

基于混合优化算法的分块镜共相位误差校正

孙 雪 董 冰

北京理工大学光电学院, 北京 100081

摘要 对采用分块拼接式主镜的大口径空间望远镜,有必要研究适合在轨应用的共相位误差校正方法。以像清晰度函数作为评价函数,通过仿真分析了单色光和白光照明2种情况下分块镜共相位误差与评价函数的变化关系。仿真结果表明:采用单色光照明时,分块镜平移误差校正的动态范围小于 0.5λ ;采用白光照明时,评价函数存在局部极值,必须采用全局最优化算法。仿真结果表明,当平移误差大于 0.5λ 时,采用随机并行梯度下降(SPGD)算法易陷入局部极值,而采用遗传算法(GA)可以搜索到全局最优解,但迭代速度较慢。提出了采用基于SPGD算法和遗传算法的混合优化算法校正分块镜共相位误差。当平移误差在 $[-\lambda, +\lambda]$ 范围内时,混合优化算法的校正精度可优于 10 nm 。

关键词 成像系统;自适应光学;分块镜;共相位误差;混合优化算法;随机并行梯度下降;遗传算法

中图分类号 TB133 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201535.1111003

Co-Phasing Error Correction for Segmented Primary Mirror Based on Hybrid Optimization Algorithm

Sun Xue Dong Bing

School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract For large aperture space telescope with segmented primary mirror, it is necessary to study in-orbit co-phasing error correction method. The image sharpness function is taken as metric function. The relationships between co-phasing errors of segmented mirror and the metric function are analyzed by simulation under monochromatic illumination or white-light illumination. Simulation results show that under monochromatic illumination, the dynamic range of piston error correction is less than 0.5λ . Under white-light illumination, global optimization algorithm should be adopted because of the local maximums of metric function. When piston error is greater than 0.5λ , stochastic parallel gradient descent (SPGD) algorithm is prone to falling into local maximum and genetic algorithm is capable of finding out the global optimum but with relatively slow iteration speed. A hybrid optimization algorithm based on SPGD algorithm and genetic algorithm is proposed for co-phasing error correction of segmented mirror. When piston error is between $-\lambda$ to λ , the correction accuracy of the hybrid optimization algorithm can be better than 10 nm .

Key words imaging systems; adaptive optics; segmented mirror; co-phasing error; hybrid optimization algorithm; stochastic parallel gradient descent; genetic algorithm

OCIS codes 110.1080; 110.6770; 350.6090

1 引 言

增大口径是提高望远镜分辨率的根本途径。受整镜加工能力和其他客观因素的制约,目前大口径地基和空间望远镜往往采用分块拼接式主镜,例如含36分块镜的10 m凯克望远镜,含798分块镜的39 m欧洲极大望远镜(E-ELT),含18分块镜的6.5 m詹姆斯-韦伯空间望远镜(JWST)等。采用分块式主镜虽然降低了镜

收稿日期: 2015-05-07; 收到修改稿日期: 2015-05-29

基金项目: 教育部高等学校博士学科点专项科研基金(20131101120023)

作者简介: 孙 雪(1990—),女,硕士研究生,主要从事自适应光学方面的研究。E-mail: 441405707@qq.com

导师简介: 董 冰(1983—),男,博士,硕士生导师,主要从事自适应光学和空间光学方面的研究。

E-mail: bdong@bit.edu.cn(通信联系人)

面加工难度,但难点在于将各个子镜精确调整并保持在一个共相位面上,即需要对分块镜的共相位误差进行检测和校正。

分块镜共相位误差检测方法可分为电学检测和光学检测两大类。电学检测方法通常采用电容式或电感式边缘传感器测量相邻子镜间的相对位移^[1],但它无法测量相邻子镜沿光轴方向的绝对距离,因此一般需要用光学方法事先标定出子镜间的绝对零位。光学检测方法包括迈克耳孙干涉法^[2]、窄带/宽带夏克-哈特曼法^[3-4]、色散条纹法^[5-7]、相位差法^[8-9]等。上述方法各有优劣,但都需要改变原有光路或增加新的光学元件,如边缘传感器、滤光片、色散棱镜等,增加了光学系统的复杂性。空间望远镜对系统的体积、重量、功耗和可靠性等都有严格要求,有必要研究结构更加简单的,适合在轨应用的分块镜共相位误差校正方法。

根据无波前传感器自适应光学校正原理,可以不借助特定的波前检测装置,而是利用像面光强信息建立像质评价函数,通过控制分块镜的3个位置自由度(即Z方向平移、X方向倾斜、Y方向倾斜)对评价函数进行优化,当评价函数达到极值时认为分块镜的共相位误差得到校正。该方法无需改变原有光路,不增加新的光学元件,适用于空间望远镜的在轨共相位误差校正。无波前传感器自适应光学系统的优化算法可分为无模型优化算法和基于模型的优化算法两类^[10-12],其中无模型优化算法包括遗传算法(GA)、模拟退火算法、随机并行梯度下降(SPGD)算法等。本文主要研究基于无模型优化算法的空间望远镜分块镜共相位误差校正方法,相关研究尚未见详细报道。

通过仿真给出了单色光(mono)和白光(white)照明条件下分块镜共相位误差与像质评价函数之间的关系,分析了SPGD算法和遗传算法校正分块镜共相位误差的精度和动态范围,在此基础上提出了一种基于上述两种算法的混合优化方法以提高分块镜共相位误差校正的动态范围和收敛速度,给出了具体的仿真结果。

2 共相位误差与评价函数的关系

无模型优化算法按一定的方式控制各个分块镜的平移和倾斜对评价函数进行优化。本文采用基于像面光强分布的归一化像清晰度函数作为评价函数,该评价函数可以同时适用于点目标和扩展目标,评价函数 J 可表示为

$$J = \frac{\iint I^2(x,y) dx dy}{\left[\sum I(x,y) \right]^2}, \quad (1)$$

式中 x 和 y 为像面坐标, $I(x,y)$ 是图像在 (x,y) 处的灰度值。

本节通过仿真研究(1)式给出的评价函数与分块镜共相位误差之间的关系。以7单元分块式主镜为例,主镜包含1个中心六边形分块镜和6个边缘六边形分块镜(图1),分块镜对边长度设为 D 。中心分块镜作为参考镜固定不动,边缘分块镜可以包含平移和倾斜误差。

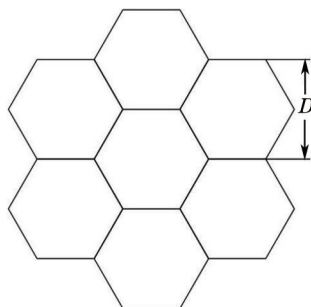


图1 分块式主镜示意图

Fig.1 Segmented primary mirror diagram

对于单色光照明的成像系统,其像面光强分布为

$$I_0(x,y) = \left| \mathcal{F} \left\{ P(\xi, \eta) \exp[jk\varphi(\xi, \eta)] \right\} \right|_{f_x = \frac{x}{\lambda d}, f_y = \frac{y}{\lambda d}}^2, \quad (2)$$

$$P(\xi, \eta) = \begin{cases} 1, & \text{within pupil} \\ 0, & \text{out of pupil} \end{cases} \quad (3)$$

式中 \mathcal{F} 表示傅里叶变换, P 为光瞳函数, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为波长, φ 为出瞳波前误差, d 为出瞳到像面的距离, ξ 和 η 为瞳面坐标, f_x 和 f_y 分别为 X 和 Y 方向的空间频率。(2)式在仿真中用快速傅里叶变换实现。

对于采用白光照明的成像系统,其像面光强分布可以认为是各个单色光在像面形成的光强分布的线性叠加:

$$I = \sum_n I_n(\lambda_n). \quad (4)$$

在仿真中定义白光的谱宽为 $\lambda = 0.4\sim 0.8 \mu\text{m}$ 并以 10 nm 为间隔对波长进行采样。

下面对评价函数与分块镜误差的关系进行具体的仿真分析。

1) 分块镜倾斜误差与评价函数的关系

图2给出了单色光 ($\lambda_0 = 0.6 \mu\text{m}$) 和白光照明两种情况下,当单个分块镜存在 X 方向倾斜误差时,倾斜误差和评价函数之间的关系曲线(Y 方向倾斜时的变化曲线与此类似),图中将评价函数值进行了归一化处理。倾斜误差的单位为 λ_0/D (rad)。按此定义,单位倾斜误差对应的波前误差峰谷值(PV)为 λ_0 。

空间望远镜在轨展开后,分块镜的初始倾斜误差可能较大,各个分块镜对应的光斑将显著分离,这时可通过计算光斑质心位置然后合像的方法去除粗大倾斜误差^[13]。本文不具体讨论分块镜合像问题,认为经过合像后分块镜倾斜误差小于 λ_0/D (这是容易实现的),剩余的倾斜误差由优化算法校正。由图2可知,当倾斜误差从0变化到 λ_0/D 时,采用单色光或白光照明时的评价函数曲线几乎重合,都呈单调下降趋势。

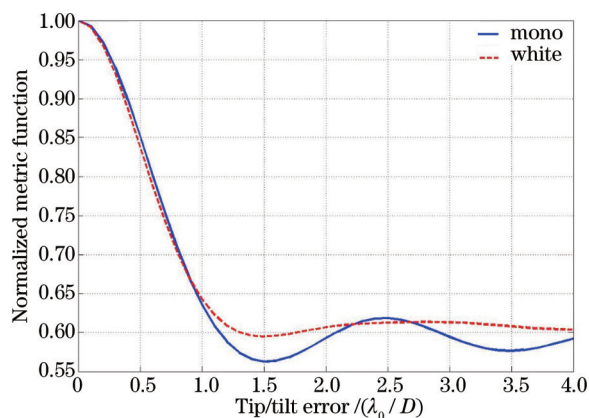


图2 单个分块镜存在倾斜误差时,误差大小与评价函数的关系

Fig.2 Relationship between tip/tilt error of single segment and metric function

2) 分块镜平移误差与评价函数的关系

平移误差是影响分块式望远镜成像质量的主要因素。图3给出了单色光和白光照明情况下,当单个分块镜存在平移误差时,误差大小和评价函数之间的关系曲线。

采用单色光照明时,平移误差与评价函数之间为周期性变化的余弦函数关系,当分块镜平移误差为整数个波长时,评价函数存在多个相同的极值,即对成像质量没有影响。因此在单色光应用场合,可以允许分块镜之间的平移误差为整数个波长,但光学遥感器一般要求在宽波段范围内成像,需要使分块镜的平移误差趋近于绝对零位,此时如果仅在单色光条件下校正,则优化算法校正分块镜平移误差的动态范围将小于 0.5λ (指光程差,对应镜面的平移误差为 0.25λ)。

采用白光照明时,评价函数随平移误差的增大呈振荡下降趋势,并且在某些特定位置出现局部极值。因此在白光照明条件下,当分块镜平移误差大于 0.5λ 时仍然有可能采用优化算法实现校正,但要求优化算法具有跳出局部极值,找到全局最优解的能力。

当6个边缘分块镜存在大小相同,方向随机的平移误差时,平移误差与评价函数的关系如图4所示。图中曲线表示评价函数的平均值随误差大小的变化,在曲线上还标出了不同误差对应的评价函数的上下限取

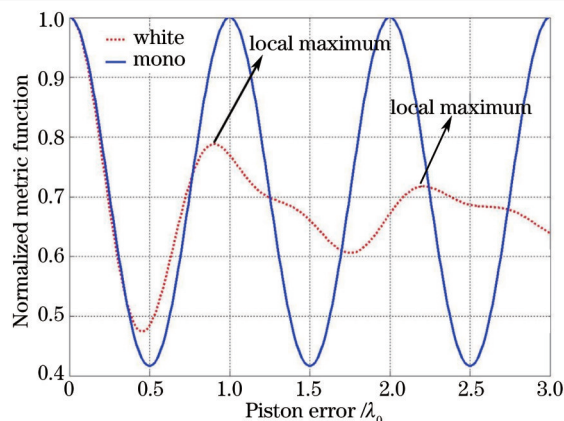


图3 单个分块镜存在平移误差时,误差大小与评价函数的关系

Fig.3 Relationship between piston error of single segment and metric function

值范围。由图3和图4可知,评价函数值随平移误差的起伏范围较大,当平移误差在中心波长 λ_0 整数倍附近时,评价函数可能出现局部极值。

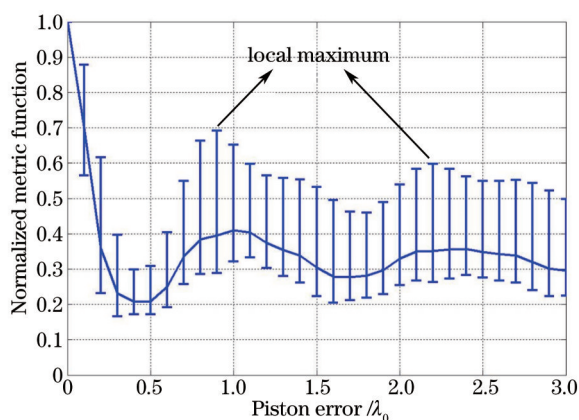


图4 各分块镜存在随机平移误差时,平移误差与评价函数的关系

Fig.4 Relationship between random piston errors of every segment and metric function

3 优化算法

本文拟采用无模型优化算法中较常用的SPGD算法和遗传算法校正分块镜共相位误差,下面对这两种算法的校正原理做简要说明。

SPGD算法^[4]是一种利用系统性能指标变化量与控制信号变化量进行控制信号梯度估计,并通过迭代在梯度下降的方向上搜索系统性能指标最优值的自适应光学校正方法。设系统的性能评价函数为 $J(\mathbf{u})=(u_1, u_2, \dots, u_N)$,其中 \mathbf{u} 为控制信号矢量, N 为控制单元数。第 k 次迭代时,控制信号 \mathbf{u}^k 的计算公式为

$$\mathbf{u}^k = \mathbf{u}^{k-1} + \gamma \Delta \mathbf{u}^k \Delta J^k, \quad (5)$$

式中 γ 为增益系数, ΔJ^k 是第 k 次迭代时评价函数变化量, $\Delta \mathbf{u}^k$ 是第 k 次迭代时施加的扰动信号。计算过程中根据目标函数 J 的值调节增益系数,即有 $\gamma^{k+1} = \gamma^k / J^k$ 。本文中SPGD算法的控制变量即各个分块镜的三自由度位置。对于图1所示的分块镜,即包含18个待优化变量。

遗传算法是一种模拟生命演化的算法,它是从一个初始种群出发,不断重复执行选择、杂交和变异的过程,使得种群进化越来越接近某一目标。标准遗传算法的主要步骤可描述如下:

- 1) 选择编码策略,把参数集合 X 和域转换为位串结构空间 S ;
- 2) 定义适应值函数 $f(X)$;
- 3) 确定遗传策略,包括选择种群大小 n ,选择、交叉、变异方法,以及确定交叉概率 P_c 、变异概率 P_m 等遗传参数;

- 4) 随机初始化生成群体 P ;
- 5) 计算群体中个体位串解码后的适应值 $f(X)$;
- 6) 按照遗传策略,运用选择、交叉和变异算子作用于群体,形成下一代群体;
- 7) 判断群体性能是否满足某一目标,或者已完成预定迭代次数,不满足则返回步骤6),或者修改遗传策略再返回步骤6)。

本文以分块镜的三自由度位置作为进化的个体,适应值函数为像清晰度函数,利用 Matlab 提供的遗传算法工具箱进行优化^[15]。

4 仿真校正

由第2节的分析结果可知,当分块镜平移误差小于 0.5λ 时,无论是单色光还是白光照明都可以利用优化算法对误差进行校正。当分块镜平移误差大于 0.5λ 时,必须在白光照明下才可能实现校正。

图5给出了当分块镜的平移误差小于 0.5λ 时采用 SPGD 算法进行校正的结果。横坐标表示 100 组包含所有分块镜倾斜和平移在内的随机误差,纵坐标给出了算法校正前后波前误差的均方根(RMS)值。SPGD 校正后波前误差的 RMS 值均小于 10 nm,达到了很好的校正效果。

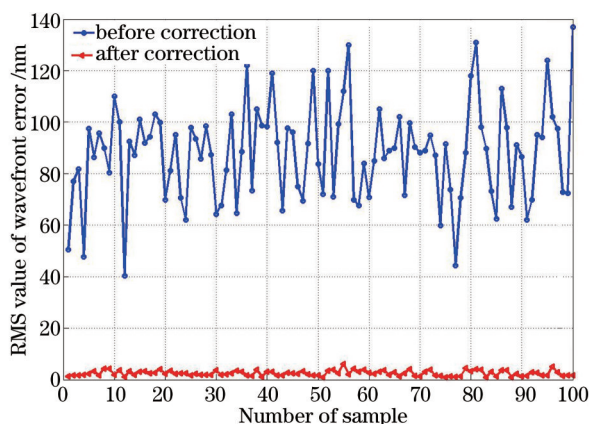


图5 SPGD算法校正 100组随机波前误差结果(平移误差小于 0.5λ)

Fig.5 Correction results of 100 random wavefront error samples (piston error less than 0.5λ) using SPGD

下面将分块镜的平移误差范围增大到 $[-\lambda, +\lambda]$, 然后分别采用 SPGD 算法和遗传算法进行校正。图6和图7分别给出了 SPGD 算法和遗传算法进行 300 次迭代校正的结果。横坐标表示 30 组包含所有分块镜倾斜和平移在内的随机误差,纵坐标表示算法校正前后波前误差的均方根值。用两种算法仿真校正了同样的 30 组波前误差数据。由图6、7可知,当平移误差增大到 $[-\lambda, +\lambda]$ 时 SPGD 算法无法进行有效校正,而遗传算法仍有明显的校正效果。

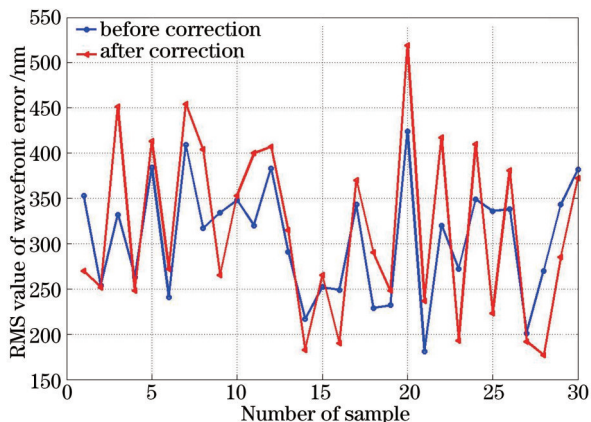


图6 SPGD算法校正 30组随机波前误差结果(平移误差小于 λ)

Fig.6 Correction results of 30 random wavefront error samples (piston error less than λ) using SPGD

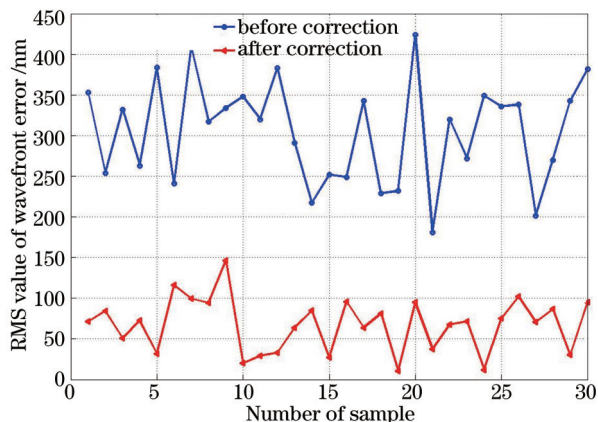


图7 遗传算法校正 30组波前误差结果(平移误差小于 λ)

Fig.7 Correction results of 30 random wavefront error samples (piston error less than λ) using genetic algorithm

对其中一组典型的误差数据,两种算法的评价函数收敛曲线如图8所示。用SPGD算法校正时,评价函数经450次迭代后收敛,但并未收敛到全局最优值1,而是收敛到了局部极值0.4。而用遗传算法经过450次迭代后评价函数值收敛到0.96。上述仿真在同一台计算机中运行,SPGD算法用时36 s,遗传算法用时447 s,即SPGD算法单次迭代耗时要远小于遗传算法。

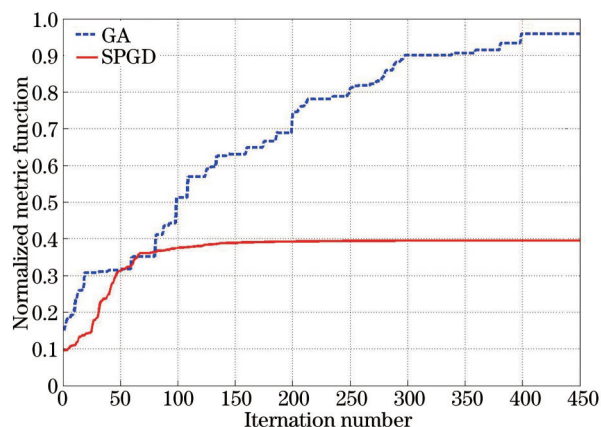


图8 SPGD算法和遗传算法校正的迭代次数与评价函数的变化关系曲线
Fig.8 Metric function versus iteration number using SPGD or genetic algorithm

大量仿真表明基于梯度估计的SPGD算法不具备跳出局部极值,寻找全局最优解的能力;遗传算法虽然具有全局寻优的能力,但其迭代速度较慢。本文综合两种算法的优点提出基于SPGD算法和遗传算法的混合优化算法,即先用遗传算法进行搜索,找到全局最优解所在的大致区域,然后再用SPGD算法进行局部快速寻优。混合优化方法避免了SPGD算法容易陷入局部极值的问题,扩大了校正的动态范围,提高了校正速度。

下面对 $[-\lambda, +\lambda]$ 范围内的分块镜共相位误差用混合优化算法进行仿真校正。图9为混合优化算法校正时,迭代次数与评价函数的变化关系曲线。先用遗传算法迭代200次,评价函数值达到0.8,再用SPGD算法进行快速校正,最终经过350次迭代后评价函数值收敛到0.99。图10为用混合优化算法对图6和图7中的30组共相位误差进行校正,校正后的波前RMS值均小于10 nm。

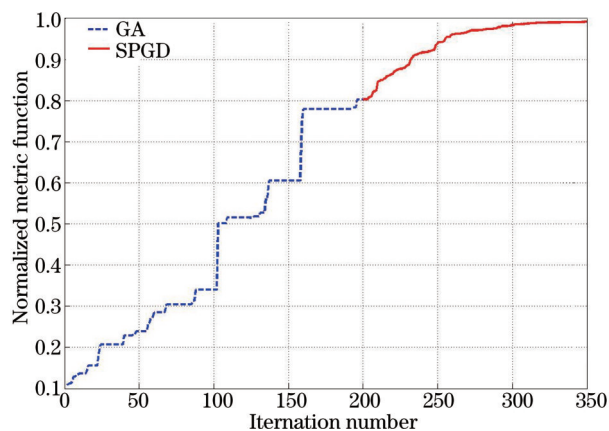


图9 混合优化算法校正的迭代次数与评价函数的变化关系曲线
Fig.9 Metric function versus iteration number using hybrid optimization algorithm

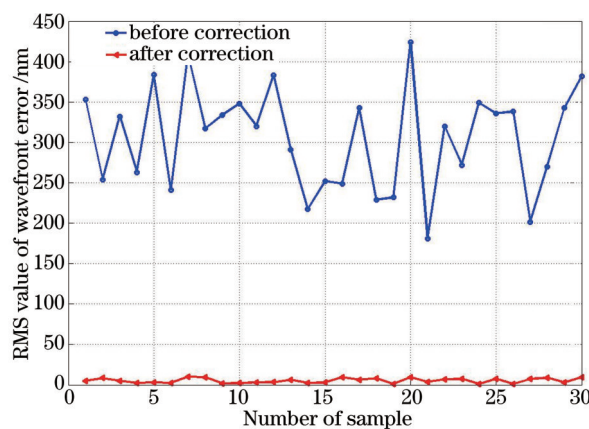


图10 混合优化算法校正30组随机波前误差结果(平移误差小于 λ)
Fig.10 Correction results of 30 random wavefront error samples (piston error less than λ) using hybrid optimization algorithm

5 结 论

当分块镜平移误差小于 0.5λ 时,SPGD算法可以有效校正分块镜共相位误差,但是当平移误差大于 0.5λ 时,SPGD算法极易陷入局部极值。为扩大分块镜共相位误差的校正范围,提出了一种基于SPGD算法和遗传算法的混合优化算法。仿真结果表明,当倾斜误差小于 λ_0/D ,平移误差在 $[-\lambda, +\lambda]$ 范围内时,混合优化算法的校正精度优于单独使用SPGD算法或遗传算法。

初步仿真结果表明,当平移误差进一步增大时,遗传算法需要迭代的次数增多并且出现不稳定现象,即无法保证收敛到全局最优解附近,导致校正失败。后续可以考虑进一步改进遗传算法或采用其他的全局优化算法以扩大校正的动态范围。

参 考 文 献

- 1 Zhao Weirui, Cao Genrui. Electric method for testing co-phasing error of segmented mirrors[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2010, 39(1): 147-150.
赵伟瑞, 曹根瑞. 分块镜共相位误差的电学检测方法[J]. *红外与激光工程*, 2010, 39(1): 147-150.
- 2 Song Helun, Jiang Wenhan, Xian Hao, *et al.*. Technology of co-phasing of the segmented mirrors based on a michelson interferometric system[J]. *Chinese J Lasers*, 2008, 35(5): 748-751.
宋贺伦, 姜文汉, 鲜浩, 等. 基于迈克耳孙干涉系统的拼接主镜共相位检测技术[J]. *中国激光*, 2008, 35(5): 748-751.
- 3 Chana G, Ohara C M, Troy M. Phasing the mirror segments of the Keck telescopes: The narrow-band phasing algorithm[J]. *Applied Optics*, 2000, 39(25): 4706-4714.
- 4 Chana G, Troy M, Dekens F, *et al.*. Phasing the mirror segments of the Keck telescopes: The broadband phasing algorithm[J]. *Applied Optics*, 1998, 37(1): 140-155.
- 5 Shi F, Redding D C, Lowman A F, *et al.*. Segmented mirror coarse phasing with a dispersed fringe sensor: Experiment on NGST's wavefront control testbed[C]. *SPIE*, 2003, 4850: 318-328.
- 6 Zhang Yong, Zhang Liang, Liu Genrong, *et al.*. Experimental study of segmented mirrors co-phase using dispersed fringe sensor[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(2): 0212004.
张勇, 张靓, 刘根荣, 等. 基于色散条纹传感器的拼接镜面共相的实验研究[J]. *光学学报*, 2011, 31(2): 0212004.
- 7 Wang Shanshan, Zhu Qiudong, Cao Genrui. Cophasing methods of segmented space telescope[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(9): 2435-2440.
王珊珊, 朱秋东, 曹根瑞. 空间拼接主镜望远镜共相位检测方法[J]. *光学学报*, 2009, 29(9): 2435-2440.
- 8 Luo Qun, Huang Linhai, Gu Naiting, *et al.*. Experimental study on phase diversity wavefront sensing technology in piston error detection [J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(6): 069501.
罗群, 黄林海, 顾乃庭, 等. 相位差波前检测方法应用于平移误差检测的实验研究[J]. *物理学报*, 2012, 61(6): 069501.
- 9 Ma Xinxue, Wang Jianli, Wang Bin, *et al.*. Quantitative analysis of the measurement precision of phase retrieval wavefront sensor[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(10): 1028001.
马鑫雪, 王建立, 王斌, 等. 相位恢复波前传感器测量精度的定量分析[J]. *光学学报*, 2013, 33(10): 1028001.
- 10 Yu Xin, Han Xingzi, Hu Xinqi. Wavefront sensorless adaptive optics correction for high-resolution space remote sensing system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(9): 0900118.
俞信, 韩杏子, 胡新奇. 高分辨率空间光学遥感器波像差的无波前传感器自适应光学校正[J]. *光学学报*, 2011, 31(9): 0900118.
- 11 Yu Ji, Dong Bing. Experimental study of wavefront sensorless adaptive optics based on deformable mirror eigen modes[J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(3): 0322004.
喻际, 董冰. 基于变形镜本征模式的无波前传感器自适应光学系统实验研究[J]. *光学学报*, 2015, 35(3): 0322004.
- 12 Yang Huizhen, Wu Jian, Gong Chenglong. Model-based sensorless adaptive optics system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(8): 0801002.
杨慧珍, 吴健, 龚成龙. 基于模型的无波前探测自适应光学系统[J]. *光学学报*, 2014, 34(8): 0801002.
- 13 D S Acton, P Atcheson, M Cermak, *et al.*. James Webb space telescope wavefront sensing and control algorithms[C]. *SPIE*, 2004, 5487: 887-896.
- 14 Mu Jie, Jing Feng, Wang Xiao, *et al.*. Error control of piston and tilt based on SPGD in coherent beam combination[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(6): 0602002.
母杰, 景峰, 王道, 等. 相干合成中基于SPGD算法的平移误差和倾斜误差控制[J]. *中国激光*, 2014, 41(6): 0602002.
- 15 Lei Yingjie, Zhang Shanwen, Li Xuwu, *et al.*. MATLAB Genetic Algorithm Toolbox And Its Application[M]. Xi'an: Xi'an University of Electronic Science and Technology Press, 2005.
雷英杰, 张善文, 李续武, 等. MATLAB遗传算法工具箱及应用[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2005.

栏目编辑: 史敏