

基于变形镜本征模式的无波前传感器自适应光学系统实验研究

喻 际 董 冰

北京理工大学光电学院, 北京 100081

摘要 无波前传感器自适应光学的波前校正方法包括无模型优化算法和基于模式的优化算法。通过搭建实验光路验证了基于变形镜本征模式校正方法的有效性。实验结果表明,基于变形镜本征模式的校正方法和传统基于Lukosz模式的校正方法相比,避免了模式拟合误差,具有更高的校正精度。对各阶变形镜模式系数的校正量的估计是相互独立的,根据初始像差空间频率组成的不同,可以选择合适的模式校正阶数以提高校正速度。与目前常用的随机并行梯度下降(SPGD)算法相比,模式法的校正精度与之相当,但校正速度可以提高一个数量级。

关键词 自适应光学;模式法;变形镜本征模式;Lukosz模式;随机并行梯度下降

中图分类号 TB133 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0322004

Experimental Study of Wavefront Sensorless Adaptive Optics Based on Deformable Mirror Eigen Modes

Yu Ji Dong Bing

School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract The wavefront correction methods in wavefront sensorless adaptive optics can be classified into two groups: model-free optimization algorithms and modal-based optimization algorithms. In this paper, the feasibility of optimization algorithm based on deformable mirror (DM) eigen modes is verified by the experiments. Experimental results show that the correction accuracy of algorithm using DM eigen modes is higher than that of using Lukosz modes because the mode fitting error can be avoided. Since the correction amount of each DM eigen mode can be estimated independently, a proper mode number is chosen according to the spatial frequency contents in initial wavefront aberration to improve the correction speed. Compared with the commonly used stochastic parallel gradient descent (SPGD) algorithm, the correction accuracy of modal-based algorithm is nearly the same as it, but the correction speed is improved by one order of magnitude.

Key words adaptive optics; modal-based approach; deformable mirror eigen modes; Lukosz modes; stochastic parallel gradient descent

OCIS codes 220.1080; 110.1080; 120.5050; 120.4820

1 引 言

传统自适应光学系统一般采用波前传感器(如夏克-哈特曼传感器)测量波前误差,根据测量的波前数据控制变形镜(DM)对波前误差进行共轭补偿,最终获得接近衍射极限的像质。传统自适应光学系统已经在天文等领域获得成功应用,但在很多应用场合下由于难以获得合适的信标,采用无波前传感器自适应光学

收稿日期: 2014-09-05; 收到修改稿日期: 2014-10-29

基金项目: 教育部高等学校博士学科点专项科研基金(20131101120023)、北京理工大学优秀青年教师资助计划跨学科合作项目(2012YG0203)、北京理工大学基础研究基金(20120442005, 20120442011)、光电成像技术与系统教育部重点实验室基金(20140EIOF03)

作者简介: 喻 际(1990—),女,硕士研究生,主要从事自适应光学方面的研究。E-mail: yuji1128@126.com

导师简介: 董 冰(1983—),男,博士,硕士生导师,主要从事自适应光学和空间光学方面的研究。

E-mail: bdong@bit.edu.cn(通信联系人)

系统更加方便并且可以使系统结构大大简化。无波前传感器自适应光学系统的波前控制方法可以分为两类,一类是目前研究较多的无模型优化方法,包括遗传算法^[1]、模拟退火算法^[2]、随机并行梯度下降(SPGD)算法^[3-4]等,这类算法直接控制变形镜对象质评价函数进行优化直至函数收敛,一般需要多次迭代。SPGD算法收敛所需的迭代次数与致动器单元数的平方根成正比,当采用高致动单元数变形镜时算法收敛缓慢^[5-7]。另一类波前控制方法的优化对象是组成波前误差的一系列符合一定数学关系的模式系数^[8-11]。当变形镜致动器单元数较多时,采用基于模式的波前控制方法可以显著减少待优化变量个数从而加快算法收敛。文献[9]提出基于Zernike模式的SPGD算法,提高了SPGD的收敛速度,但该方法对模式系数的估计仍然是基于多次迭代搜索的。为了进一步提高算法速度,牛津大学Booth等^[10-11]在研究高分辨率显微成像时提出一种基于Lukosz模式的无波前传感器自适应光学校正方法,该方法根据Lukosz模式系数与评价函数之间的二次曲线关系直接求解出各阶模式所需的校正量,和SPGD算法相比无需多次迭代,算法实时性大大提高。但在实际中由于变形镜拟合能力有限,无法准确产生Lukosz模式,存在模式拟合误差,导致校正精度下降。采用变形镜本征模式代替Lukosz模式可以有效解决这一问题。根据文献[12],变形镜本征模式由变形镜各致动器的影响函数矩阵推导而来,反映了变形镜本身的校正能力,可以由变形镜准确产生,避免了采用传统Lukosz模式时的模式拟合误差,因而具有较高的波前重构精度。

本文通过实验验证基于变形镜本征模式的无波前传感器自适应光学校正方法(以下简称“模式法”)的有效性。对模式校正阶数的优化选取进行了实验研究。此外,在相同实验条件下和采用Lukosz模式校正以及采用传统SPGD算法校正的实验结果进行了对比分析,给出了定量的分析结果。

2 基于变形镜本征模式的波前误差校正方法

根据文献[11],基于模式的无波前传感器自适应光学校正方法采用图像功率谱密度 $S_j(\mathbf{m})$ 在低频区域的积分作为评价函数,即

$$g(M_1, M_2) = \int_0^{2\pi M_2} \int_0^{M_1} S_j(\mathbf{m}) m d\mathbf{m} d\xi, \quad (1)$$

式中 m 为归一化空间频率, M_1 和 M_2 为归一化空间频率范围, ξ 是空间频率方向角。评价函数 g 与波前误差 Φ 的关系可以近似表示为

$$g \approx q_0 - q_1 \frac{1}{\pi} \iint_p |\nabla \Phi|^2 ds, \quad (2)$$

式中 q_0 和 q_1 是与图像结构有关的常数, $\iint_p ds$ 表示对光瞳面进行面积分。波前误差 Φ 可以用模式 Z_i 展开为

$$\Phi = \sum_{i=4}^N a_i Z_i, \quad (3)$$

式中 a_i 是第 i 阶模式的模式系数, N 为模式阶数。当模式 Z_i 具有如下导数正交特性时:

$$\iint_p \nabla Z_i \cdot \nabla Z_j ds = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}, \quad (4)$$

(2)式可以用模式系数表示为

$$g = q_0 - q_1 \sum_{i=4}^N a_i^2. \quad (5)$$

(5)式适用于小像差情况。对于大像差,评价函数与模式系数的关系近似于洛伦兹函数,此时,(2)式可以表示为^[11]

$$G = g^{-1} = q_2 + q_3 \sum_{i=4}^N a_i^2, \quad (6)$$

式中 $q_2 = \frac{1}{q_0}$, $q_3 = \frac{q_1}{q_0^2}$ 。(6)式对小像差也适用。

估计某阶模式的系数时,设光学系统处于初始状态时的评价函数为 G_0 ,通过变形镜在系统中加入该阶

模式的正偏移量 $+b_i$ 时的评价函数为 G_+ , 加入负偏移量 $-b_i$ 时的评价函数为 G_- 。利用(6)式可以得到关于评价函数与各阶模式系数的方程组为

$$\begin{cases} G_0 = q_2 + q_3 \sum_{k \neq i} a_k^2 + q_3 a_i^2 \\ G_+ = q_2 + q_3 \sum_{k \neq i} a_k^2 + q_3 (a_i + b_i)^2 \\ G_- = q_2 + q_3 \sum_{k \neq i} a_k^2 + q_3 (a_i - b_i)^2 \end{cases} \quad (7)$$

求解(7)式可以得到第 i 阶模式系数的校正量 $a_{i,\text{corr}}$ 为

$$a_{i,\text{corr}} = -a_i = -\frac{b_i(G_+ - G_-)}{2G_+ - 4G_0 + 2G_-} \quad (8)$$

文献[10]采用满足(4)式的 Lukosz 模式描述波前误差, 但由于变形镜拟合能力有限, 其产生的 Lukosz 模式与理论值之间存在一定误差, 变形镜拟合的 Lukosz 模式的导数正交特性在一定程度上被破坏, 导致波前校正精度下降。为了避免这一问题, 本文采用变形镜本征模式代替 Lukosz 模式, 变形镜本征模式的推导过程如下^[12]。

设变形镜致动器影响函数矩阵为 ω , 第 i 个致动器的影响函数为 ω_i , 其导数为

$$\nabla \omega_i = \begin{bmatrix} \omega_i^x \\ \omega_i^y \end{bmatrix}, \quad (9)$$

式中 ω_i^x 和 ω_i^y 分别表示 ω_i 在 x, y 两个方向上的导数。变形镜产生的波前 Φ 与影响函数矩阵 ω 以及控制信号 C 之间的关系为

$$\Phi = \omega C. \quad (10)$$

对(10)式左右两边同时取微分得

$$\nabla \Phi = \nabla \omega C. \quad (11)$$

对 $\nabla \omega$ 进行奇异值分解可得

$$\nabla \omega = (\nabla U) S V^T, \quad (12)$$

式中 S 为奇异值矩阵, V 为酉矩阵。对(12)式两边积分可以解得

$$U = \omega (S V^T)^{-1}. \quad (13)$$

由奇异值分解原理可知, U 即为满足(4)式表述的导数正交关系的变形镜本征模式。由(10)式可知, 变形镜产生的波前为

$$\Phi = U (S V^T C), \quad (14)$$

式中 $S V^T C$ 为变形镜本征模式系数。

3 实验系统

为验证基于变形镜本征模式的校正方法的有效性, 搭建了完整的自适应光学系统实验光路, 如图 1 所示。实验系统主要由点光源 (635 nm)、白光光源、靶标、相位板、变形镜 (OKO 公司 37 单元 MMDM)、CCD 相机 (12 bit 单色) 以及夏克-哈特曼波前传感器 (S-H WFS) 组成。夏克-哈特曼波前传感器为 Imagine Optics 公司商业化产品 HASO3 76-GE, 波前传感精度为 $\lambda/100$ (均方根值)。在校正前需要使用点光源和夏克-哈特曼传感器测量变形镜的影响函数, 此时移入点光源, 移出相位板。利用夏克-哈特曼波前传感器测量出变形镜各致动器的影响函数后, 按第 2 节理论可以推导出变形镜的本征模式, 之后哈特曼-夏克波前传感器可以从光路中移出。影响函数测量完成后, 移出点光源, 移入相位板引入波前误差。此时, 白光光源发出的光经过散射片、靶标和相位板后入射到变形镜上, 变形镜反射后的光经过分束镜 BS1、BS2 后成像于 CCD 相机上。采用模式法校正时, 首先利用变形镜分别产生待校正模式的正负偏移量, 并用 CCD 采集图像, 计算出相应的评价函数, 再由(8)式得出模式系数, 最后由变形镜进行共轭校正。实验的具体流程如图 2 所示。

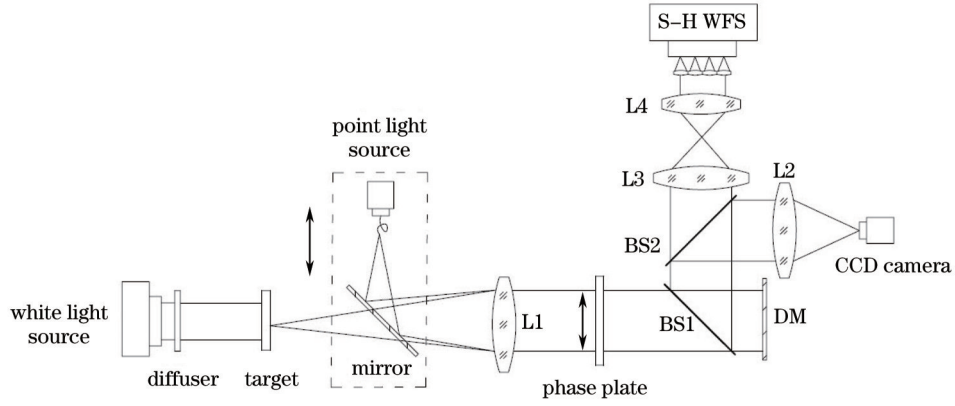


图 1 实验系统示意图

Fig.1 Experimental system layout

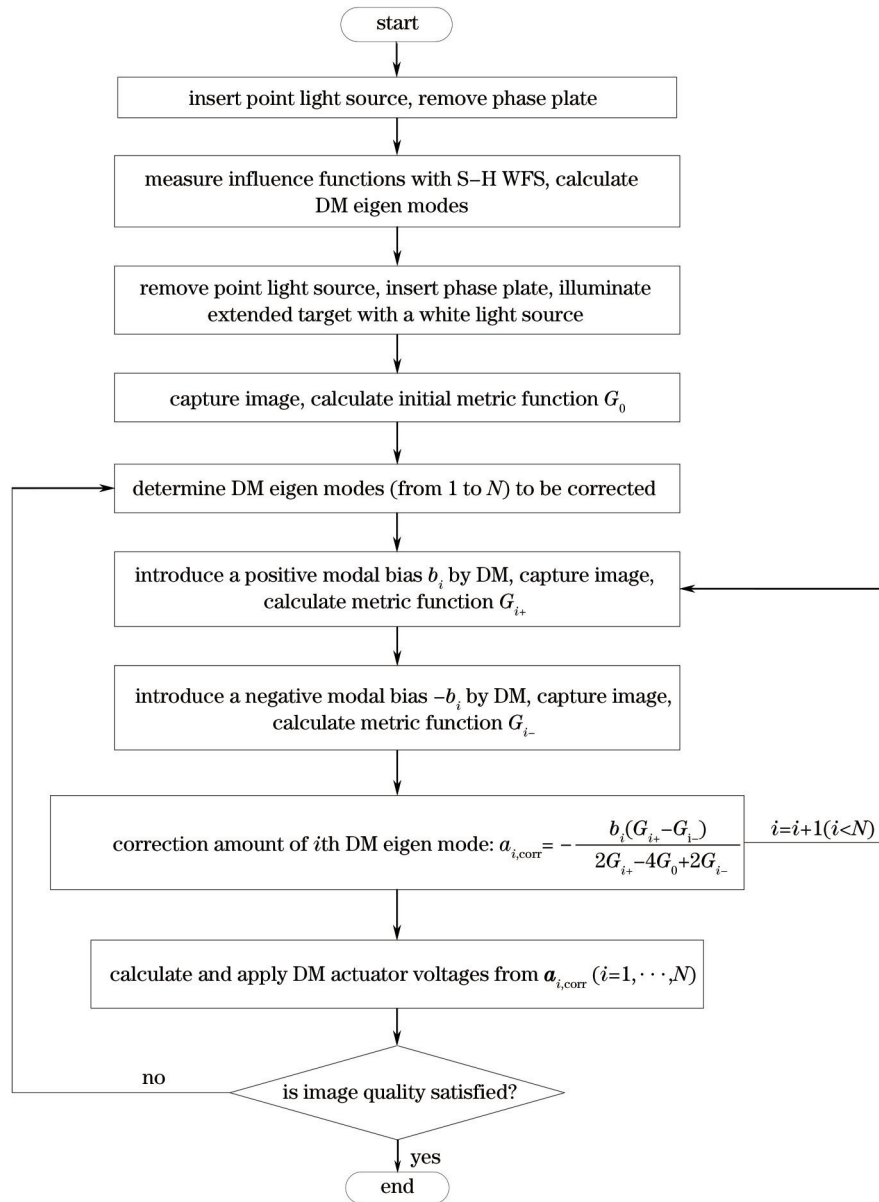


图 2 实验流程图

Fig.2 Experimental flow chart

4 实验研究

4.1 变形镜本征模式

根据夏克-哈特曼波前传感器测量的影响函数,由(12)式和(13)式可以导出37单元薄膜变形镜的本征模式如图3所示。由图3可知,随着变形镜模式阶数的提高,面形中所含的高频成分逐渐增多,能补偿的波前误差也更加复杂。

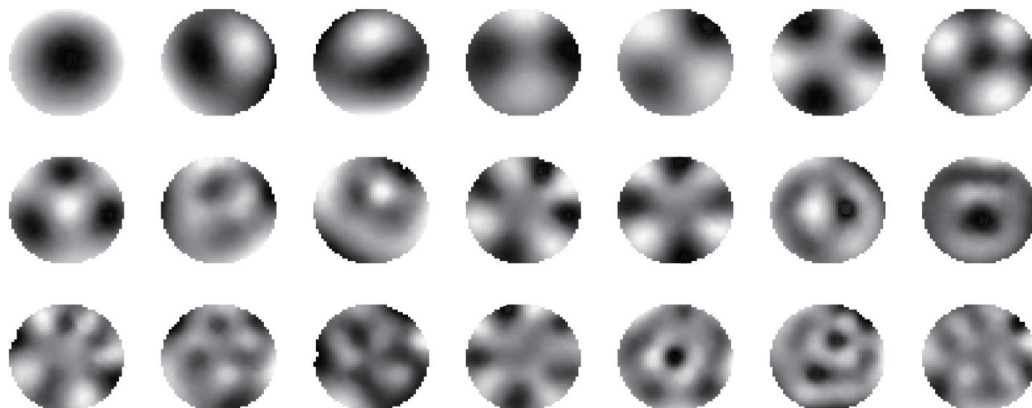


图3 OKO 37单元变形镜的前21项本征模式

Fig.3 First 21 eigen modes of OKO 37-channel DM

4.2 校正模式阶数的选取

由第2节理论推导可知,模式法对各阶变形镜本征模式系数的估计是相互独立的,在实际校正时根据波前误差空间频率成分的不同可以选择合适的模式阶数进行校正。为便于评价算法的校正结果,定义平均梯度 \bar{G} 为图像质量的评价函数^[13]。 \bar{G} 越大说明图像质量越好,算法校正效果越好。

$$\bar{G} = \frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sqrt{\left[\left(\frac{\partial f_{ij}}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial f_{ij}}{\partial y_i} \right)^2 \right]} \quad (15)$$

式中 m 、 n 分别是图像的宽和高, f_{ij} 为像素 (i,j) 处的灰度值。

图4是用相位板引入像差后,利用夏克-哈特曼波前传感器测量的图及用前35项Zernike多项式拟合该像差的Zernike系数,由图4可知该像差的模式组成以低阶为主。对该像差分别采用某一阶变形镜本征模式进行校正后的像质评价函数变化量如图5所示。由图5可知,对于该像差采用第1、2和7项模式校正时像质提高最为显著。因此,如果对待校正的像差的模式组成已有某些先验知识,则可以优先选择某些变形镜本征模式进行校正,从而提高算法的校正速度。

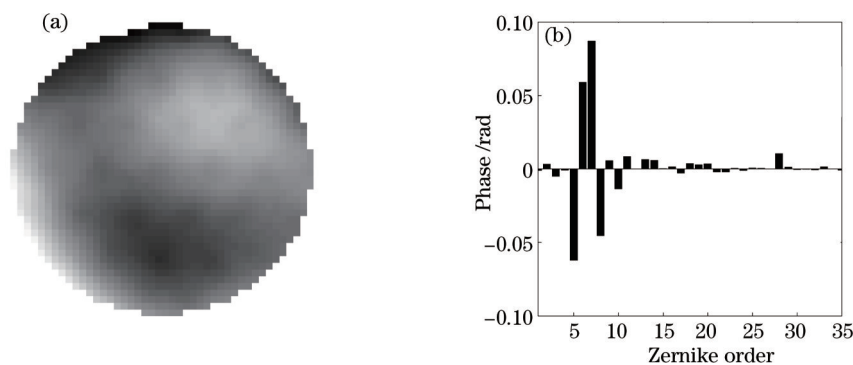


图4 初始像差。(a)夏克-哈特曼波前传感器测量的波前图(峰谷值: 7.88 rad, 均方根值: 1.26 rad); (b) Zernike拟合系数(1~35)

Fig.4 Initial wavefront error. (a) Wavefront error measured by Shack-Hartmann wavefront sensor (peak to valley: 7.88 rad, root mean square: 1.26 rad); (b) Zernike fitting coefficients (1~35)

对前 N 项变形镜本征模式校正后的像质评价函数如图 6 所示。由图 6 可知,对于该像差只需采用前 7 项变形镜本征模式即可达到足够的校正精度,在校正过程中变形镜只需要改变面形 15 次即可。因此当待校正波前误差的空间频率以低频为主时,选择很少的校正模式阶数就可以满足像质要求。

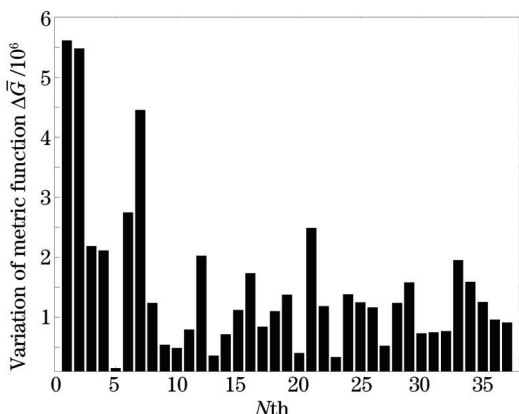


图 5 对第 N 项变形镜本征模式校正后的像质评价函数变化量

Fig.5 Variation of metric function after correction of N th DM eigen mode

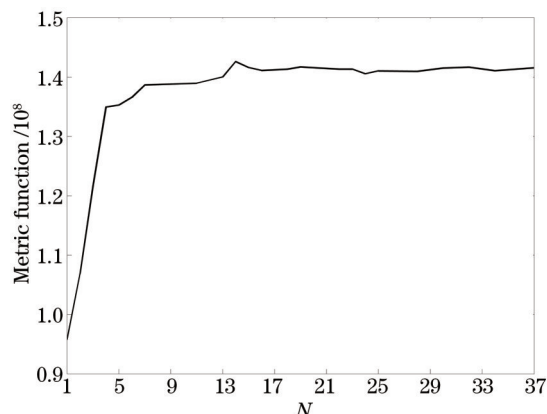


图 6 对前 N 项变形镜本征模式校正后的像质评价函数

Fig.6 Image metric function after correction of first N DM eigen modes

4.3 变形镜本征模式与 Lukosz 模式

文献[11]采用 Lukosz 模式来校正波前误差,当采用单元通道数较少的变形镜时,由于变形镜拟合 Lukosz 模式的能力有限,会引入拟合误差,影响校正能力^[14]。为了比较采用 Lukosz 模式与本征模式时算法的校正效果,采用两种模式对图 4 的像差进行了校正,结果如图 7 所示。由像质评价函数的变化可知采用变形镜本征模式时算法的校正效果更好。

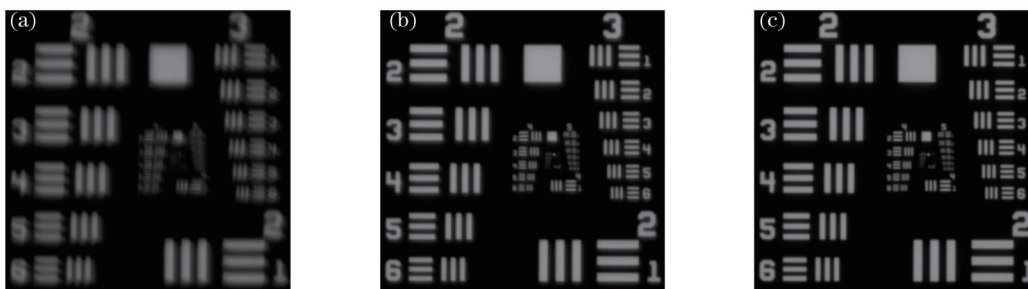


图 7 本征模式与 Lukosz 模式校正能力对比。(a)初始图像 ($\bar{G} = 9.04 \times 10^7$); (b)采用 Lukosz 模式校正后的图像 ($\bar{G} = 1.25 \times 10^8$); (c)采用本征模式校正后的图像 ($\bar{G} = 1.34 \times 10^8$)

Fig.7 Comparison of correction capabilities of Lukosz modes and eigen modes. (a) Initial image ($\bar{G} = 9.04 \times 10^7$); (b) corrected image using Lukosz modes ($\bar{G} = 1.25 \times 10^8$); (c) corrected image using eigen modes ($\bar{G} = 1.34 \times 10^8$)

4.4 与 SPGD 算法的对比

SPGD 算法是一种利用系统性能指标变化量与控制信号变化量进行控制信号梯度估计,并通过迭代的方法在该梯度下降的方向上搜索出最优系统性能指标的自适应光学校正方法。设系统的性能评价函数为 $J(\mathbf{u}) = (u_1, u_2, \dots, u_p)$, 其中, \mathbf{u} 是控制信号, P 为控制单元数。第 k 次迭代时,控制信号 \mathbf{u}^k 的计算公式为

$$\mathbf{u}^k = \mathbf{u}^{k-1} + \gamma^k \Delta \mathbf{u}^k \Delta J^k, \quad (16)$$

式中 γ^k 是第 k 次迭代计算的步长,可以由 $\gamma^k = \gamma^{k-1} / J^k$ 计算而得, ΔJ^k 是第 k 次迭代时性能评价函数 (J^k 的变化量), $\Delta \mathbf{u}^k$ 是第 k 次迭代时施加的扰动信号,各 $\Delta \mathbf{u}^k$ 相互独立且服从伯努利分布,各扰动分量的幅值相等, $|\Delta \mathbf{u}^k| = \sigma$, 且扰动取正负号的概率各 50%。

SPGD 算法采用基于像面光强的归一化像清晰函数作为评价函数,

$$J = \frac{\iint I^2(x,y) dx dy}{[\sum I(x,y)]^2}, \quad (17)$$

式中 $I(x,y)$ 是图像在 (x,y) 处的灰度值。

为了比较模式法与 SPGD 算法的校正效果,用两种方法对图 4 所示的像差分别进行了校正。图 8 为采用 1~14 阶变形镜本征模式的闭环校正结果。图 9 为 SPGD 算法的校正结果。

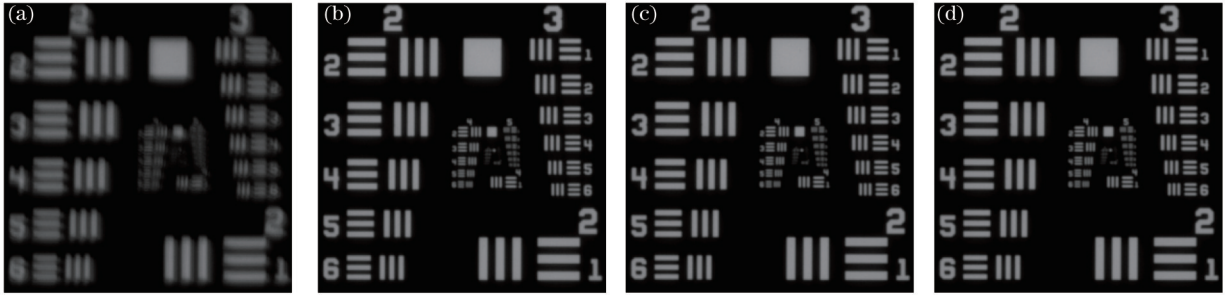


图 8 采用 1~14 阶变形镜本征模式的算法闭环校正结果。(a)初始图像 ($\bar{G} = 9.04 \times 10^7$); (b)闭环 1 次校正图像 ($\bar{G} = 1.34 \times 10^8$); (c)闭环 2 次校正图像 ($\bar{G} = 1.36 \times 10^8$); (d)闭环 3 次校正图像 ($\bar{G} = 1.37 \times 10^8$)

Fig.8 Results after using the algorithm based on 1~14 DM eigen modes in closed-loop modes. (a) Initial image ($\bar{G} = 9.04 \times 10^7$); (b) image after one correction ($\bar{G} = 1.34 \times 10^8$); (c) image after twice corrections ($\bar{G} = 1.36 \times 10^8$); (d) image after three-time corrections ($\bar{G} = 1.37 \times 10^8$)

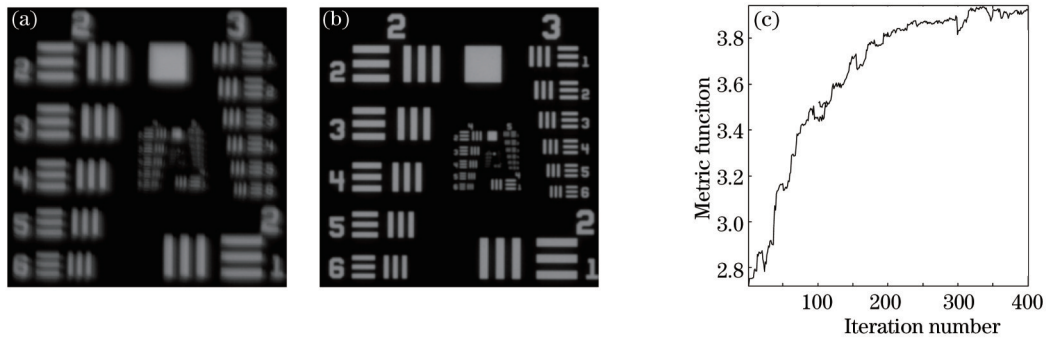


图 9 SPGD 算法的校正结果。(a)初始图像 ($\bar{G} = 9.04 \times 10^7$); (b)400 次迭代后的校正图像 ($\bar{G} = 1.38 \times 10^8$); (c)评价函数与迭代次数的关系曲线

Fig.9 Results after using SPGD algorithm. (a) Initial image ($\bar{G} = 9.04 \times 10^7$); (b) image after 400 iteration corrections ($\bar{G} = 1.38 \times 10^8$); (c) curve of metric function and iteration number

在用模式法或 SPGD 算法进行校正时,变形镜的形变次数是影响系统闭环带宽的主要因素。由(7)式可知,采用模式法校正时,需要变形镜的形变次数与采用的模式校正阶数有关。当用前 N 阶模式校正时,变形镜的形变次数为 $2N+1$ 次。采用 SPGD 算法校正时,由于每次迭代变形镜需要变形两次,因此当进行 M 次迭代时,变形镜的形变次数为 $2M+1$ 次。由图 8 和图 9 可知,采用模式法闭环校正三次后的校正效果与 SPGD 算法迭代 400 次的校正效果相当。此时,模式法对应的变形镜形变次数仅为 87 次,而 SPGD 算法为 801 次。

5 结 论

通过实验验证了基于变形镜本征模式的无波前传感器自适应光学校正方法的有效性。当对系统像差的形式有先验知识时,可以优先采用某些模式进行快速校正,迅速获得像质提高。实验结果表明,由于避免了变形镜拟合 Lukosz 模式时的拟合误差,变形镜本征模式比 Lukosz 模式的校正效果更好。模式法的校正精度与 SPGD 算法相当,但模式法的校正速度比 SPGD 提高了一个数量级,具有更高的闭环校正带宽,并且可以避免 SPGD 算法容易出现的收敛停滞问题。

受实验条件所限,仅对静态波前误差进行了校正研究,对于动态波前误差的闭环校正结果需要进一步

研究。此外,算法对于大动态范围、高空间频率的波前误差的校正效果也需要深入研究。

参 考 文 献

- 1 Yang Ping, Xu Bing, Jiang Wenhan, *et al.*. Study of a genetic algorithm used in an adaptive optical system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, 27(7): 1628–1632.
杨 平, 许 冰, 姜文汉, 等. 遗传算法在自适应光学系统中的应用[J]. *光学学报*, 2007, 27(7): 1628–1632.
- 2 Yu Zhan, Ma Haotong, Du Shaojun. Adaptive near-field beam shaping based on simulated annealing algorithm [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(3): 0314003.
余 湛, 马浩统, 杜少军. 基于模拟退火算法的自适应近场光束整形 [J]. *光学学报*, 2011, 31(3): 0314003.
- 3 Luo Cheng, Su Rongtao, Wang Xiaolin, *et al.*. Adaptive stochastic parallel gradient descent algorithm and its application in coherent beam combining [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(s1): s101006.
罗 成, 粟荣涛, 王小林, 等. 自适应并行梯度随机下降算法及其在相干合成中的应用[J]. *光学学报*, 2014, 34(s1): s101006 .
- 4 Wu Jian, Yang Huizhen, Gong Chenglong. Research of stochastic parallel gradient descent algorithm based on segmentation random disturbance amplitude [J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(7): 0712001.
吴 健, 杨慧珍, 龚成龙. 基于分段随机扰动幅值的随机并行梯度下降算法研究[J]. *中国激光*, 2014, 41(7): 0712001.
- 5 G W Carhart, J C Ricklin, V P Sivokon, *et al.*. Parallel perturbation gradient descent algorithm for adaptive wavefront correction [C]. *SPIE*, 1997, 3126: 221–227.
- 6 M A Vorontsov, G W Carhart. Adaptive optics based on analog parallel stochastic optimization: analysis and experimental demonstration [J]. *J Opt Soc Am A*, 2000, 17(8): 1440–1453.
- 7 Chen Bo, Yang Huizhen, Zhang Jinbao, *et al.*. Performance index and convergence speed of parallel gradient descent algorithm in adaptive optics of point source [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(5): 1143–1148.
陈 波, 杨慧珍, 张金宝, 等. 点目标成像自适应光学随机并行梯度下降算法性能指标与收敛速度 [J]. *光学学报*, 2009, 29(5): 1143–1148.
- 8 Yang Huizhen, Wu Jian, Gong Chenglong. Model-based sensorless adaptive optics system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(8): 0801002.
杨慧珍, 吴 健, 龚成龙. 基于模型的无波前探测自适应光学系统[J]. *光学学报*, 2014, 34(8): 0801002.
- 9 Yang Huizhen, Li Xinyang. Stochastic parallel gradient descent algorithm for adaptive optics system based on Zernike mode [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2009, 21(5): 645–648.
杨慧珍, 李新阳. 基于 Zernike 模式的自适应光学系统随机并行梯度下降算法[J]. *强激光与粒子束*, 2009, 21(5): 645–648.
- 10 M J Booth, D Debarre, T Wilson. Image-based wavefront sensorless adaptive optics [C]. *SPIE*, 2007, 6711: 671102.
- 11 D Debarre, M J Booth, T Wilson. Image based adaptive optics through optimisation of low spatial frequencies [J]. *Opt Express*, 2007, 15(13): 8176–8190.
- 12 Yu Ji, Dong Bing. Deformable mirror eigen modes based wavefront error correction method used for space optical remote sensor [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(12): 1228001.
喻 际, 董 冰. 基于变形镜本征模式的空间光学遥感器波前误差校正方法研究[J]. *光学学报*, 2014, 34(12): 1228001.
- 13 Sun Tao, Lin Liyu, Sun Fuxiong, *et al.*. *Optical Remote Sensing Image Restoration and Super Resolution Reconstruction* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2012.
孙 涛, 林立宇, 孙夫雄, 等. *光学遥感影像复原与超分辨重建* [M]. 北京: 国防工业出版社, 2012.
- 14 B Wang, M J Booth. Optimum deformable mirror modes for sensorless adaptive optics [J]. *Opt Commun*, 2009, 282(23): 4467–4474.

栏目编辑: 史 敏