# 薄壁球壳受刚性球面压缩的可视化连续变形测量研究

戴美玲 刘 聪 戴云彤 王立源 张瑾琳 杨福俊 何小元\* 东南大学江苏省工程力学分析重点实验室,江苏南京 210096

**摘要** 利用三维数字图像相关(DIC)技术对薄壁球壳受刚性球面压缩的连续变形及失稳过程进行实验研究。实验中,由于乒乓球具有理想的弹塑性材料特性以及薄且均匀的壁厚,所以采用乒乓球作为压缩对象,以透明石英玻璃球作为刚性球面,通过配制与玻璃球折射率一致的折射液来消除因玻璃球折射导致的图像畸变影响,从而解决被测表面因遮挡而不可见的问题。利用三维 DIC 技术对与刚性球面接触的乒乓球表面在压缩过程中的连续变形进行 直接测量。实验验证了所提方法的有效性。实验结果表明,通过三维 DIC 测量得到的乒乓球表面受刚性球面压缩 产生的塑性环半径与理论结果非常吻合。

关键词 测量;数字图像相关;薄壁球壳;接触变形;折射液;可视化

中图分类号 0439; TU317.1 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.1112001

## Study on Visualization of Continuous Deformation Measurement of Thin-Walled Spheres Compressed by Rigid Ball

Dai Meiling Liu Cong Dai Yuntong Wang Liyuan Zhang Jinlin Yang Fujun He Xiaoyuan Jiangsu Key Laboratory of Engineering Mechanics, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China

**Abstract** The continuous deformation and crushing behavior of thin-walled spheres compressed by rigid ball is researched experimentally by three dimensional digital image correlation (3D–DIC) technology. In experiment, ping pong balls are selected as thin-walled spheres because of its ideal elastic–plastic material properties and very thin but uniform wall thickness. Ping pong balls are compressed by a transparent quartz glass ball, which is regarded as a rigid body. It is emphasized that refractive index liquid is introduced to eliminate the image distortion caused by the light refraction of glass ball. 3D–DIC is employed to directly measure the continuous compression deformation of the contact surface of the ping pong balls. The experimental results demonstrate the validity of the proposed method. The plastic ring caused in the compression is measured by 3D–DIC, and the experimental value agrees well with that of theoretical prediction.

**Key words** measurement; digital image correlation; thin-walled spheres; contact deformation; refractive index liquid; visualization

**OCIS codes** 120.6660; 120.5050; 110. 6880

1 引 言

研究单个薄壁球壳的压缩力学性能对研究多胞材料的力学特性具有基础性的指导意义。关于球壳大 变形后屈曲问题的研究始于20世纪60年代。Leckie等<sup>11</sup>用刚性冲头在精制的半球壳正中心进行加载,研究 了薄壁半球壳的大变形问题;Morris等<sup>12</sup>的理论研究表明,结构在变形过程中,塑性变形仅限于很窄的环形区 域,并且随着变形增大,环状塑性区域(简称塑性环)向外移动,该项研究被认为是关于球壳压缩行为研究的

收稿日期: 2015-06-02; 收到修改稿日期: 2015-06-30

基金项目:国家自然科学基金(11332012、11472081、11272090)、国家科技支撑计划(2014BAK11B04)、东南大学博士后创新 人才培养基金(2242015R20005)

作者简介:戴美玲(1985—),女,博士后,主要从事光测实验力学与图像处理方面的研究。E-mail:meiling-dai@163.com \*通信联系人。E-mail:mmhxy@seu.edu.cn

里程碑。Updike<sup>[3]</sup>对金属半球壳在两刚性平板压缩下的准静态过程进行了实验研究和理论分析,获得了薄 壁球壳在刚性板压缩下的近似解。Gupta等<sup>[4-6]</sup>对球壳在准静态压缩和动态冲击下的动态响应进行了研究, 分析了球壳在各种加载形式下的变形形式、压溃机理和吸能能力。Ruan等<sup>[7-9]</sup>以乒乓球作为实验对象开展了 空心球力学性能的研究,对单球、多球以及球形阵列进行了一系列压缩实验,并利用有限元数值模拟分析了 其力学性能。吴承伟等<sup>[10]</sup>通过实验和数值模拟研究了乒乓球单球自由压缩、被胶结于两个平行板间压缩和 胶结成列阵压缩的力学行为。余为等<sup>[11-13]</sup>对薄壁金属空心球结构受刚性平面、球面、圆柱等压缩的准静态力 学性能进行了研究,并对焊接金属空心球的焊缝影响进行了讨论。这些研究对于认识空心球泡沫材料的力 学性能很有帮助。

压缩空心球阵列时,主要的内部相互作用是球与球之间的互相压缩,有研究表明当两个尺寸相同的薄 壁球壳互相压缩时,其中一个将随机发生屈曲变形,而另一个不变形或只发生很小的弹性变形,因此可以认 为其中一个球壳为刚体<sup>III</sup>。本文将利用具有非接触、全场、高精度测量等优点的三维数字图像相关(DIC)技术 对薄壁球壳受刚性球面压缩的连续变形及失稳行为进行实验研究。以具有理想弹塑性材料制成的薄且壁 厚均匀的乒乓球为压缩对象,采用透明石英玻璃球作为刚性球面对一标准乒乓球进行压缩,利用两种有机 溶液配制与玻璃球折射率一致的折射液来消除因玻璃球折射导致的图像畸变,从而解决因遮挡被测表面不 可见的问题,然后利用三维数字图像相关技术对与刚性球面接触的乒乓球表面在压缩过程中的连续变形进 行直接测量。

#### 2 三维数字图像相关方法基本原理

三维 DIC 是一种基于双目立体视觉原理<sup>141</sup>和数字图像相关匹配技术<sup>115-16</sup>的方法。首先,利用双目立体视 觉等原理高精度标定相机;然后,根据数字图像相关匹配技术,找到两台相机中的对应点,通过三维重建即 可得到物体的三维形貌;物体变形前后的空间坐标之差即为三维位移;对位移场进行局部最小二乘拟合,经 过平滑和差分处理后即可得到应变场<sup>[17-18]</sup>。

利用数字图像相关匹配技术寻找两台相机分别记录的被测物体表面的对应点,通常采用二阶形函数来 对左右相机中的变形图像子区进行匹配,即

$$\begin{cases} u(x,y) = u_0 + u_x \Delta x + u_y \Delta y + \frac{1}{2} u_{xx} (\Delta x)^2 + u_{xy} \Delta x \Delta y + \frac{1}{2} u_{yy} (\Delta y)^2 \\ v(x,y) = v_0 + v_x \Delta x + v_y \Delta y + \frac{1}{2} v_{xx} (\Delta x)^2 + v_{xy} \Delta x \Delta y + \frac{1}{2} v_{yy} (\Delta y)^2 \end{cases},$$
(1)

式中 u(x,y) 和 v(x,y) 分别为变形后图像子区各点的水平位移和竖直位移,u<sub>0</sub>和 v<sub>0</sub>分别为变形后图像子区中心 点的水平位移和竖直位移, Δx 和 Δy 分别为点(x, y)到图像子区中心点的水平和竖直距离,u<sub>x</sub>、u<sub>y</sub>、v<sub>x</sub>及 v<sub>y</sub>为图 像子区的一阶位移梯度,u<sub>xx</sub>、u<sub>xy</sub>、u<sub>xy</sub>、v<sub>xx</sub>、v<sub>xy</sub>及 v<sub>yy</sub>为图像子区的二阶位移梯度。采用抗干扰性较好的归一化最 小平方距离相关函数 C 来评价变形前后图像子区的相关程度,一般采用 Newton-Raphson 非线性优化方法求 解,即

$$C = \sum_{x=-M}^{M} \sum_{y=-M}^{M} \left\{ \frac{f(x,y) - f_{m}}{\left[ \sqrt{\sum_{x=-M}^{M} \sum_{y=-M}^{M} \left[ f(x,y) - f_{m} \right]^{2}} - \frac{g(x,y) - g_{m}}{\sqrt{\sum_{x=-M}^{M} \sum_{y=-M}^{M} \left[ g(x,y) - g_{m} \right]^{2}} \right\}^{2},$$
(2)

式中M为图像子区半宽, f(x, y)和g(x, y)分别为参考图像和变形图像的子区灰度值, f<sub>m</sub>和g<sub>m</sub>分别为参考图像和 变形图像子区灰度的平均值。

### 3 薄壁球壳受刚性球面压缩的几何分析模型

当两个乒乓球互相压缩时,其中一个球壳将发生屈曲变形,而另一个不变形或只发生很小的弹性变形<sup>(7)</sup>, 如图 1(a)所示。因此研究两薄壁球壳之间的压缩变形模式时可以利用一个乒乓球与相同尺寸的刚性球进行压 缩。压缩实验过程中,固定刚性球面,将乒乓球置于刚性球座(压头)与刚性球面之间,然后压头慢慢向下压缩 乒乓球,如图1(b)所示。由于刚性球与乒乓球有着相同的尺寸,乒乓球发生屈曲变形的这部分将包裹在刚性球的表面,其边界处形成一个很窄的移动塑性环,并产生类似于"屋脊"的结构,如图1(c)所示,忽略塑性环的面积, 由图1(b)中的几何关系,可以得到塑性环平均半径r与压缩位移h及球壳半径R的关系:

$$r = \sqrt{h(R - h/2)} \ . \tag{3}$$



图 1 薄壁球壳受刚性球面压缩的原理图 Fig.1 Principle diagram of a thin-walled sphere compressed by a rigid sphere

## 4 接触表面的可视化方法

这里利用三维数字图像相关技术对乒乓球受刚性球面压缩的连续变形进行测量,首先必须解决接触表面 因遮挡而不可见的问题。如果压缩表面是平面,可以将乒乓球与透明玻璃板进行压缩,透过玻璃板可以观察到 乒乓球受平面压缩的变形情况;但如果接触表面是曲面,即使是透明玻璃曲面,由于光的折射,要想透过透明曲 表面物体直接观测物体的压缩变形几乎是不可能的。如图2(a)所示,当一组物光透过玻璃球后光线发生折射, 将导致图像发生畸变,玻璃球如透镜一样会聚光的特点使得观测到的图像太亮或太暗。因此,这里通过配制与 玻璃球折射率一致的溶液来消除这种折射的影响,如图2(b)所示,从而解决被测物体接触表面不可见的问题。



图 2 (a)加入折射液前的光路图; (b)加入折射液后的光路图

Fig.2 Light path (a) without and (b) with the refractive index liquid

配制折射液时一般选用两种有机溶液<sup>[19]</sup>,对有机液的要求为:1) 配制化学试剂挥发点应高,而且试剂挥 发点应相近;2) 配制化学试剂之间不起化学变化;3) 配制化学试剂应具有相近的或连续变化的光学性质;4) 无色或浅色;5) 无毒或低毒;6) 无刺激或低刺激气味;7)低粘稠度;8) 常温下液态;9) 对玻璃腐蚀性小。

考虑到以上要求,并且这里采用的石英玻璃的折射率为1.4586,因此确定液态石蜡及肉豆蔻酸异丙酯两种物质作为折射液配制成分,其化学性质如表1所示。根据文献[19]的方法来配制折射率在1.4584~1.4587的折射液,精度可达±2×10<sup>-5</sup>。

	表 1	折射液	成分
--	-----	-----	----

Table 1	Composition	of refractive	index 1	liquid
---------	-------------	---------------	---------	--------

Property	Paraffin oil	Isopropyl myristate
Refractive index	1.470	1.430
Appearance	Colorless	Colorless
Odor	None	None
State of room temperature	Liquid	Liquid
Volatility	Low	Low
Toxicity	None	None
Viscosity	Low	Low

## 5 实 验

实验系统如图 3 所示,四台 IDS USB 3.0 相机,分辨率为 2048 pixel×2048 pixel,帧频为 30 frame/s,其中相 机 1 和相机 2 用于采集压缩过程中的散斑图;为了实时记录压缩位移量 h,在与刚性压头连接的压力传感器 处贴一张平面散斑图,相机 3 光轴垂直于该散斑图,用于记录压缩过程中每一瞬时的压缩位移信息,实验中 加载速度约为 4 mm/min,最大压缩量为 12 mm;压头与压力传感器连结,相机 4 用于采集对应每一时刻压力 显示器上的压力读数 F。通过线程同步控制相机 1~相机 4 同时采集图片,并储存到计算机内。压缩实验开 始之前,首先对双目视觉系统(相机 1 和相机 2)进行标定用于三维重构,对相机 3 进行标定以获得像素与物理 单位的转换关系(25 mm 对应 724 pixel)。实验中,采用红双喜牌一星乒乓球,其材料的弹性模量为 2.4 Gpa, 屈服应力为 47 Mpa,标准直径为 40 mm,石英玻璃球直径为 40 mm,其材料的弹性模量为 77.8 Gpa。



图 3 实验系统图

Fig.3 Experimental system diagram

压缩实验之前,按照第4节的方法配制好折射液。图4是加入折射液前后的散斑图,正如第4节所述,折 射液消除了玻璃球折射的影响,因此可以获得清晰、无畸变的散斑图。测量中,暂不考虑空气与玻璃折射率 不同对测量的影响。



图4 (a) 加入折射液前的散斑图; (b) 加入折射液后的散斑图 Fig.4 Speckle pattern (a) without and (b) with refractive index liquid

## 6 结果讨论与分析

通过相机1和相机2构成的三维DIC系统可以得到每一时刻乒乓球的三维形貌、变形以及应变分布,从 而可以观测其受刚性球面压缩的连续变形过程。初始状态,乒乓球与刚性球面在一个很小的范围内接触, 随着加载开始,乒乓球与刚性球面的接触区域出现一个很小的平台。继续压缩乒乓球,其与刚性球面的接 触区域开始出现屈曲变形并向中心凹陷,接触边界形成一个逐渐向外移动的塑性环,并形成"屋脊"状结构, 因"屋脊"状表面受到挤压应力逐渐屈服,向内侧凹陷,由于刚性球面与乒乓球有着相同的尺寸,"屋脊"状结 构内侧的乒乓球屈曲后表面与原表面曲率大小相同方向相反,并覆盖在刚性球表面。

图 5 分别是初始时刻、第 101 时刻、第 251 时刻乒乓球的三维轮廓图。图 6 为分别对应图 5(b)、(c)的变形、 应变分布图。从实验结果可以看出,薄壁球壳受刚性球面压缩的屈曲变形轴对称地发生在其与刚性球面接 触受压形成的塑性环内部(以顶点为中心,半径为r的区域内),最大应变(*E*<sub>xx</sub>,*E*<sub>yy</sub>)、剪应变(*E*<sub>xy</sub>)发生在球壳屈曲 变形产生的"屋脊"状表面,说明薄壁球壳受刚性球面压缩时,"屋脊"状表面率先屈服。



图 5 不同时刻乒乓球受刚性球面压缩后的三维形貌。(a) 初始时刻; (b) 第101 时刻; (c) 第251 时刻





图 6 不同时刻乒乓球受刚性球面压缩的变形、应变分布图。(a) 第101 时刻; (b) 第251 时刻

Fig.6 Deformation and strain distribution of a ping pong ball compressed by a rigid sphere at (a) the 101st; (b) the 251st moment 对由相机 3 采集到的散斑图进行二维数字图像相关计算提取出每一时刻的压缩位移量,对相机 4 采集 到的图片进行人工读数可以得到对应每一时刻的压力值,这样就得到乒乓球受刚性平面压缩的力和位移的 关系曲线,如图 7 所示,当压缩位移很小的时候(1 mm 以内),出现了一段短暂的线性阶段,随着压缩位移的增大,很快进入非线性压缩屈曲阶段。

对变形后的乒乓球表面进行分析和测量得到塑性环平均半径r,图8是塑性环半径r和位移h的关系曲线,通过测量结果和理论结果对比可以看出,两者总体趋势非常一致,只有当压缩位移很大的时候,测量值较理论值偏差较大,这是由于理论值是建立在忽略塑性环面积的基础之上[如图1(c)所示]。另外与标定、散



#### 光学学报

斑质量、分辨率和玻璃折射率等有关的测量误差也是导致该偏差的一大因素,这里对此暂不做讨论。

7 结 论

本文利用三维数字图像相关技术对单个乒乓球与刚性球面接触区域的压缩连续变形分布进行测量。 实验中,采用石英玻璃球作为刚性球面,利用两种有机溶液配制与玻璃球折射率一致的折射液消除了因玻 璃球折射导致的图像畸变问题,实现了对与刚性球面接触的乒乓球表面的直接观测。实验验证了所提方法 的有效性。实验结果表明通过三维DIC测量得到的乒乓球表面受刚性球面压缩产生的塑性环半径与理论结 果非常吻合。所提方法同样适用于其他柔性物体受任意刚性曲面压缩的非接触、全场、连续变形测量。需 要说明的是所提方法的测量精度除了受三维DIC固有因素的影响以外,空气与玻璃折射率的不同是主要因 素,今后将针对这一问题深入探讨。

#### 参考文献

- 1 Leckie F A, Penny P K. Plastic Instability of a Spherical Shell[M]. //Heyman J, Leckie F A. Engineering Plasticity. London: Cambridge University Press, 1968: 401-411.
- 2 Morris A J, Calladine C R. The local strength of thin spherical shell loaded radically through a rigid boss[C]. Proceedings of the First International Conference on Pressure Vessel Technology, 1969: 35-44.
- 3 Updike D P. On the large deformation of a rigid plastic spherical shell compressed by a rigid plates[J]. J Eng Ind, 1972, 94(3): 949-955.
- 4 Gupta N K, Prasad G L E, Gupta S K. Axial compression of metallic spherical shells between rigid plates[J]. Thin-Walled Struct, 1999, 34(1): 21-41.
- 5 Gupta N K. Experimental and numerical studies of dynamic axial compression of thin walled spherical shells[J]. Int J Impact Eng, 2004, 30(8): 1225-1240.
- 6 Gupta N K, Sheriff N M, Velmurugan R. Experimental and theoretical studies on buckling of thin spherical shells under axial loads[J]. Int J Mech Sci, 2008, 50(3): 422-432.
- 7 Ruan H H, Gao Z Y, Yu T X. Crushing of thin-walled spheres and sphere arrays[J]. Int J Mech Sci, 2006, 48(2): 117-133.
- 8 Gao Z Y, Yu T X, Karagiozova D. Finite element simulations on the mechanical properties of MHS materials[J]. Acta Mechanica Sinica, 2007, 23(1): 65-75.
- 9 Dong X L, Gao Z Y, Yu T X. Dynamic crushing of thin-walled spheres: An experimental study[J]. Int J Impact Eng, 2008, 35(8): 717-726.
- 10 Wu Chengwei, Zhang Pengcheng, Zhou Ping. Research on mechanical behavior of super-lightweight structure made of thin-walled spheres [J]. Journal of Dalian University of Technology, 2008, 48(5): 625-630.

吴承伟,张鹏程,周 平.薄壁球壳超轻质结构力学行为研究[J].大连理工大学学报,2008,48(5):625-630.

11 Yu Wei, Xin Meijuan, Li Huijian. Study of mechanical properties of thin-walled MHSS under compression[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2012, 27(3): 377-384.

余 为,辛美娟,李慧剑.薄壁金属空心球结构压缩力学性能研究[J].实验力学,2012,27(3):377-384.

12 Yu Wei, Li Huijian, He Changjun. Experimental study of welding metallic hollow sphere uniaxial compression[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2009, 24(5): 453-458.

余 为,李慧剑,何长军.焊接金属空心球单轴压缩实验研究[J].实验力学,2009,24(5):453-458.

13 Yu Wei, Li Huijian, Liang Xi, *et al.*. Numerical and experimental studies on the compressive mechanical properties of metallic hemisphere shells[J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(11): 260-271.

余 为,李慧剑,梁 希,等.金属半球壳压缩力学性能实验和模拟研究[J].工程力学,2013,30(11):260-271.

14 Gu Cheng, Qian Weixian, Chen Qian, *et al.*. Rapid head detection method based on binocular stereo vision[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(1): 0108001.

顾 骋,钱惟贤,陈 钱,等.基于双目立体视觉的快速人头检测方法[J].中国激光,2014,41(1):0108001.

15 Zi Xinyun, Geng Shuai, Zhao Shufan, *et al.*. Research on principle of saft dynamic torque measurement based on digital industrial photogrammetry technology[J]. Chinese J Lasers, 2015, 42(2):0208002.

资新运, 耿 帅, 赵姝帆, 等. 数字工业摄像技术用于转轴动态扭矩测量原理的研究[J]. 中国激光, 2015, 42(2): 0208002.

16 Xia Weiguang, Wu Xianqian, Wei Yanpeng, et al.. Mechanical properties of NiTi of shape memory alloy processed by laser shock peening

[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(11): 1103002.

夏伟光,吴先前,魏延鹏,等.激光冲击强化对NiTi形状记忆合金力学性质的影响[J].中国激光,2013,40(11):1103002.

17 Pan Bing, Xie Huimin, Li Yanjie. 3D-DIC for object surface and deformation measurement[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2007, 22(6): 556-567.

潘 兵,谢惠民,李艳杰.用于物体表面形貌和变形测量的三维数字图像相关方法[J].实验力学,2007,22(6):556-567.

18 Shi Hongjian, Ji Hongwei, He Xiaoyuan. Optical 3D deformation measurement system and its application to investigation of mechanical behaviors of micro-structure[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31 (3): 0312007.

史红健, 计宏伟, 何小元. 一种三维变形光学测量系统及微结构力学性能测试应用[J]. 光学学报, 2011, 31(3): 0312007.

19 Hu Mingpeng, Wu Shibin, Gong Xiuming, *et al.*. Research on refractive index fluid for the test of fused silica[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(2): 0212004.

胡明鹏,吴时彬,龚秀明,等. 熔石英玻璃材料测试用折射液配制技术研究[J]. 光学学报, 2012, 32(2): 0212004.

栏目编辑: 何卓铭