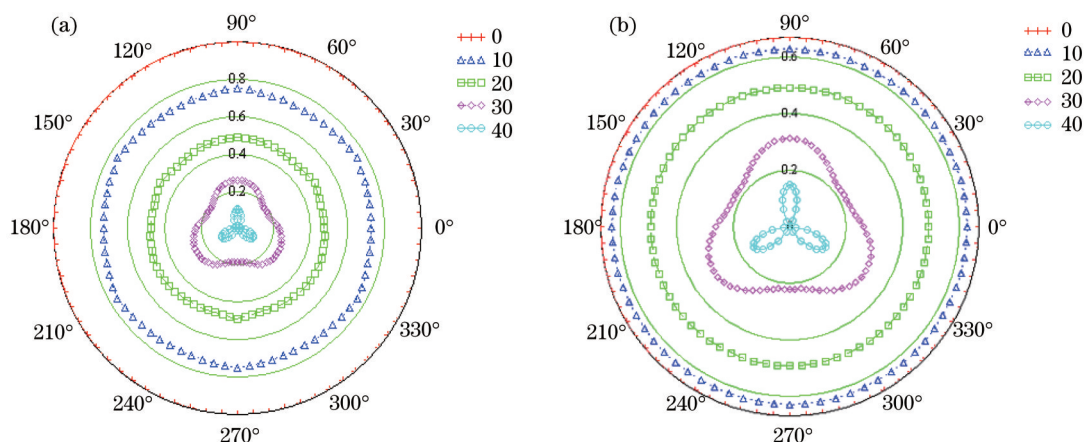


图7 有效投影截面计算结果。(a)标准完整角锥;(b)标准截角角锥

Fig.7 Effective projection section computed results. (a) Basic full cube corner; (b) basic truncated cube corner

计算的有效投影截面跟Yuan等<sup>[6]</sup>所述有效逆反射区域定义方法上不同,但本质相同,计算结果可以互为验证。Yuan等<sup>[6]</sup>得出光线垂直入射时完整角锥的有效逆反射区域占底面面积的比例为1,而截角角锥的有效逆反射区域占底面面积的比例为0.667,与所得结果一致。

#### 3.2 标准角锥结构逆反射率

逆反射率的仿真结果如图8所示,图中径向长度代表逆反射率。图8(a)对应标准完整角锥的逆反射率计算结果,总体来看,随着入射角的增加,其逆反射率不断降低。光线垂直入射反光膜正面时逆反射率值为0.899。对于折射率为1.59的材料,接近于垂直入射的光线在反光膜正面的传输损失约为总光线的10%(约90%透射)<sup>[13]</sup>,因此上述模拟结果是合理的。当 $\theta$ 升高到10°时,闭合曲线接近于圆形,逆反射率接近于同一个值。当 $\theta$ 为20°时闭合曲线形状基本不变,逆反射率具有轻微的各向异性。当 $\theta$ 变化到30°时逆反射率各向异性显得十分突出。当 $\theta$ 为40°时,逆反射率几乎为0。如Szcech<sup>[14]</sup>所述,对于普通立方角锥型反光膜,当入射角大于20°时就会有大量光线在传播过程中损耗掉,而当入射角达到或超过40°时,几乎所有光线都

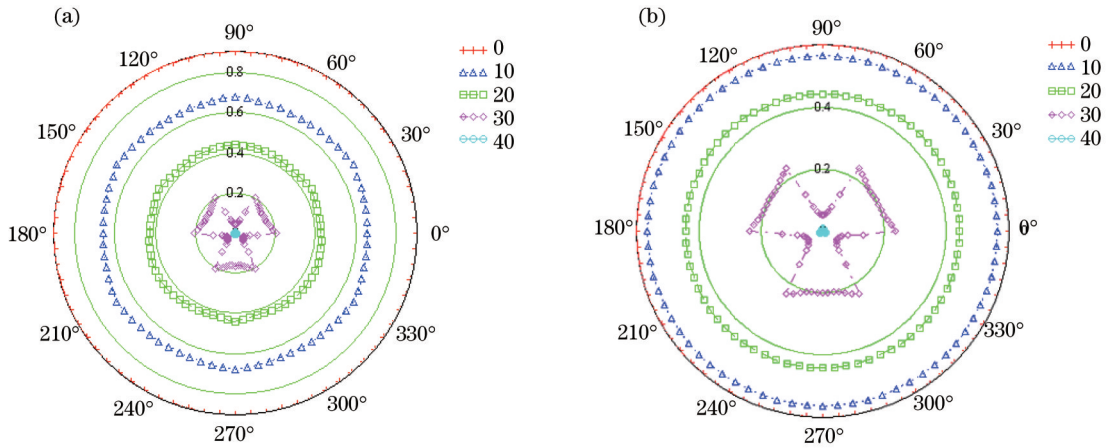


图 8 逆反射率模拟结果。(a)标准完整角锥;(b)标准截角角锥

Fig.8 Retroreflectance simulation results. (a) Basic full cube corner; (b) basic truncated cube corner

无法完成逆反射,这与计算结果符合较好。

### 3.3 对称轴倾斜的截角角锥阵列

立方角锥单元的对称轴是通过顶点并将三个相交平面形成的内部空间三等分的中心轴<sup>[9]</sup>。通常情况下,对称轴垂直于基底平面。使对称轴倾斜一定角度,可以使立方角锥单元的逆反射性能发生相应的变化。对称轴倾斜包括前倾、后倾和侧倾三种形式<sup>[13]</sup>。如图 5 所示的截角角锥阵列,其在基底平面上的投影为图 9 所示形状。为了说明对称轴倾斜的含义,图中用箭头表示了上述三种形式分别对应的对称轴倾斜的方向。例如,当采用对称轴前倾操作后,将导致棱边 2-3 缩短,棱边 1-2 和 1-3 同时伸长,并且三个工作面的面积也将发生变化。图 10 为采用对称轴前倾操作的立方角锥阵列效果图,图中上下两个相对的立方角锥单元构成一个匹配对。

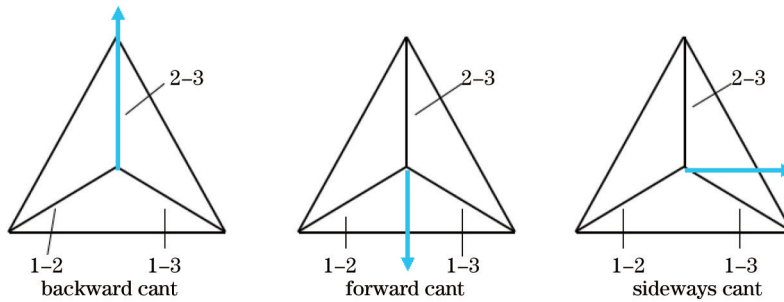


图 9 不同的对称轴倾斜形式

Fig.9 Different cant forms

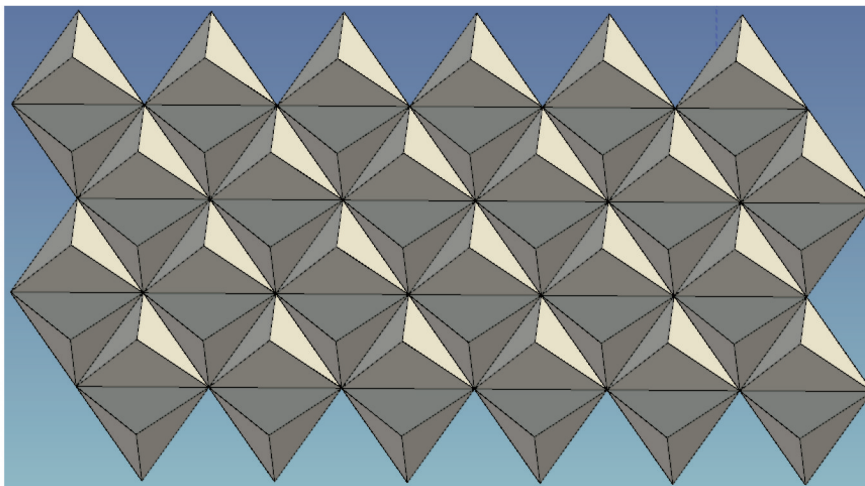


图 10 采用对称轴前倾的截角角锥阵列

Fig.10 Forward canted cube corner array

采用对称轴倾斜操作的立方角锥单元,其逆反射率的计算步骤与标准角锥结构相同,只需要根据立方角锥单元的结构尺寸在程序中修改相应几何结构模型参数。图 11 给出了具有匹配对形式的截角角锥阵列结构在对称轴前倾 $4^\circ$ 时逆反射率的模拟结果。将其与图 8(b)中标准截角角锥的逆反射率对比可以发现,对称轴前倾的使用将会导致当入射角度 $\theta$ 增大到 $25^\circ$ 及以上时,在两个相对方向上的逆反射率得到了明显的增强,在其他方向上的逆反射率则明显降低。可以利用这一性质提高特定方向上的逆反射率,以解决立方角锥反光膜固有的有效入射角范围较小的问题。

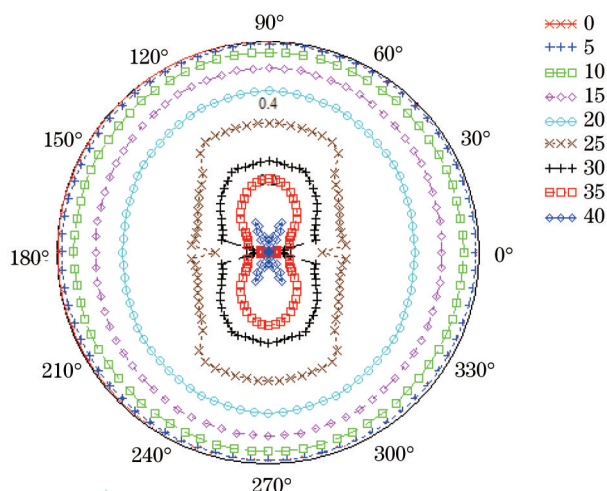


图 11 逆反射率模拟结果(对称轴前倾 $4^\circ$ )

Fig.11 Retroreflectance simulation results (forward canted  $4^\circ$ )

## 4 结 论

通过构建新颖的模型并编写程序,来计算有效投影截面和反射强度两个因子,得到立方角锥结构反光膜的逆反射率的空间分布情况,以便分析广角性、各向异性等逆反射性能。程序概念简单,计算准确,适用于不同形状的立方角锥结构,程序的使用可以弥补当前钻石级反光膜仿真设计中存在的不足。并以标准完整角锥、标准截角角锥以及使对称轴倾斜一定角度的截角角锥三种结构作为实例对程序的准确性以及可靠性进行了验证。

## 参 考 文 献

- 1 K L Smith, J R Imbertson, J C Kelliher, *et al.*. Retroreflective Sheeting: US, 8371703 [P]. 2013-2-12.
- 2 Ye Yidong, Peng Yong, Chen Tianjiang, *et al.*. Numerical simulating of cube corner retroreflector [J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(4): 485-490.  
叶一东, 彭 勇, 陈天江, 等. 角锥后向反射器的数值模拟研究[J]. 光学学报, 2003, 23(4): 485-490.
- 3 Nie Hui, Weng Xingtao, Li Song, *et al.*. The far-field diffractive characteristics of cube-corner prism [J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(12): 1470-1474.  
聂 辉, 翁兴涛, 李 松, 等. 角锥棱镜的远场衍射特性[J]. 光学学报, 2003, 23(12): 1470-1474.
- 4 D C O'Brien, G E Faulkner, D J Edwards. Optical properties of a retroreflecting sheet [J]. Appl Opt, 1999, 38(19): 4137-4144.
- 5 Yuan Jinghe, Chen Bo, Zeng Hongjun, *et al.*. Retro-reflective properties of a micro-square-prism [J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(7): 973-978.  
袁景和, 陈 波, 曾红军, 等. 微正方形角锥棱镜定向反射特性[J]. 光学学报, 2000, 20(7): 973-978.
- 6 Jinghe Yuan, Shengjiang Chang, Sumei Li, *et al.*. Design and fabrication of micro-cube-corner array retro-reflectors [J]. Opt Commun, 2002, 209: 75-83.
- 7 Hwi Kim, Byoung-ho Lee. Optimal design of retroreflection corner-cube sheets by geometric optics analysis [J]. Opt Eng, 2007, 46(9): 094002.
- 8 B S So, Y H Jung, D W Lee. Shape design of efficient retroreflective articles [J]. J Mater Process Technol, 2002, 130-131: 632-640.

- 9 S A Heenan, L A Coman, D I Couzin. Retroreflective Articles Having Microcubes, and Tools and Methods for Forming Microcubes: US, RE40700 [P]. 2009-04-14.
- 10 Zhang Ming, Le Zichun, Liu Kai, *et al.*. Characteristics analysis and producing of microprism retroreflective material [J]. Journal of Zhejiang University of Technology, 2010, 38(3): 351-354.  
张 明, 乐孜纯, 刘 恺, 等. 微棱镜逆反射材料特性分析及制作[J]. 浙江工业大学学报, 2010, 38(3): 351-354.
- 11 J Liu, R M A Azzam. Polarization properties of corner-cube retroreflectors: theory and experiment [J]. Appl Opt, 1997, 36(7): 1553-1559.
- 12 K Crabtree, R Chipman. Polarization conversion cube-corner retroreflector [J]. Appl Opt, 2010, 49(30): 5882-5890.
- 13 K L Smith. Lamina Comprising Cube Corner Elements and Retroreflective Sheeting: US, 7556386[P]. 2009-07-07.
- 14 T J Szczech. Retroreflective Material with Improved Angularity: US, 5138488 [P]. 1992-08-11.

栏目编辑: 韩 峰