

多针孔散射屏形成的散斑场分布特性的研究

刘 曼^{1,2} 程传福²

¹齐鲁工业大学理学院, 山东 济南 250353

²山东师范大学物理与电子科学学院, 山东 济南 250014

摘要 利用多针孔孔径随机散射屏详细分析了夫琅禾费衍射区的散斑场中的相位和相位涡旋的统计特性,发现散斑相位涡旋的分布具有区域相似性和团簇现象,其中有2个、4个和6个正负相位涡旋形成的独立单元。这些新现象与普通单一孔径形成的散斑相位涡旋的分布完全不同。改变随机散射屏前孔径上小针孔的数量和间距,散斑颗粒和相位涡旋的密度随着改变。

关键词 物理光学; 成像系统; 衍射

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.1226002

Distribution Characteristics of Speckle Fields Produced by Multi-Pinhole Screens

Liu Man^{1,2} Cheng Chuanfu²

¹School of Science, Qilu University of Technology, Jinan, Shandong 250353, China

²College of Physics and Electronics, Shandong Normal University, Jinan, Shandong 250014, China

Abstract By the use of multi-pinhole random screens, the intensity and phase distributions of speckle fields are analyzed. It is found that the distribution of phase vortices shows local similarity and the cluster phenomena appearing in local regions. There are many independent units composed by 2, 4 and 6 positive and negative phase vortices. These new phenomena are different from those generated by a single square aperture random screen. The density of phase vortices becomes larger with the increase of the distance between pinholes and the number of pinholes.

Key words physical optics; imaging systems; diffraction

OCIS codes 260.1960 ; 110.6150 ; 050.1970

1 引言

众所周知,散斑是相干光经粗糙表面反射或随机介质散射后形成的一种复杂随机强度分布图样^[1]。通常情况下,散斑图样由散射体和散射孔径的特征来决定。当散射孔径是多孔的情况时,散斑的结构与单孔形成的有明显的不同。在早期的研究中,多孔径形成的散斑主要在测量成像光学系统中用到,例如双孔、三孔和四孔散斑照相等,都是关于散斑形状和结构的研究,对其统计特性研究的较少^[2-3]。最近,多孔径形成的散斑团簇现象又引起了人们的研究兴趣。例如,Lencina等^[4-5]研究了成像系统中的团簇形成,并提出了三维团簇散斑的分析方法。Mosso等^[6]分析了对称性孔径产生的团簇状散斑。Staforelli^[7]提出了一种利用团簇散斑分析光学捕获的方法。由于散射光波的干涉在随机散斑场中会形成很多光强值为零的点,光强零点处的相位不能确定,因此这些点被称为相位奇异点或相位涡旋^[8]。近年来,散斑场中的相位涡旋成为光学涡旋的一个重要分支^[9],在许多领域中具有潜在的应用。例如,在地质结构和冰冠探测、医学检查、航天部件检测等

收稿日期: 2015-05-12; 收到修改稿日期: 2015-06-15

基金项目: 国家自然科学基金(11404179)

作者简介: 刘 曼(1976—),女,博士,副教授,主要从事光学散射、散斑统计光学、近场光学等方面的研究。

E-mail: lium7879@163.com

领域有重要的应用前景^[10]。由于多孔径形成的大结构散斑颗粒上有小散斑颗粒形成的团簇现象,所以多孔径形成的散斑场中的相位及相位涡旋的分布应该与传统散斑场中的相位及相位涡旋的分布不同。但是,关于多针孔孔径形成的散斑场中相位分布及相位涡旋的统计特性很少有文献报道^[11-15]。

本文利用多针孔随机散射屏研究了夫琅禾费衍射面上散斑颗粒、相位分布和相位涡旋的分布特性,并定量讨论了散斑场的局部相位概率密度分布和相位涡旋周围光强等值线离心率的概率分布与孔径数量的关系。

2 理论与计算方法

图1给出了多针孔随机散射屏在夫琅禾费衍射面上形成散斑场的示意图。散射屏被开有 N 个针孔的孔径遮挡,针孔的大小相等,并且均匀地分布在 x_0y_0 平面上一个边长为 L 的正方形上。 $P_1, P_2, \dots, P_m, \dots, P_N$ 表示正边形上针孔的序号, z 为透镜的焦距。用波长为 λ 、振幅为 1 的一束平行激光光束垂直照明位于 x_0y_0 平面上的散射屏,在观察屏 xy 上任意一点处的散射光场的复振幅为

$$E(x,y) = \iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} T(x_0,y_0) \exp[-ik(n-1)h(x_0,y_0)] \exp[-ik(xx_0 + yy_0)/z] dx_0 dy_0, \quad (1)$$

式中 n 是散射屏的折射率, $h(x_0,y_0)$ 是散射屏表面轮廓的高度函数, $k = 2\pi/\lambda$, 为波矢量的大小, $T(x_0,y_0)$ 是透射率函数,且满足

$$T(x_0,y_0) = \sum_{m=0}^{N-1} T_m(x_0 - x_{0m}, y_0 - y_{0m}),$$

$$T_m(x_0 - x_{0m}, y_0 - y_{0m}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \sqrt{(x_0 - x_{0m})^2 + (y_0 - y_{0m})^2} \leq r, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (2)$$

其中, (x_{0m}, y_{0m}) 是第 m 个针孔的中心坐标, r 为针孔半径。通常情况下,光场的复振幅也可表示为

$$E(x,y) = A(x,y) \exp[i\varphi(x,y)] = \xi(x,y) + i\eta(x,y), \quad (3)$$

式中 $A(x,y)$ 是振幅, $\varphi(x,y)$ 是相位, $\xi(x,y)$ 和 $\eta(x,y)$ 分别是光场的实部和虚部。观察面上任一点的光强可表示为 $I(x,y) = E(x,y)E^*(x,y)$ 。一般情况下,散斑相位涡旋周围的相位分布不均匀。围绕着相位涡旋的光强等值线呈椭圆形,而流的等值线呈圆形,光场的流可以定义为 $J = |J| = I\nabla\varphi$, 与流有关的涡旋状态定义为 $\omega = \frac{1}{2} \nabla \times J = \nabla\xi \times \nabla\eta$, 光强等值线的离心率可以表示为^[16]

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}\omega} \left\{ [(\nabla\xi)^2 + (\nabla\eta)^2]^2 - 4\omega^2 \right\}^{1/4} \sqrt{(\nabla\xi)^2 + (\nabla\eta)^2 - \sqrt{[(\nabla\xi)^2 + (\nabla\eta)^2]^2 - 4\omega^2}}, \quad (4)$$

相位涡旋周围的相位分布越均匀,离心率越小,反之亦然。

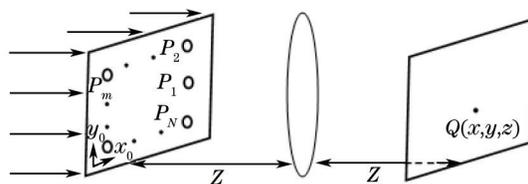


图1 成像系统示意图

Fig.1 Geometry of imaging system

为了简化数值计算过程,用随机数代替散射屏。设定 L, z, λ, n 和 r 分别为 $100.0 \mu\text{m}, 20.0 \text{cm}, 0.6328 \mu\text{m}, 1.532$ 和 $4.0 \mu\text{m}$, 观察面的范围为 $6.0 \text{cm} \times 6.0 \text{cm}$, 其中包括 1001×1001 个取样点。

3 结果和讨论

根据(1)式和(2)式及第2节中提到的参数,得到了多针孔孔径形成的散斑场。 $N=8, 12, 16, 20$ 时散斑场光强分布的灰度图如图2(a1)~(d1)所示,其灰度等级都是32,在计算过程中光强值取的是任意单位,图中内嵌的小图是散射屏前每种针孔分布的几何图。图2(a2)~(d2)是与图2(a1)~(d1)对应的相位分布图,相位的取值范围为 $(-\pi, \pi]$, 灰度等级为8。为了比较,图2(e1)、(e2)所示是单一方形孔径在夫琅禾费衍射面上形成的光

强和相位的分布图。

从图 2(a1)可以看出,在大散斑颗粒上有许多小散斑颗粒,小散斑颗粒多呈类圆形,其排列比较均匀并具有规律性。在黑暗区域中,也有很多小散斑颗粒,但其光强比较小。从图 2(a1)整体来看,大散斑颗粒之间有明显的边界。与图 2(a1)相比,图 2(b1)中的小散斑颗粒大小不均匀,形状也各异,但大致排成水平和竖直的直线轮廓,大散斑颗粒的边界依然清晰可见。从图 2(c1)容易看出,随着孔径上针孔数量 N 的增多,作为背景的大散斑颗粒的边界越来越模糊,在某些区域,小散斑颗粒亮度的差别越来越小,并逐渐演化为团簇现象。图 2(a1)~(c1)中的白色矩形线框中小散斑颗粒的个数分别为 8、12 和 16,它们的分布和数量与散射屏前孔径上针孔的分布和数量相似,这种现象在图 2(a1)~(b1)中更为明显。从图 2(d1)看出,当针孔的个数 $N=20$ 时,小散斑颗粒也排成团簇的结构,但白色矩形线框中的小散斑颗粒的数量与针孔的数量不再相等,团簇结构的大小不相等,其形状有的呈方形,有的呈矩形,还有的呈直线的轮廓。从图 2 的整体来看,随着针孔数量的增多,团簇结构的形状和走势越来越复杂。

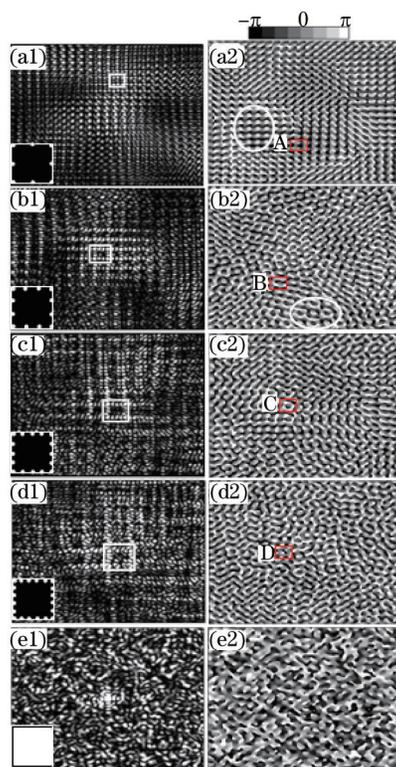


图 2 (a1)~(e1)散斑光强; (a2)~(e2)相位图

Fig.2 (a1)~(e1)Intensity distribution patterns; (a2)~(e2) phase distribution patterns

从图 2(a2)~(d2)整体看出,相位分布呈现出复杂的结构。对比图 2(a2)~(d2)与图 2(e2)很容易看出,多针孔排列在方形孔径上与单一方形孔径形成的散斑场相位分布有明显的不同。在图 2(a2)~(d2)中,不同灰阶的区域分布明显不均匀,相位涡旋的数量也比图 2(e2)的多,并且在每幅图中都出现了局域相似性,如图 2(a2)~(b2)中白色椭圆形线框中的相位分布。在图 2(e2)中,相同灰阶的区域是随机分布的,每一灰阶占有的比例几乎相同,并且相位涡旋的个数少,其分布也是随机的。

为了清楚地观察相位涡旋及其周围相位的分布情况,将图 2 中红色矩形线框 A、B、C 和 D 中的部分分别进行了放大显示,如图 3(a1)~(d1)所示,其中黑色的实线是等相位线,其相位间隔为 $\pi/4$,所以从每个相位涡旋辐射出 8 条等相位线,红色圆圈和白色的实心圆点分别代表正负相位涡旋。为了分析局域相位分布和光强分布的关系,在图 3(a2)~(d2)中分别给出了对应的光强分布图。

从图 3(a1)看出,在 $(-\pi/2, \pi/2)$ 范围内的相位值所占比例较大。在图 3(a1) 的中心,有 1 个分别用数字 1~6 标记的 6 个相位涡旋组成的涡旋组,它包括 3 个正相位涡旋和 3 个负相位涡旋,正负涡旋交替分布。被相位涡旋组包围的黑色相位区的相位变化比较缓慢,但在相邻的 2 个涡旋间相位变化比较快,而相位涡旋组外的

相位变化又比较慢。从图 3(a2)可以看出,与相位涡旋组包围的黑色相位区对应的是一个亮的小散斑颗粒,其外面是一个类似于环形的暗区,暗区外是亮度不均匀的多个小散斑颗粒。

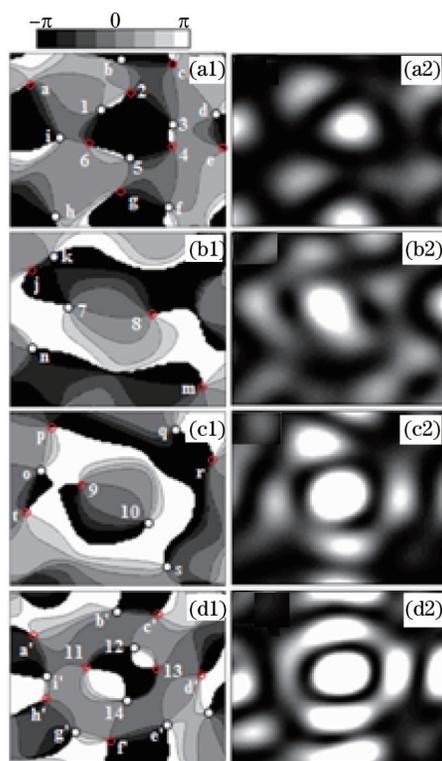


图 3 (a1)~(d1)相位图; (a2)~(d2)光强图

Fig.3 (a1)~(d1) Phase distribution patterns; (a2)~(d2) intensity distribution patterns

在图 3(b1)的中心有 1 个正负涡旋对,用数字 7 和 8 标记,正负相位涡旋对被白色和黑色的相位区包围,其周围的相位变化比较慢。正负涡旋对各有一条等相位线与其他相位涡旋相连,正负涡旋对之间共用 7 条等相位线。从图 3(b2)可以看出,和正负涡旋对相对应的是一个亮的小散斑颗粒,其左右两侧各有一个黑暗的小区域。

有趣的是,在图 3(c1)的中心有 1 个正负相位涡旋对,用数字 9 和 10 标记,其完全被白色的相位区包围,形成一个独立的单元,正负涡旋对没有等相线与其他相位涡旋相连,即从一个相位涡旋辐射出的 8 条等相位线全都终止在另一个与其符号相反的相位涡旋上。白色区域外与其直接相连的有 6 个用字母 o、p、q、r、s 和 t 标记的正负交替出现的相位涡旋,这种现象在普通散斑场中几乎看不到。对比图 3(c1)、(c2)可以看出,与正负相位涡旋对对应的散斑颗粒较亮,并且轮廓呈类圆形,其外面是一个类似于环形的暗区,暗区外是亮度不均匀的有些地方断开的环。

从图 3(d1)可以看出,在 $(-\pi/2, \pi/2)$ 范围内的相位值所占比例也较大。在图 3(d1) 的中心,分别用数字 11、12、13 和 14 标记的 4 个相位涡旋,它包括 2 个正相位涡旋和 2 个负相位涡旋,4 个相位涡旋呈几何对称的形式分布。被 4 个相位涡旋组包围的黑色和白色相位区的相位变化比较缓慢,相邻的 2 个涡旋间相位变化仍然比较快,而相位涡旋组外的相位变化又比较慢。中心的 4 个相位涡旋各有一条等相位线分别与外侧的其他 4 个相位涡旋直接相连,如 11 和 i', 12 和 c'。从图 3(d2)可以看出,与 4 相位涡旋组包围的相位区对应的是一个亮的小散斑颗粒,其外面是一个类似于环形的暗区,暗区外侧是亮度不均匀的亮环。

因为傅里叶变换空间的散斑光强自相关函数扩展为孔径模平方的傅里叶变换^[1],所以随机散射屏前针孔的分布决定了夫琅禾费衍射面上大散斑结构上小散斑颗粒排成的轮廓与散射屏前针孔的排列相似且呈团簇现象。又因为来自不同针孔的不同频谱的随机光波两两相互干涉,使大散斑结构上的小散斑颗粒比较亮且多呈直线分布。由于多孔径形成的散斑场中小散斑颗粒分布呈团簇现象,所以整个散斑场中的相位分布不均匀,而相位涡旋附近的相位分布较均匀。

下面定量讨论相位分布的局域相似性。图4(a)~(e)分别给出了不同孔径形成的局域相位概率密度分布曲线,每种孔径对应5组不同的随机数种子,分别用1#,2#,3#,4#和5#进行标记,图中黑色的实线是根据 $p_\varphi(\varphi) = \frac{1}{2\pi}, (-\pi \leq \varphi < \pi)$ 计算出的普通散斑场的相位概率密度分布。

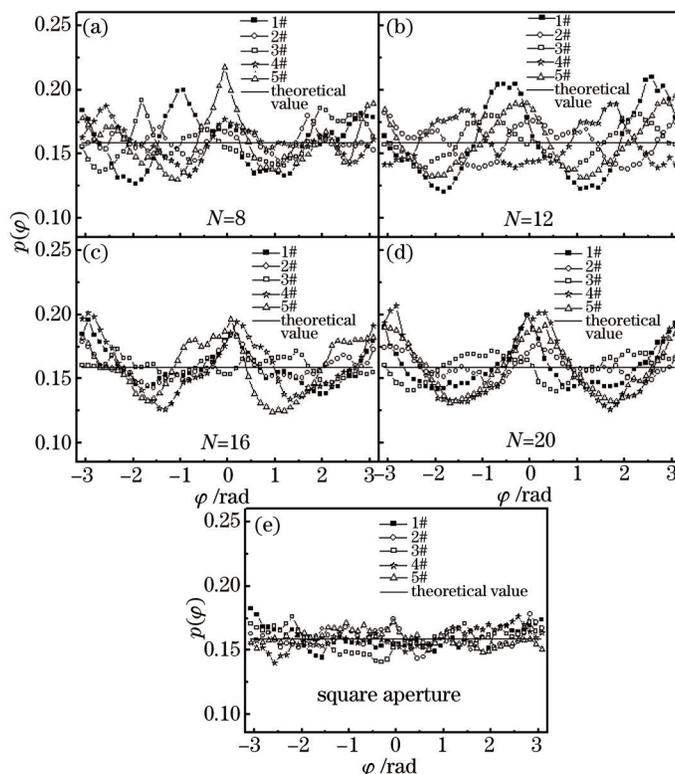


图4 局域相位概率密度分布图

Fig.4 Local phase probability density distributions

从图4(a)~(d)容易看出,多针孔形成的散斑场中的相位分布是不均匀的,每条相位的概率密度分布曲线都出现了不同程度的涨落,同一孔径的不同随机散射屏形成的相位的涨落情况有些差别,这种差异在图4(a)、4(b)中较为明显。在图4(c)、4(d)中同一孔径的不同随机散射屏形成的相位概率密度分布曲线涨落的步调相似,并具有对称性。从图4(e)可以看出,相位概率密度分布曲线涨落的幅度较小,说明相位分布比较均匀。

根据(4)式得到的相位涡旋附近光强等值线的偏心率的概率密度分布曲线如图5所示,纵坐标用对数坐标表示。每幅图大概对 10^4 个相位涡旋点进行了统计,其中红色的直线是对数坐标下的线性拟合线,通过拟合获得了直线的斜率,并分别在图中给出。对比拟合的结果可以发现,随着针孔数量的增多,拟合值先变小,当针孔的数量等于12时,达到最小,之后又逐渐增大。对比图5的拟合结果也可以发现,随着针孔数量的增大,相位图中相相位分布均匀的相位涡旋个数逐渐增多,而后又逐渐减少。

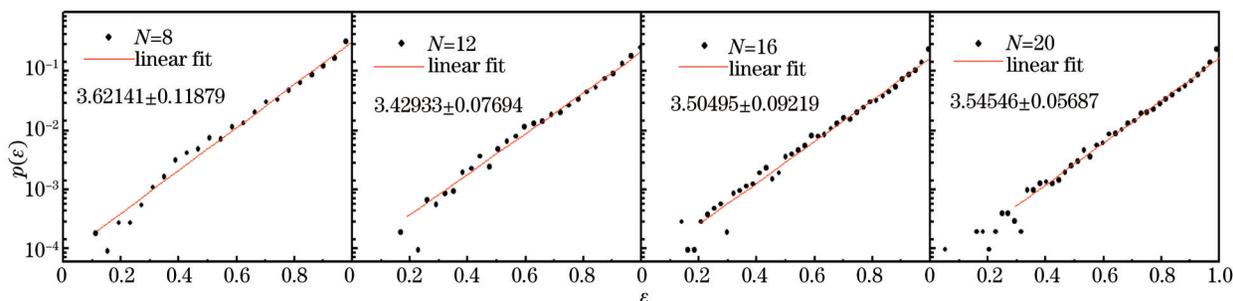


图5 ε 的概率密度分布曲线

Fig. 5 Local probability distributions of ε

4 结 论

从理论上详细研究了多针孔散射屏形成的散斑场中相位统计及相位涡旋的分布特性,发现相位和相位涡旋的分布与普通单一孔径形成的不同,为了定量分析相位涡旋的这种新的分布现象,对相位分布进行了定量的讨论,发现多孔径形成的散斑场的相位分布不均匀,相位涡旋的密度较大,这就为在单位光体中同时捕获更多粒子提供了途径。通过对相位涡旋点附近的光强等值线的偏心率的统计,得出多孔径散射屏形成的相位涡旋周围光强等值线的离心率与针孔的数量有关。该结果对讨论相位涡旋的基本结构、新特征和新规律有重要作用,或许还可以应用到光学捕获中。

参 考 文 献

- 1 Goodman J W. Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications[M]. Ben: Roberts & Company, 2006.
- 2 D E Duffy. Moiré gauging of in-plane displacement using double aperture imaging[J]. Appl Opt, 1972, 11(8): 1778-1781.
- 3 F D Chiang, R P Khetan. Strain analysis by one-beam laser speckle interferometry. 2: Multiaperture method[J]. Appl Opt, 1979, 18(13): 2175-2186.
- 4 A Lencina, M Tebaldi, N Bolognini. Multiple-aperture speckle method applied to local displacement measurements[J]. Opt Commun, 2007, 274(1): 23-31.
- 5 A Lencina, P Solano, J P Staforelli, *et al.*. Three-dimensional clustered speckle fields: Theory, simulations and experimental verification [J]. Opt Express, 2012, 20(19): 21145-21159.
- 6 E Mosso, M Tebaldi, A Lencina, *et al.*. Cluster speckle structures through multiple apertures forming a closed curve[J]. Opt Commun, 2010, 283(7): 1285-1290.
- 7 J P Staforelli, J M Brito, E Vera, *et al.*. A clustered speckle approach to optical trapping[J]. Opt Commun, 2010, 283(23): 4722-4726.
- 8 J F Nye, M V Berry. Dislocations in wave trains[J]. P Roy Soc Lond A Mat, 1974, 336(1605): 165-190.
- 9 C G B Gregorius, W B Marco. Measuring optical vortices in a speckle pattern using a multi-pinhole interferometer[J]. Opt Express, 2010, 18(13): 13836-13841.
- 10 S Zhang, B Hu, P Sebbah, *et al.*. Speckle evolution of diffusive and localized waves[J]. Phys Rev Lett, 2007, 99(6): 063902.
- 11 Wang Rui, Wang Tingfeng, Sun Tao. Simulation model of laser atmospheric transmission characteristics using arbitrary thickness random phase screen[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(8): 0813001.
王 锐, 王挺峰, 孙 涛. 任意厚度随机相位屏激光大气传输特性仿真模型[J]. 中国激光, 2013, 40(8): 0813001.
- 12 Liu Man. Novel method to detect the orbital angular momentum in optical vortex beams[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(3): 0326002.
刘 曼. 探测涡旋光束轨道角动量的新方法[J]. 光学学报, 2013, 33(3): 0326002.
- 13 Song Hongsheng, Liu Guiyuan, Qin Xifeng, *et al.*. Properties of ultrafast speckle fields in Fresnel diffraction region[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(9): 0932001.
宋洪胜, 刘桂媛, 秦希峰, 等. 菲涅耳衍射区超快激光脉冲散斑场特性的研究[J]. 光学学报, 2013, 33(9): 0932001.
- 14 Liu man. Distribution properties of intensity and phase of speckle fields produced by vortex beam[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1126001.
刘 曼. 涡旋光束形成的散斑场光强和相位的分布特性[J]. 光学学报, 2014, 34(11): 1126002.
- 15 Yu Zhijing, Tao Hongwei. Investigation of the optimal light condition on digital image correlation method[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(10): 101201.
于之靖, 陶洪伟. 数字散斑相关技术最优光照条件研究[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(10): 101201.
- 16 M V Berry, M R Dennis. Phase singularities in isotropic random waves [J]. P Roy Soc Lond A Mat, 2000, 456(2001): 2059-2079.

栏目编辑: 史 敏