EMD阈值滤波在光纤陀螺漂移信号去噪中的应用

崔冰波 陈熙源 宋 锐

东南大学仪器科学与工程学院,江苏南京 210096

摘要 光纤陀螺(FOG)的漂移输出经常淹没在噪声中,直接建模补偿漂移信号非常困难,提出基于经验模态分解 (EMD)的阈值滤波方法(EMD-T)对漂移信号预处理。为了提高EMD分解的精确度,基于噪声传播模型引入一种有 界噪声辅助分析的方法,将漂移信号中幅值小、频率高的噪声信息压缩至低阶本征模态函数中。为了验证算法的 有效性,采集一款干涉型FOG的静态漂移输出作为测试信号,将EMD-T与基于小波包变换(WPT)和常规EMD (CEMD)的阈值滤波方法进行了对比分析。仿真结果及Allan方差分析表明,EMD-T较WPT和CEMD滤波性能有显 著的改善,经EMD-T处理后,漂移信号的量化噪声(Q)和角度随机游走(N)分别由0.7862 μrad 和4.58×10⁻³ (°)·h^{-1/2} 下降至0.1340 μrad 和9.03×10⁻⁴ (°)·h^{-1/2}。 关键词 信号处理;光纤陀螺;经验模态分解;小波包变换

中图分类号 V241.5
文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0207001

Application of EMD Threshold Filtering for Fiber Optical Gyro Drift Signal De-Noising

Cui Bingbo Chen Xiyuan Song Rui

School of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China

Abstract The drift signal of fiber optic gyroscope (FOG) is often buried in noise. It is difficult to compensate drift directly, and a novel threshold filtering method based on empirical mode decomposition (EMD) (designated as EMD – T) is proposed as a pre–processing tool. Based on the noise spread model of EMD, a bounded noise assist analysis method is introduced to improve the decomposition accuracy of EMD. The noises with low magnitude and high frequency are compressed into early intrinsic mode functions. The static output of interferometric FOG is adopted to verify the effectiveness of EMD–T. Comparison analysis with filtering methods based on wavelet packet transform (WPT) and conventional EMD (CEMD) is done. Experimental and Allan variance analysis results show that EMD–T outperforms denoising method based on WPT and CEMD. The quantization noise (*Q*) and angle random walk (*N*) are decreased from 0.7862 µrad and 4.58×10^{-3} (°) \cdot h^{-1/2} to 0.1340 µrad and 9.03×10^{-4} (°) \cdot h^{-1/2}, respectively, after applying EMD–T.

Key words signal processing; fiber optic gyroscope; empirical mode decomposition; wavelet packet transform **OCIS codes** 070.2025; 060.2370; 060.2800

1 引 言

光纤陀螺(FOG)是一种基于 Sagnac 效应的惯性传感器,具有可靠性高、测量精度高以及易于集成等优

收稿日期: 2014-09-12; 收到修改稿日期: 2014-10-08

基金项目:国家自然科学基金(51375087,50975049)、中央高校基本科研业务费专项资金资助、江苏省普通高校研究生科研创新计划资助项目(KYLX_0106)

作者简介: 崔冰波(1986—), 男, 博士研究生, 主要从事非线性滤波、组合导航等方面的研究。E-mail:cuibingbo@163.com 导师简介: 陈熙源(1969—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事惯性器件误差建模、组合导航等方面的研究。

E-mail:chxiyuan@seu.edu.cn

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 www.opticsjournal.net

点,已成为惯性导航系统的理想器件。实际采集的FOG漂移数据受光源^{III}、光纤弯曲^{II}以及环境温度等多种 因素的影响,使得其常淹没在噪声中,导致直接建模补偿非常困难,为了建立精确的误差补偿模型,需要对 陀螺输出数据进行预处理。近年来,小波变换因其良好的时频特性和多分辨率能力在工程实践中得到了广 泛的应用,出现了基于离散小波变换^{III}、二代小波变换^{III}以及小波包变换^{III}的光纤陀螺信号去噪算法,上述方 法在离线标定补偿中获得了较好的结果,但是小波滤波过程需要手动选择分解层次与小波基,一旦选定了 分解参数其分解结果受信号特性的影响较大。文献[6-8]基于卡尔曼滤波及其扩展算法对滤除FOG的漂移 噪声进行了研究,主要围绕滤波器对先验统计信息的要求开展工作,由于卡尔曼滤波需要较完整的信号和 噪声的统计特性,其初始参数确认较复杂,并且存在收敛速度较慢和初始过渡状态较长等问题,使得这些算 法的适用性有待进一步研究。文献[9]提出了一种将小波包变换与前向线性滤波(FLP)结合的去噪算法,其对 小波包分解得到的高频系数强制去噪,对低频系数采用FLP处理,其滤波效果同样受小波包分解参数以及 FLP 参数选取的影响,同时存在滤波时延的问题。

经验模态分解(EMD)是一种数据驱动的时域分解算法,其自适应地将信号按照频率和幅值大小依次分 解成一组本征模态函数(IMF),克服了小波变换固定基函数存在的缺点,具有很强的局部自适应性^[10]。由于 基于 EMD 的信号处理方法不存在信号变换域分析带来的测不准误差,同时不需要信号的任何先验信息,被 广泛地应用于非平稳、非线性信号的去噪应用中^[11-12]。EMD 滤波方法分为直接重构法和阈值滤波方法,其中 直接重构法基于分解得到的 IMF 直接重构信号,其滤波效果受 IMF 分解精度影响较大,且由于直接去除含噪 信号的模态函数,属于强制去噪,易导致信号的变形。Kopsinis 等^[13]提出一种基于 IMF 极值点的阈值滤波方 法(CEMD),通过随机选择第1阶 IMF 序列与其余 IMF 累加构造具有相同信噪比的信号,然后对产生的多个去 噪结果平均处理得到最终的滤波结果,与基于小波滤波方法的对比分析表明,其处理低信噪比含噪信号的 滤波问题具有更好的效果。文献[14]提出一种 EMD-LWT 的滤波法方法对光纤陀螺输出信号进行去嗓研 究,应用提升小波变换(LWT)进一步缩小各阶 IMF 的频率带宽,其滤波效果受 EMD 分解精确度以及 LWT 分 解参数的影响较大。文献[15-16]基于噪声辅助数据分析(NADA)的方法对改善 EMD 分解的精确度进行了研 究,实验结果表明 NADA 可以有效地解决常规 EMD 分解中存在的模态混叠问题,但是噪声辅助次数增大了 算法的运算量。为了降低运算量,本文通过对 IMF 噪声水平的估计,提出一种有界噪声辅助分析的后处理 方法改善 EMD 分解质量,并最终实现了基于 EMD 的阈值滤波(记为 EMD-T)。采集一款干涉型光纤陀螺的 静态输出作为实验数据,仿真表明,与基于 WPT 和 CEMD 的滤波方法相比,EMD-T能获得更好的去噪效果。

2 EMD阈值滤波

EMD分解按照信号成分的频率和幅值将信号分解成一系列的具有物理意义的IMF。如图1所示,EMD 分解将含噪信号的各谐波分量依次分解成噪声主导的IMF集合、噪声与有效信息共存的IMF集合以及定义 为低频有效信息的余项,基于EMD的阈值滤波方法就是对3种IMF集合进行遴选和阈值处理的过程。



图 1 EMD 阈值滤波数据流图 Fig.1 Flowchart of EMD threshold filtering

2.1 模态集合的选择

由图1知,EMD的滤波过程需要求解混合模态索引的上界m和余项的上界q两个参数,其中n为EMD分解得到的总的IMF个数。Flandrin等¹¹⁷通过大量实验定义了EMD分解中噪声能量的理论传播模型:

$$E_{H}[1] = \sum_{i=1}^{N} \inf_{1}^{2}[i], \qquad (1)$$

$$\hat{E}_{H}[k] = \frac{\hat{W}_{H}[1]}{\beta_{H}} \rho_{H}^{-2(1-H)k}, \qquad (2)$$

式中*N*为EMD分析时窗的长度,*H*为Hurst指数, imf₁(*i*)为第1阶IMF序列。当*H*=0.5时,对应噪声为高斯白噪声,此时 β_H 和 ρ_H 分别为0.719、2.01, $\hat{E}_H[k]$ 为第k阶IMF的能量估计,实际应用中含噪信号的*H*值估计及 对应的参数选择参看文献[17]。将(1)式、(2)式建立的理论模型与含噪声信号的实际能量传播进行匹配,在一定置信度下与理论能量分布模型的匹配的IMF定义为噪声IMF。此外建立图1中余项的筛选标准如下:

$$h_q = \operatorname{mean}\left\{\sum_{i=1}^{q} \{\operatorname{imf}_i(t) - \operatorname{mean}[\operatorname{imf}_i(t)]/\operatorname{std}[\operatorname{imf}_i(t)]\}\right\},\tag{3}$$

式中 imf_i(t) 为第 i阶 IMF,当 h_q 显著的偏离 0时,第 q 阶 IMF 即为图 1 中定义的混合模态与余项的区分边界。 将-10℃下一段 40s 长的 FOG 零漂数据作为 EMD 的输入,其 H 值约为 0.854, 对应的 IMF 能量估计结果如图 2 所示,其中点划线为 95% 的置信度上下限,虚线为 99% 的置信度上下限(置信度详细模型参考文献[17]),由图 2 知,第 1 阶定义为噪声 IMF,第 7~10 阶可定义为低频信号,即近似不含噪声的 IMF,原始数据经 EMD 分解 后,第 3~6阶 IMF 的噪声含量较大,高阶 IMF 的能量分布与理论模型中噪声分布估计区域的分离度不大。

2.2 分解方法的改进

为了解决 EMD 分解过程中存在的小波消失、模态混叠等问题,本文采用噪声辅助分析方法^{II8}对高频 IMF 进行噪声平滑。为了降低噪声辅助分析的运算量,仅对初步定义为噪声的 IMF 进行辅助分析。设待分析信 号为 x(t),噪声辅助的阶数为 M,加入高斯白噪声 $w_k(t)$ 的次数为 I,噪声方差为 β_k^2 ,其中 k 为当前分解的 IMF 阶数,初始时为 1,其分解过程如下:

1) 初始化变量 $j=0, h_k^j(t) = x(t), j$ 为加入噪声次数;

2) j=j+1,加入随机白噪声 $w_{k}^{j}(t) \cong h_{k}^{j}(t)$,即 $h_{k}^{j}(t) = h_{k}^{j}(t) + \beta_{k}w_{k}^{j}(t)$;

3) 找出 $h_k^j(t)$ 的全部极值,用 3 次样条差值构造序列的上下包络线,计算得到包络均值 m(t),更新 $h_k^j(t) = h_k^j(t) - m(t)$;

4) 判断 $h_k^j(t)$ 是否满足 IMF 停止条件,不满足则返回 3)继续筛选,满足条件则得到 $imf_k^j(t) = h_k^j(t)$,判断 j 是 否等于 I,相等则计算 $imf_k(t) = (1/I) \sum_{k=1}^{J} imf_k^j(t)$,否则返回 2)更新 $h_k^j(t) = x(t)$ 继续加噪筛选过程;

5) 更新 $x(t) = x(t) - \inf_k(t)$,条件判断 k 是否等于 M,不等则更新 k = k + 1,返回步骤 1)继续筛选过程,相等则 终止筛选,最终得到 $\inf_1 - \inf_M$;

6) 对 x(t)进行常规 EMD 分解,得到另一组 $\inf_{M+1} \sim \inf_n$,信号 x(t)最终分解得到的 IMF 集合为 $\inf_1 \sim \inf_n$,最终得到信号 x(t)的表现形式如下式:

$$x(t) = \sum_{i=1}^{M} \inf_{i}(t) + \sum_{i=M+1}^{n} \inf_{i}(t) + r(t),$$
(4)

式中随机噪声标准差 $\beta_k = \alpha \cdot \operatorname{std}[h_k^j(t)]$, α 取 0.1~0.4, $w_k^j(t)$ 为 $w^i(t)$ 对应的第 k 阶模态。为了验证改进 EMD 算法的效果,选择 M=2, I=200, 对得到的 IMF 集合进行噪声能量传播的估计,其结果如图 3 所示。由图 3 可以看出,含噪数据的能量模型从第 3~7 阶均落在了置信区间外,表明算法增加了各模态与噪声理论传播模型的差异性。第 2 阶 IMF 的能量分布落在了噪声能量估计的置信区间内,第 8~10 阶也进一步偏离噪声能量传播的理论模型,说明噪声被进一步压缩至前 2 阶 IMF 中。由于低阶 IMF 的分解精度将显著影响 EMD 的后续分解结果,同时噪声在 IMF 中的传播具有连续性,可以认为第 3 阶 IMF 为混合模态集合的起点。同时,作为低频和高频区分界的模态序列仍为 7,说明本文采用的估计准则具有一定的鲁棒性,即除 1~2 阶外,3~6 阶 IMF 确实受到原始数据中一定强度噪声的影响,而且对比图 2 和图 3,可以发现经过噪声辅助分析,这种区分度更加明显。



2.3 阈值处理

小波去噪是基于高频系数的幅值进行缩放,而IMF的阈值滤波过程中,任意不为零的阈值在IMF过零点 附近都会修改IMF的数据值,造成信号信息的不连续。为了利用EMD分解过程中的极值点和过零点信息, 将阈值滤波规则建立在两过零点区间内极值点幅值与阈值的比较上。如果IMF的相邻过零点数据区间上 极值点的值都小于设定的阈值,可以认为该段数据表现为噪声特性。此外,EMD分解过程受异常点(例如振 动、随机噪声)的发生位置影响较大,可以采用均值滤波的方式平滑掉异常点对EMD分解的影响。由于第1 阶IMF可被视为噪声,滤波过程采取随机取样第1阶IMF与剩余的IMF构造具有相同信噪比的信号,对应的 可以得到多个滤波结果,对其取平均即可减弱EMD分解位置敏感性带来的误差。一次EMD阈值滤波为

$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=m}^{q-1} f_{\text{thr}}[\inf_{k}(t)] + \sum_{k=q}^{n} \inf_{i}(t) + r(t),$$
(5)

式中右侧第一项为区间阈值滤波, f_{th}[]实现过程参考文献[13],其余两项为*x*(*t*)分解得到的原始IMF分量和 余项。*K*次迭代后的最终滤波结果为

$$\hat{x}(t) = (1/K) \sum_{k=1}^{K} \tilde{x}(t),$$
(6)

式中K为通过随机取样构造的具有相同信噪比序列的数目。由以上描述可知,这种迭代阈值滤波方法受第 1阶IMF的噪声特性影响很大,即算法基于第1阶为噪声的假设来构造多个含噪序列的。Kopsinis通过选择 额外的滤波方法(如小波滤波),来保证第1阶IMF的噪声特性,影响了EMD数据驱动的自适应分解优势。 本文采用噪声辅助分析的方法,将信号噪声更多地分解到第1阶IMF中,不同于文献[18]提出的总体经验模 态分解,该方法通过噪声传播模型的分析,限定噪声辅助分析的阶数M来降低算法的运算量。同时,文献 [16]研究表明,这种有界的辅助分析方法相对于EMD可以减少无意义IMF的分解,提高信号本征模态分量物 理意义的准确性。

3 实验仿真

常规滤波器(如带通滤波器)的工作前提是噪声与信号频谱不重叠的假设,而陀螺的缓慢漂移数据与其 敏感的真实角速率信息在频域内是重合的。光纤陀螺仪的确定性漂移和速率斜坡可以通过建立数学模型 进行实时补偿,而随机噪声受运行环境以及载体状态等影响较严重,通常基于滤波算法直接去除。本文去 噪结果的评价标准为漂移信号标准差和Allan方差,其中Allan方差是电气和电子工程师协会公认的光学陀 螺仪参数分析的标准,相互独立的误差项在时间域内近似不重叠,可以直观地在时域内对多个噪声源的统 计特性进行定量的表征和辨识。陀螺漂移信号主要包括量化噪声(Q)、角度随机游走 (N)、零偏稳定性(B)、速 率随机游走(K)以及速率斜坡(R)。为了验证 EMD-T算法的有效性,选取一款干涉型闭环光纤陀螺作为测试 对象,在-10 ℃采集陀螺的静态漂移数据,采样频率为100 Hz,实验时长为4h,选择每小时前10 min的数据 作为去噪分析对象。将 EMD-T与基于 WPT和 CEMD 的阈值滤波方法进行对比分析。WPT分解层次依次为 3 层和4层(分别记为 WPT-3和 WPT-4),小波基选择 sym4, EMD-T噪声辅助分析层次为2,加入白噪声的次 数为200,阈值滤波的迭代次数为20。为了对比分析3种阈值滤波方法的性能,采用的阈值方法、阈值选取 规则均一致。

图 4 为几种滤波算法去噪后的效果,可以发现 4 种方法都显著地改善了信号的离散程度,EMD-T较CEMD和WPT分解层数为3时的滤波效果更好,当WPT的分解层数为4时,去噪结果的标准差与EMD-T近似。为了更详细地分析WPT去噪对漂移数据中噪声项的影响,对数据段4的去噪结果进行Allan方差分析,其结果如表1所示。



图 4 FOG 静态输出信号的标准差 Fig.4 Standard deviations of FOG static output 表1 去噪结果的 Allan 方差对比

Table 1	Comparison	of Allan	variance	for c	lenoising	result
---------	------------	----------	----------	-------	-----------	--------

	Q / μ rad	$N / (\circ) \cdot h^{-1/2}$	$B / (^{\circ}) \cdot h^{-1}$	$K / (^{\circ}) \cdot h^{-3/2}$	$R/(\circ)\cdot\mathrm{h}^{-1/2}$
Original	2.0527	1.74×10^{-2}	1.08×10^{-1}	1.59×10 ⁻¹	7.90×10 ⁻²
WPT-3	0.3885	2.28×10 ⁻³	1.01×10^{-2}	1.41×10 ⁻²	6.85×10 ⁻³
WPT-4	0.1651	9.50×10 ⁻⁴	3.17×10 ⁻³	5.36×10 ⁻³	2.80×10 ⁻³
CEMD	0.7862	4.58×10 ⁻³	2.63×10 ⁻²	3.98×10 ⁻²	1.99×10 ⁻²
EMD-T	0.1340	9.03×10 ⁻⁴	2.69×10 ⁻²	3.74×10 ⁻²	1.80×10^{-2}

由表1知,原始数据的误差项主要为量化噪声 Q、速率随机游走 K 以及速率斜坡 R。基于 WPT 的阈值滤 波在4层分解时,各误差项较3层分解时均显著减小,说明基于 WPT 分解的阈值滤波受选择的分解层数影响 较大。同时,随着分解层数的增大,低频噪声与信号弱特征信息可分离性降低,即 WPT 阈值滤波对低频的弱 特征信息也进行幅值缩放,增大分解层数无法保留具有长相关周期的漂移误差项,这不利于后期对 K 和 R 的 建模补偿。CEMD 与 WPT-3 相比,获得了相似短周期误差项滤波效果,但是更好地保留了缓慢漂移项 K 和 R 的信息,所以基于 EMD 的阈值滤波方法能更好地保留漂移信号的弱特征信息。EMD-T 较 CEMD 关于高频 噪声项 Q 和 N 分别由 0.7862 μrad 和 4.58×10⁻³ (°)·h^{-1/2}下降至 0.1340 μrad 和 9.03×10⁻⁴ (°)·h^{-1/2},由于两种方法 采用相同的阈值选择策略,所以这些改善归功于改进的 EMD 分解。

4 结 论

本文对 EMD-T用于抑制 FOG 静态漂移中的噪声进行了研究,并与不同分解层次下的 WPT 阈值滤波和 传统的 EMD 阈值滤波方法进行对比分析。为了验证 EMD-T 的有效性,采集-10 ℃下的 FOG 静态漂移数据 进行了仿真,实验和 Allan 方差结果表明, WPT 滤波受分解层次的影响较大,分解层数为4时,滤波结果的标 准差与 EMD-T 近似,但其显著衰减了漂移信号中的弱特征信息。相对 WPT 阈值滤波,CEMD 的阈值滤波方 法能更好地保留信号的弱特征信息,从而为建模补偿提供良好的数据来源。基于改进的 EMD 分解实现的 EMD-T方法较CEMD能显著的衰减漂移信号中的噪声信息,同时保留缓慢漂移的误差项,所以EMD-T是一种有效的非平稳信号滤波方法。

参考文献

1 Suo Xinxin, Yang Yuanhong, Yang Mingwei, *et al.*. Relative intensity noise characteristic of broadband sources and its effect on performance of closed-loop fiber optic gyroscope [J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(6): 0605009.

索鑫鑫,杨远洪,杨明伟,等.宽谱光源相对强度噪声及对闭环光纤陀螺影响研究[J].中国激光,2014,41(6):0605009.

2 Wu Changxin, Yang Mingwei, Yang Yuanhong, *et al.*. Effect of fiber bend on interferometric fiber optical gyroscopes performance [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(3): 0306005.

吴长莘,杨明伟,杨远洪,等.光纤弯曲对干涉式光纤陀螺性能的影响[J].光学学报,2014,34(3):0306005.

- 3 L Samrat, J Nayak, N Giribabu, *et al.*. Characterization of fiber optics gyro and noise compensation using discrete wavelet transform [C]. Second International Conference on Emerging Trends in Engineering and Technology, 2009. 909–913.
- 4 Gao Wei, Zu Yue, Wang Wei, *et al.*. Research on real-time de-noising of FOG based on second generation wavelet transform [J]. Chinese J Scientific Instrument, 2012, 33(4): 774-779.

高 伟,祖 悦,王 伟,等.基于二代小波的光纤陀螺实时降噪方法研究[J].仪器仪表学报, 2012, 33(4): 774-779.

5 Li Jialei, Xu Hualong, He Jing. Research and improvement of denoising method of fiber optic gyroscope based on wavelet packet analysis [J]. Acta Optical Sinica, 2010, 30(8): 2224-2228.

李家垒,许化龙,何 婧.光纤陀螺信号的小波包去噪及改进[J].光学学报,2010,30(8):2224-2228.

- 6 C Kownacki. Optimization approach to adapt Kalman filters for the real-time application of accelerometer and gyroscope signals filtering [J]. Digit Signal Process, 2011, 21(1): 131-140.
- 7 X Wu, L Duan, W Chen. A Kalman filter approach based on random drift data of fiber optic gyro [C]. Industrial Electronics and Applications (ICIEA), 2011: 1933-1937.
- 8 R Peesapati, S L Sabat, K P Karthik, *et al.*. Efficient hybrid Kalman filter for denoising fiber optic gyroscope signal [J]. Optik, 2013, 124(20): 4549-4556.
- 9 Shen Chong, Chen Xiyuan. Denoising algorithm for FOG based on wavelet packet transform and FLP algorithm [J]. Journal of Southeast University(Natural Science Edition), 2011, 41(5): 978-981.

申 冲,陈熙源.基于小波包变换与前向线性预测滤波的光纤陀螺去噪算法[J].东南大学学报(自然科学版), 2011, 41(5): 978-981.

- 10 N E Huang, Z Shen, S R Long, *et al.*. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. Proc R Soc Lond A, 1998, 454: 903-995.
- 11 J Chen, X D Shang. GPS multipath effect mitigation algorithm based on empirical mode decomposition [J]. Earth and Space, 2010: 2395-2404.
- 12 L H She, Z Q Xu, S Zhang, et al.. De-noising of ECG based on EMD improved-thresholding and mathematical morphology operation [J]. Proc IEEE BMEI, 2010: 838-842.
- 13 Y Kopsinis, S McLaughlin. Development of EMD based denoising methods inspired by wavelet thresholding [J]. Transactions on Signal Processing, 2009, 57(4): 1351-1362.
- 14 S W Dang, W F Tian, F Qian. EMD- and LWT-based stochastic noise elimination method for fiber optic gyro [J]. Measurement, 2011, 44(10): 2190-2193.
- 15 M A Colominas, G Schlotthauer, M E Torres. Improved complete ensemble EMD: a suitable tool for biomedical signal processing [J]. Biomed Signal Process Control, 2014, 14(1):19-29.
- 16 Cui Bingbo, Chen Xiyuan. Multipath mitigation of GPS signal based on improved EMD algorithm [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014, 22(3): 346-351.

崔冰波,陈熙源.基于一种改进EMD算法的GPS多径效应抑制方法[J].中国惯性技术学报, 2014, 22(3): 346-351.

- 17 P Flandrin, P. GonÇalvès, Gabriel Rilling. Detrending and denoising with empirical mode decompositions [J]. Eusipco, 12th European Signal Processing Conference, 2004: 1581-1584.
- 18 Wu Zhaohua, N E Huang. Ensemble empirical mode decomposition: a noise assisted data analysis method [J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2009, 1(1): 1-41.

栏目编辑:张 雁