

加速四艾里光束的坡印亭矢量及角动量研究

王雅倩^{1,2} 任志君¹ 李晓东¹

¹浙江师范大学浙江省光信息检测与显示技术研究重点实验室, 浙江 金华 321004

²华东师范大学精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200062

摘要 利用光束标量衍射理论,数值模拟了加速四艾里光束(AQABs)在不同位置的光强分布。在此基础上,通过研究AQABs的坡印亭矢量,给出了AQABs的电磁场能量流动方式,从而理论上给出了AQABs的产生过程并揭示了这种光束的加速机理。进一步研究了AQABs的角动量特性,结果表明,这种光束并非是4个经典艾里光束的简单叠加,它是4个有着完全不一样光学特性的艾里光束部分的有机整体。研究结果揭示了这种奇异AQABs的内在光学本性和传输特性。

关键词 物理光学; 衍射理论; 坡印亭矢量; 能量传输; 角动量

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.1226001

Poynting Vector and Angular Momentum of Accelerating Quad Airy Beams

Wang Yaqian^{1,2} Ren Zhijun¹ Li Xiaodong¹

¹Zhejiang Province Key Laboratory of Optical Information Detecting and Display Technology, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang 321004, China

²State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, East China Normal University, Shanghai 200062, China

Abstract Based on the scalar diffraction theory, the intensity distribution of accelerating quad Airy beams(AQABs) at different positions is numerically simulated. On the basis of it, through the research of the Poynting vector of AQABs, the local energy flow of electromagnetic fields of AQABs is described and it also provides intrinsic mechanism as to how AQABs generate and accelerate in free space. Further study of its angular momentum shows that AQABs are not a simple superposition of four classical Airy beams but an organical entity whose four parts of Airy beams have completely different optical properties. The research results reveal the intrinsic optical nature and transmission characteristics of AQABs.

Key words physical optics; diffraction theory; Poynting vector; energy transfer; angular momentum

OCIS codes 260.6042; 260.1960; 260.2160

1 引言

1979年, Berry等^[1]从理论上推得电磁场的傍轴波动方程具有艾里函数解。2007年, Siviloglou等^[2-3]在实验上产生了振幅空间分布为艾里函数的艾里激光束。随后,人们发现这种光束具有几个奇异的光学特性:无衍射特性和自由加速特性。同样具有无衍射特性的光束还有贝塞尔光束,但它并不具有自由加速的特性^[4-6]。此外,甚至在时域中场函数为艾里函数分布的艾里脉冲还具有无色散的传输特性^[7]。当艾里光束作为光镊用于微观粒子的操纵时,微观粒子和实验环境不可避免的会吸收光束能量,或会散射其主锤的能量。但如果艾里光束的主锤或边锤能量丢失,它能够像生物组织一样有非凡的自愈能力^[8-10],这是一种非常奇特的光学现象。此外艾里光束在湍流中传输时受扰动漂移量小于高斯光束,可以更好地作为信息载体用于远距离传输^[11]。

收稿日期: 2015-05-29; 收到修改稿日期: 2015-07-07

基金项目: 国家自然科学基金(11274278)

作者简介: 王雅倩(1993—),女,硕士研究生,主要从事光束的传输与变换等方面的研究。E-mail: 644520856@qq.com

导师简介: 任志君(1974—),男,博士,副教授,主要从事非线性光学和光束的传输与变换等方面的研究。

E-mail: renzhijun@zjnu.cn(通信联系人)

为了揭示艾里光束的奇异光学现象, Sztul等^[12]研究了艾里光束在传播过程中的坡印亭矢量和角动量。坡印亭矢量可用来解释艾里光束传输过程中的能流, 可用来深入理解艾里光束的光学本性及传输本性。

艾里光束产生不久, 双艾里光束^[13]和三艾里光束^[14]也被理论提出并实验产生。2014年, 本课题组理论构建并实验产生了一种新的多艾里加速光束——加速四艾里光束(AQABs)^[15]。加速四艾里光束光强分布随传播距离演化的实验结果, 文献[15]已经给出。仅单纯从实验结果看加速四艾里光束的外形, 它结构上很像是4个经典艾里光束的简单组合。

为了探究加速四艾里光束的光学本性, 本文研究了这种光束在传播过程中的坡印亭矢量和角动量, 这就从能流密度和光束角动量的角度, 给出了加速四艾里光束的产生机制和传输特性。研究结果表明, 加速四艾里光束的艾里光束部分和经典艾里光束既有共同点, 也有明显差异, 即加速四艾里光束并非是4个艾里光束的简单组合。这是将加速四艾里光束用于实际的科学研究时, 要特别注意的地方。

2 加速四艾里光束的波印廷矢量

为了研究加速四艾里光束在产生和传输时的能量流动方向, 先需数值模拟加速四艾里光束在不同位置的复振幅分布。光束的传播在本质上是光学衍射的过程。在傍轴近似条件下, 光束在自由空间中传播一定距离之后的衍射场为^[16-17]

$$U_i(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} [U_0(x', y')] \cdot H(f_x, f_y) \right\}, \quad (1)$$

式中 \mathcal{F} 为傅里叶变换, \mathcal{F}^{-1} 为逆傅里叶变换, $U_0(x', y')$ 和 $U_i(x, y)$ 分别为光场初始的复振幅分布和接收面的复振幅分布, f_x 、 f_y 为空间频率, $H(f_x, f_y)$ 是自由空间的光学传递函数, 它的表达式为

$$H(f_x, f_y) = \exp \left[jkz \sqrt{1 - \lambda^2 (f_x^2 + f_y^2)} \right], \quad (2)$$

其中, λ 为波长, z 是传播距离。(2)式直接从标量亥姆霍兹方程导出, 导出过程中由于没有使用数学上的近似, 因此非常适用于计算远场和近场光束的衍射情况^[16-17]。调制产生加速四艾里光束的相位分布为^[15]

$$\varphi(x', y') = (4w/3) \left(|x'|^{3/2} + |y'|^{3/2} \right), \quad x', y' \in (-\sigma/2, \sigma/2), \quad (3)$$

式中 w 是相位图的控制参数, σ 是大于0的常数, 决定相位图的大小。本文中 $w = 1/300$, $\sigma = 6 \text{ mm}$ 。将(3)式所示的相位图命名为对称3/2阶相位图, 并将该相位图刻写到相位板上, 平行光入射到该相位板后, 反射光束被调制, 调制后的光束复振幅分布为

$$U_0(x', y') = \exp[-jk\varphi(x', y')]. \quad (4)$$

式中 k 为波矢。将(2)式和(4)式代入(1)式, 再利用 $I = |U_i(x', y')|^2$, 算得不同传输距离的光强分布, 如图1所示。以相位板作为光束传输的起点, 图1给出了不同传输距离处的光束二维截面图, 每幅图的纵向传输距离为43 mm, 本文所有图示大小均为5 mm×5 mm。

既然坡印亭矢量可以用来表征电磁场局部的能量流动方式, 为了揭示加速四艾里光束的产生机制和传输特性, 本文将给出对称3/2阶相位板调制所得光束在自由空间传输过程中的坡印亭矢量。坡印亭矢量定义为^[18]

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{B}, \quad (5)$$

式中 c 代表真空中的光速, \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 是电场强度和磁感强度。在洛伦兹变换 $\nabla \cdot \mathbf{A} + (1/c^2) \cdot (\partial\varphi/\partial t) = 0$ 中, 三维矢势定义为 $\mathbf{A} = (\alpha\hat{x} + \beta\hat{y})u(x, y, z)\exp(ikz)$, 相应的电场和磁场可以从 $\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial\mathbf{A}/\partial t$ 和 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ 中推导出来, 于是坡印亭矢量在时间上的平均值就变为^[19]

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{c}{2\pi} \left[i\omega (u \nabla_{\perp} u^* - u^* \nabla_{\perp} u) + 2\omega k |u|^2 \hat{e}_z \right], \quad (6)$$

式中 u 为加速四艾里光束的复振幅, $\nabla_{\perp} = \partial/\partial x \hat{e}_x + \partial/\partial y \hat{e}_y$, \hat{e}_x 、 \hat{e}_y 和 \hat{e}_z 是 x 、 y 和 z 轴方向上的单位向量。从(6)式可以看出艾里光束 z 方向上的能流密度与光强成正比, 这与一般的光束没有区别, \hat{e}_x 与 \hat{e}_y 2项决定

了加速四艾里光束能流的大小和走向。

图 1(a)表明,对称 3/2 阶相位板调制的光束,在初始的传输过程中,调制光束的能量都向中心流动,并在中心点形成一个近乎圆形,且具有一个能量最大的尖峰。在进一步的传输过程中,图 1(b)表明,周围的能量依然向中心区域汇聚,但是光束的中心亮点开始分裂为矩形的点阵。从图 1(c)~(e)可以看出,周边的能量仍向内汇聚,但中心的能量开始向外扩张,结果能量主要集中在矩形的边框上,加速四艾里光束初具雏形。在图 1(e)中,能量集中的矩形区域达到最小。接下来整个光束的能流开始向外扩张,加速四艾里光束完全形成,如图 1(f)所示。严格意义上讲,只有在这个传输区间,对称 3/2 阶相位板调制产生的光束,才能称之为加速四艾里光束。图 1(f)~(i)展示了加速四艾里光束的传输过程。此时,加速四艾里光束的每个艾里光束部分的能量流动方向都指向对角线的方向,值得一提的是,加速四艾里光束每个部分的能量流动方向与经典艾里光束是一样的^[12]。结果,随着传输距离的增加,与经典艾里光束的传输一样,加速四艾里光束的 4 个艾里光束部分都开始偏离光轴,呈加速运动。文献[15]在理论和实验上都证明了加速四艾里光束的 4 个艾里光束部分具有像经典的艾里光束一样的自由加速特性,说明加速四艾里光束是一种典型的加速光束。结果,不仅从表面上看,而且从能量流动的角度看,加速四艾里光束都像是 4 个经典艾里光束的组合,每个艾里部分都可以看成 1 个加速的经典艾里光束。下面将进一步分析加速四艾里光束是否是 4 个经典艾里光束的简单叠加。

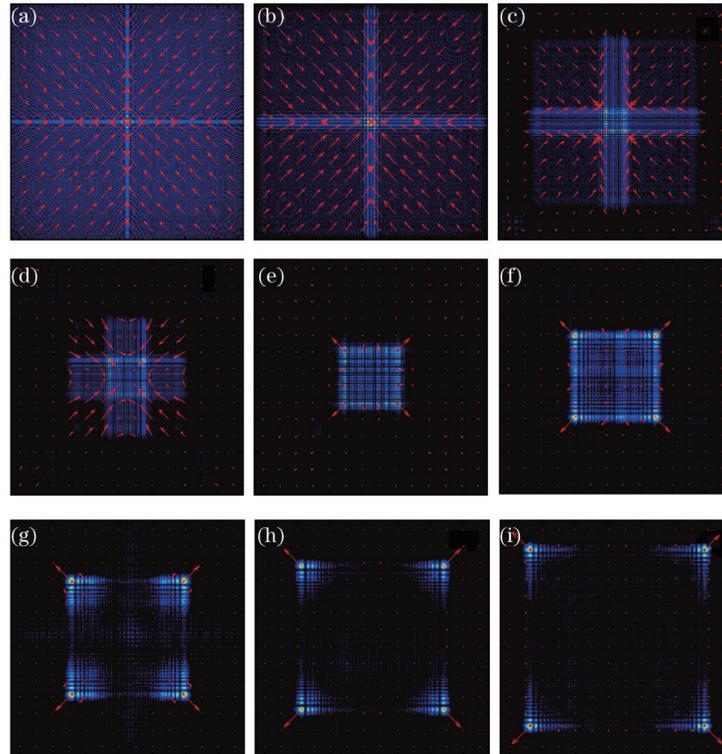


图 1 x - y 横截面内 AQABs 的光强分布截面图和数值计算坡印亭矢量图(红色箭头所示)。

(a)~(i)传输距离 $z=\{43, 86, 129, 172, 215, 258, 301, 344, 387\}$ mm

Fig.1 Intensity distribution section and numerical calculation results of the Poynting vector(shown as red arrows) of AQABs in the x - y transverse plane. (a)~(i)Transmission distance $z=\{43, 86, 129, 172, 215, 258, 301, 344, 387\}$ mm

3 加速四艾里光束的角动量

过去,人们数值计算后发现整个艾里光束在 z 方向的总角动量为 0,但是艾里光束的局部角动量不为 0 (包括艾里光束的主瓣、旁瓣和边瓣)^[12]。这里将用同样的方法来分析加速四艾里光束 z 方向的角动量分布。希望通过对比加速四艾里光束和经典艾里光束的角动量,进一步比较加速四艾里光束的每个艾里光束部分是否和经典艾里光束有完全相同的特性。线性动量 $\mathbf{P} \propto \mathbf{E} \times \mathbf{B}$,角动量在时间上的平均值为^[19]

$$\langle \mathbf{j} \rangle = \mathbf{r} \times \langle \mathbf{E} \times \mathbf{B} \rangle = \frac{\omega}{2} \left[\hat{\mathbf{e}}_x (2yk|u|^2 - izS_y) + \hat{\mathbf{e}}_y (izS_x - 2xk|u|^2) + \hat{\mathbf{e}}_z i(xS_y - yS_x) \right]. \quad (7)$$

为便于比较,采用文献[12]中的参数,重新模拟了经典艾里光束在传播过程中 z 方向上的角动量分布,结果如图2所示,模拟结果与文献[12]的结果完全一致。在图2中,红色部分为正值,代表顺时针方向,蓝色部分为负值,代表逆时针方向,绿色部分为0, Z 是归一化的传播距离^[12]。图2表明,在传输过程中,整个经典艾里光束的总角动量保持守恒,即整个光束的总角动量始终为0,但艾里光束局部的角动量并不为0。此外,艾里光束在传输过程中,局部的角动量分布有所变化,特别是艾里光束的尾部边穗和主瓣^[12]。

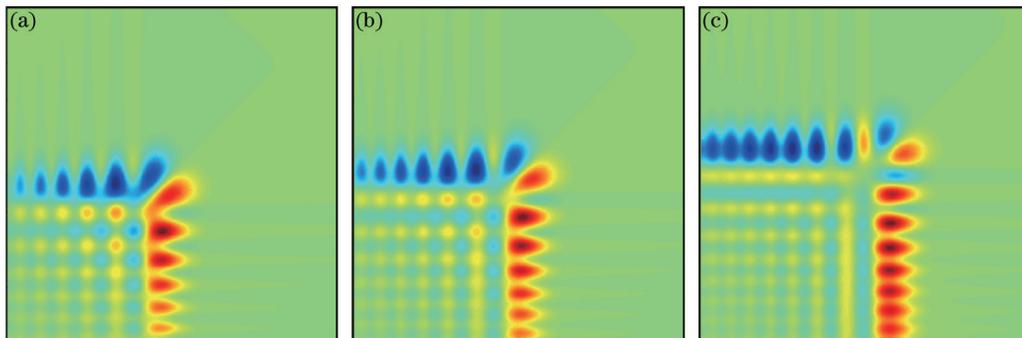


图2 经典艾里光束在 z 方向上不同传输距离的角动量数值模拟。(a) $Z=1$; (b) $Z=2$; (c) $Z=3$

Fig.2 Numerical calculation results of the angular momentum of Airy beams in the z direction at different distances. (a) $Z=1$; (b) $Z=2$; (c) $Z=3$

图3为加速四艾里光束在不同传输距离的 z 方向角动量截面图($x-y$ 平面)。图3(a)~(c)所用光场复振幅分布与图2(g)~(i)相同,即分别计算了距离相位板为301、344、387 mm的光束在 z 方向角动量分布(此时调制光束已形成了严格意义的加速四艾里光束)。从图3可以看出,整个传输过程中,加速四艾里光束角动量总和依然为0。但加速四艾里光束的每个艾里光束部分的角动量总和却并不全为0,且每个艾里光束部分的角动量分布互不相同。其中,左下角和右上角的艾里光束部分的角动量较弱,但这2个艾里光束部分的总角动量为0。而左上角的艾里光束部分的角动量较大且均为负值,显然,这部分艾里光束总的角动量为负。左上角的艾里光束部分的角动量也较大且均为正值,显然,这部分艾里光束总的角动量为正。这2部分艾里光束的角动量大小相等,但符号相反,表明这2部分艾里光束1个顺时针转1个逆时针转。总之,通过对比加速四艾里光束和经典艾里光束的角动量分布,不难发现,加速四艾里光束并不是4个经典艾里光束的简单叠加。此外,加速四艾里光束的4个艾里光束部分,本身就有着完全不一样的光学特性。

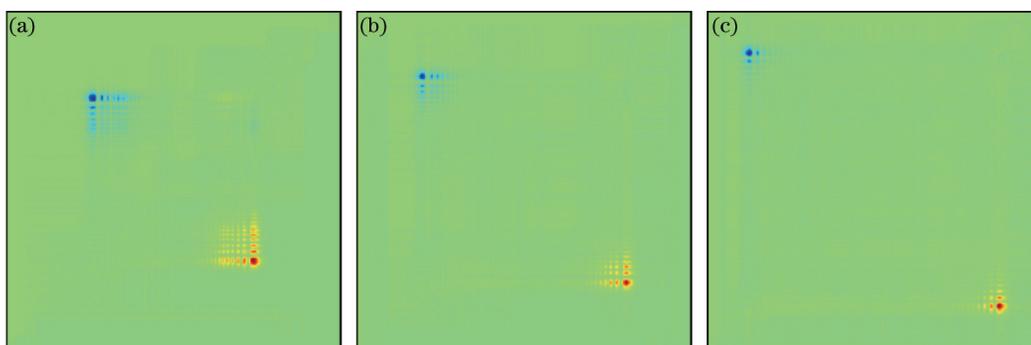


图3 AQABs在不同传输距离的 z 方向角动量截面图。(a) $z=301$ mm; (b) $z=344$ mm; (c) $z=387$ mm

Fig.3 Numerical calculation results of the angular momentum of AQABs at different distances in z direction.

(a) $z=301$ mm; (b) $z=344$ mm; (c) $z=387$ mm

4 结 论

通过研究对称 $3/2$ 阶相位板所调制光束在自由空间传输过程的坡印亭矢量,给出了加速四艾里光束的产生过程和加速机理。结果表明,不仅从外形上看,加速四艾里光束可以看作4个经典艾里光束的简单叠加,而且加速四艾里光束的每个艾里光束部分的能量流动方向也和经典艾里光束基本一致。进一步研究加速四艾里光束的角动量分布时发现,不仅每个艾里光束部分的角动量和经典艾里光束的角动量分布并不完全相同,而且,加速四艾里光束的每个艾里光束部分的角动量分布本身就不一样。其中,一个艾里光束部分的总角动

量为正,另一个艾里光束部分的总角动量为负,这意味着加速四艾里光束的两个艾里光束部分在 z 方向上的转动方向恰好相反。总之,加速四艾里光束不是4个经典艾里光束的简单叠加,它是4个有着完全不一样光学特性的艾里光束部分的有机整体,它是一种有着自身独有光学特性的加速光束。这种加速光束预期能在科学研究中发挥新的作用。比如,过去,在将加速光束作为“激光吹雪机”用在粒子清扫方面,单一艾里光束只能清扫空间1/4象限区域。为清扫空间整个区域的微观粒子,有学者提出组合艾里光束的方法。但实验组合几个艾里光束并非易事,而且组合的艾里光束之间只是光束之间的简单叠加,光束之间互不相关,因而并不是一个有机的整体。加速四艾里光束是1块相位板一次性产生的4个互为对称并互为联系的4个艾里光束,由于其自身独有的光学特性,加速四艾里光束有望清扫空间整个区域的微观粒子。因而将加速四艾里光束用作粒子清扫,预期比单个经典艾里光束有更高的清扫效率,也会比组合艾里光束有更简单的实验系统。

参 考 文 献

- 1 Berry M V, Balazs N L. Nonspreading wave packets[J]. American Journal of Physics, 1979, 47(3): 264–267.
- 2 Siviloglou G A, Christodoulides D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. Optics Letters, 2007, 32(8):979–981.
- 3 Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, *et al.*. Observation of accelerating Airy beams[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(21): 213901.
- 4 Wu Fengtie, Cheng Zhiming, Wang Tao, *et al.*. Analysis of phase on axis of the Bessel beam and self-imaged bottle beam[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(3): 0326001.
吴逢铁, 程治明, 王 涛, 等. 贝塞尔光束和自成像局域空心光束的轴上相位分析[J]. 光学学报, 2013, 33(3): 0326001.
- 5 Yu Wensu, Qin Yali, Ren Hongliang, *et al.*. Research on ring-like vortex solitons in Bessel lattices[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(7): 0719001.
余文榛, 覃亚丽, 任宏亮, 等. 贝塞尔晶格中环状涡旋孤子的研究[J]. 光学学报, 2014, 34(7): 0719001.
- 6 Durbin J, Jr M J, Eberly J H. Diffraction-free beams[J]. Physical Review Letters, 1987, 58(13): 1499–1501.
- 7 Ren Zhijun, Fan Changjiang, Zhou Weidong. Spatially induced group velocity dispersion of ultrashort pulsed Airy beams[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(12): 1202005.
任志君, 范长江, 周卫东. 超短脉冲艾里光束的空间诱导群速度色散效应研究[J]. 中国激光, 2011, 38(12): 1202005.
- 8 Xu J, Liu J, Jia J, *et al.*. Contribution of the internal topological structure of optical Airy beams to optical behaviors[J]. Journal of Optics, 2010, 12(7): 463–464.
- 9 Broky J, Siviloglou G A, Dogariu A, *et al.*. Self-healing properties of optical Airy beams[J]. Optics Express, 2008, 16(17): 12880–12891.
- 10 Chu X, Zhou G, Chen R. Analytical study of the self-healing property of Airy beams[J]. Phys Rev A, 2012, 85(1): 619–624.
- 11 Wang Xiaozhang, Li Qi, Zhong Wen, *et al.*. Drift behavior of Airy beams in turbulence simulated by using a liquid crystal spatial light modulator[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(12):1213001.
王晓章, 李 琦, 钟 文, 等. 液晶空间光调制器模拟艾里光束在湍流中的漂移[J]. 中国激光, 2013, 40(12): 1213001.
- 12 Sztul H I, Alfano R R. The Poynting vector and angular momentum of Airy beams[J]. Optics Express, 2008, 16(13): 9411–9416.
- 13 Hwang C Y, Choi D, Kim K Y, *et al.*. Dual Airy beam[J]. Optics Express, 2010, 18(22): 23504–23516.
- 14 Abramochkin E, Razueva E. Product of three Airy beams[J]. Optics Letters, 2011, 36(19): 3732–3734.
- 15 Ren Z, Wu Q, Shi Y, *et al.*. Production of accelerating quad Airy beams and their optical characteristics[J]. Optics Express, 2014, 22(12): 15154–15164.
- 16 Guo C S, Xie Y Y, Sha B. Diffraction algorithm suitable for both near and far field with shifted destination window and oblique illumination [J]. Optics Letters, 2014, 39(8): 2338–2341.
- 17 Goodman J W. Introduction to Fourier Optics[M]. Greenwood Village: Roberts and Company Publishers, 2005: 4–26
- 18 Born M, Wolf E. Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999: 12–30
- 19 Deng D, Guo Q. Airy complex variable function Gaussian beams[J]. New Journal of Physics, 2009, 11(10):103029.

栏目编辑: 史 敏