

非线性光机械系统中的双稳性与纠缠

郭永宾^{1,2} 肖 银^{1,2} 於亚飞^{1,2} 张智明^{1,2}

¹华南师范大学信息光电子科技学院广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室, 广东 广州 510006

²华南师范大学广东省量子调控工程与材料重点实验室, 广东 广州 510006

摘要 在含有克尔介质和光学参量放大器(OPA)的光机械系统中,腔中的光学双稳性与纠缠特性会受到这两种介质较大的影响。当调节非线性晶体与腔场的耦合常数时,OPA晶体的非线性增益对系统的双稳性影响与入射光强度对双稳性的影响是相似的,然而克尔介质的三阶非线性系数对系统双稳性却有着明显不同的影响。对系统纠缠特性的研究表明:OPA晶体的非线性增益系数对腔场与振动镜之间的纠缠有着增强的作用,而克尔介质的三阶非线性系数对纠缠却有着减弱的效果。

关键词 非线性光学; 谐振腔; 双稳性; 纠缠

中图分类号 O437 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201535.1027002

Optical Bistability and Entanglement in a Nonlinear Optomechanical System

Guo Yongbin^{1,2} Xiao Yin^{1,2} Yu Yafei^{1,2} Zhang Zhiming^{1,2}

¹Guangdong Laboratory of Nanophotonic Functional Materials and Devices, School of Information and Optoelectronic Science and Engineering, South China Normal University, Guangzhou, Guangdong 510006, China

²Guangdong Laboratory of Quantum Engineering and Quantum Materials, South China Normal University, Guangzhou, Guangdong 510006, China

Abstract In a nonlinear optomechanical system which contains a Kerr medium and a degenerate optical parametric amplifier (OPA), optical bistability and entanglement are affected largely by these two kinds of medium. When adjusting the coupling constant of nonlinear crystal and the cavity field, the nonlinear gain of OPA crystal and the intensity of incident light have similar effects on the optical bistability, while the third-order nonlinear susceptibility of Kerr medium has obviously different effects. The calculation results of entanglement in this system show that the nonlinear gain coefficient of OPA crystal can increase the entanglement between cavity field and vibrating mirror, while the third-order nonlinear susceptibility of Kerr medium can reduce the entanglement.

Key words nonlinear optics; resonators; bistability; entanglement

OCIS codes 270.3100; 270.2500; 230.4320; 230.5750

1 引 言

近年来,光机械系统引起了人们的广泛关注^[1-2]。光学双稳性因其在全光计算机、光开关^[3]中具有较好的应用前景而被广泛研究,早期在关于腔光机械的实验中就观察到了辐射压力诱导的光学双稳性的现象^[4-5]。量子纠缠特性是量子力学中最让人感兴趣的特征之一^[6],纠缠在量子信息处理中有着重要的应用^[7-10]。近年来,腔光机械系统成为宏观上实现量子纠缠最重要的办法之一。除此之外,腔光机械系统在精密测量方面也有重要应用^[11-12]。

收稿日期: 2015-05-04; 收到修改稿日期: 2015-06-10

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划(91121023), 国家自然科学基金(61378012, 60978009), 国家973计划(2011CBA00200、2013CB921804), 教育部“长江学者和创新团队发展计划”(IRT1243), 高等学校博士学科点专项科研基金(20124407110009)

作者简介: 郭永宾(1989—), 男, 硕士研究生, 主要从事腔光力学方面的研究。E-mail: gyb_z@163.com

导师简介: 张智明(1956—), 男, 博士生导师, 教授, 主要从事量子光学方面的研究。

E-mail: zmzhang@scnu.edu.cn(通信联系人)

2 系统物理模型及理论描述

如图1所示,系统由标准的光力系统和两种非线性介质[克尔介质和光学参量放大器(OPA)晶体]组成。其中,质量为 m 的振动镜的振动频率是 ω_m , 能量衰减率是 γ_m 。频率为 ω_c 的腔场受频率为 ω_0 的激光驱动。在以泵浦光频率 ω_0 旋转的坐标系中,系统的哈密顿量为^[13]

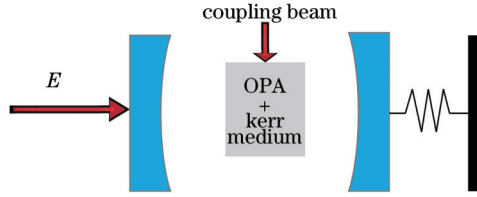


图1 系统原理图

Fig.1 Sketch of the system

$$H = \hbar\Delta_0 a^\dagger a + \frac{\hbar\omega_m}{2}(p^2 + q^2) - \hbar g_m a^\dagger a q + i\hbar G(e^{i\theta} a^{+2} - e^{-i\theta} a^2) + \hbar\eta a^{+2} a^2 + i\hbar E(a^\dagger - a), \quad (1)$$

式中 $\Delta_0 = \omega_c - \omega_0$, 前两项分别描述的是腔场和机械振子的自由哈密顿量。腔场用湮灭(产生)算符 $a(a^\dagger)$ 描述,机械振子用无量纲化动量算符 p 和位移算符 q 表示。第三项表示的是腔场与机械振子的耦合项,耦合系数 $g_m = \frac{\omega_c}{L} \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_m}}$, 其中 L 是腔长。第四项和第五项分别描述 OPA 晶体和克尔介质对腔场的影响,这里 G 指 OPA 晶体的增益系数, θ 指驱动 OPA 晶体的光场的相位, η 是非简谐性参量,它正比于克尔介质的三阶非线性系数 $\chi^{(3)}$ 。最后一项描述的是腔场与驱动场的耦合,其中, $|E| = \sqrt{\frac{2\kappa P}{\hbar\omega_0}}$ 是驱动光场的振幅, P 是入射激光的能量, κ 是腔场的衰减。

首先写出混合系统的量子朗之万方程:

$$\dot{a} = -(\kappa + i\Delta_0)a + ig_m a q + 2Ge^{i\theta} a^\dagger - 2i\eta a^\dagger a^2 + E + \sqrt{2\kappa} a_{in}, \quad (2)$$

$$\dot{q} = \omega_m p, \quad (3)$$

$$\dot{p} = -\omega_m q - \gamma_m p + g_m a^\dagger a + \xi, \quad (4)$$

式中 a_{in} 和 ξ 分别表示腔场和振子的涨落项, κ 和 γ_m 分别表示腔场和振子的衰减速率。由(2)~(4)式可以得到各算符的稳态值,

$$p_s = 0, q_s = \frac{g_m |a_s|^2}{\omega_m}, a_s = \frac{\kappa - i\Delta + 2Ge^{i\theta}}{\Delta^2 + \kappa^2 - 4G^2} E, \quad (5)$$

式中 $\Delta = \Delta_0 - g_m q_s + 2\eta |a_s|^2$ 。

3 腔内光场双稳性

由(5)式,可以得到腔内光子数目,

$$n = \frac{|\kappa - i(\Delta_0 - \beta n + 2\eta n) + 2Ge^{i\theta}|^2}{[(\Delta_0 - \beta n + 2\eta n)^2 + \kappa^2 - 4G^2]} E^2, \quad (6)$$

式中 $\beta = \frac{g_m^2}{\omega_m}$ 。在一定的参量范围内,腔内光子数将呈现出双稳性。

为了更好地说明数值结果,采用如下实验参量: $\lambda = 2\pi c/\omega_0 = 1064 \text{ nm}$, $\kappa = 0.6\pi \times 10^7 \text{ Hz}$, $\omega_m = 2\pi \times 10^7 \text{ Hz}$, $\gamma_m = 400\pi \text{ Hz}$, $L = 1 \text{ mm}$, $m = 12 \text{ ng}$ 。

图2(a)表明,在不含有任何介质的光机械腔中,随着入射激光功率的增大,光子数随失谐量变化的双稳性逐渐明显。在图2(b)中,设定失谐量的值为 $\Delta_0 = \omega_m$,光子数随激光功率的变化呈现双稳性。

在图3中,当腔中只含有 OPA 晶体时,限定入射激光的功率为 $P = 10 \text{ mW}$,在调节参量 G 时,光学双稳性的变化和调节激光功率时的变化非常相似。因为增大激光功率和提高 OPA 的增益系数都有助于提高腔内光子数目。

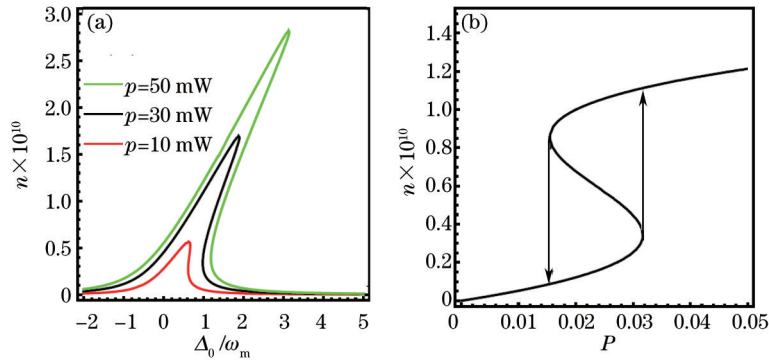


图2 标准光机械腔。(a)光子数随失谐量的变化;(b)光子数随激光功率的变化

Fig.2 Typical optomechanical system. (a) Mean intracavity photon number versus cavity-pump laser detuning;

(b) mean intracavity photon number versus the input pump power

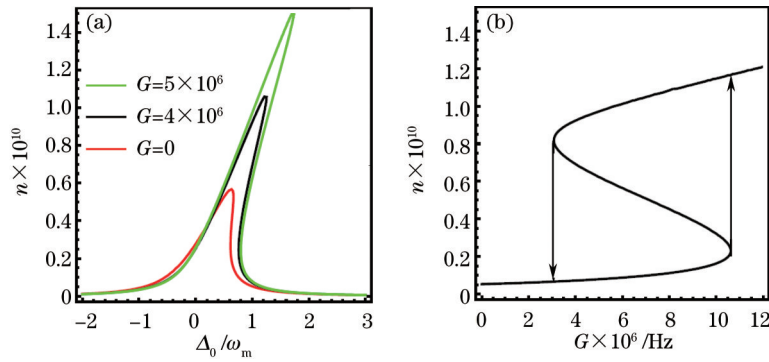


图3 只含 OPA 的腔。(a)光子数随失谐量的变化;(b)光子数随 G 的变化

Fig.3 Typical optomechanical system with OPA. (a) Mean intracavity photon number versus cavity-pump laser detuning;

(b) mean intracavity photon number versus the coupling strength G

在图4中,当腔中只含有克尔介质时,随着 η 的增大,出现光学双稳性的地方在失谐量为负的地方。因为在(5)式中, η 出现在分母上,而 G 和 P 出现在分子上,所以它们在调节光子数目上有着相反的特性。图4(b)中,选定的 $\Delta_0 = -\omega_m$, 在较大值时随着 η 的增大,光子数是递减的。克尔介质对光子寿命的影响,也即是对腔场衰减的影响,通过理论计算表明,这种影响和图2,图3中参量 P, G 的影响是类似的,这里就不再赘述了。

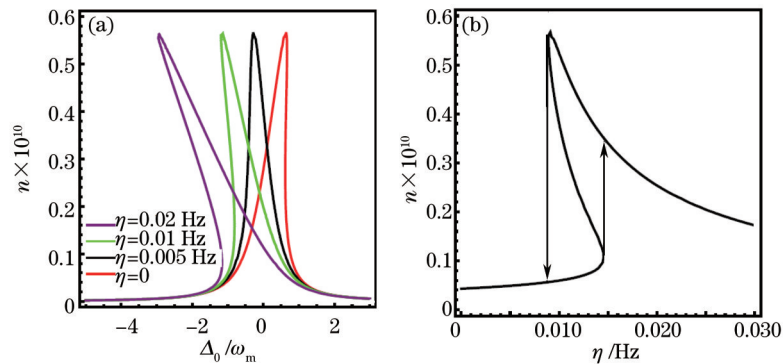


图4 只含克尔介质的腔。(a)不同的参数 η 下,光子数随失谐量的变化;(b)在特定失谐量条件下光子数随 η 的变化

Fig.4 Typical optomechanical system with Kerr medium. (a) Mean intracavity photon number versus cavity-pump laser detuning with different η ; (b) mean intracavity photon number versus the coupling strength at the certain detuning

4 纠 缠

将算符写成稳态值和涨落项之和,即 $a = a_s + \delta a$, $q = q_s + \delta q$, $p = p_s + \delta p$,可以得到线性朗之万方程:

$$\delta \dot{a} = -(\kappa + i\Delta_1)\delta a + ig_m a_s \delta q + (2Ge^{i\theta} - 2i\eta a_s^2)\delta a^* + \sqrt{2\kappa} a_{in}, \quad (7)$$

$$\delta\dot{q} = \omega_m \delta p, \quad (8)$$

$$\delta\dot{p} = -\omega_m \delta q - \gamma_m \delta p + g_m a_s (\delta a + \delta a^*) + \xi, \quad (9)$$

式中 $\Delta_1 = \Delta + 2\eta a_s^2$ 。定义算符 $\delta X = \frac{\delta a + \delta a^*}{\sqrt{2}}$, $\delta Y = \frac{\delta a - \delta a^*}{\sqrt{2}i}$ 及 $\delta X_{in} = \frac{a_{in} + a_{in}^*}{\sqrt{2}}$, $\delta Y_{in} = \frac{a_{in} - a_{in}^*}{\sqrt{2}i}$, (7)~(9)式可改写成:

$$\delta\dot{X} = (-\kappa + 2G \cos \theta) \delta X + (\Delta_2 + 2G \sin \theta - 2\eta a_s^2) \delta Y + \sqrt{2\kappa} \delta X_{in}, \quad (10)$$

$$\delta\dot{Y} = -(\kappa + 2G \cos \theta) \delta Y + (-\Delta_2 + 2G \sin \theta - 2\eta a_s^2) \delta X + G_0 \delta q + \sqrt{2\kappa} \delta Y_{in}, \quad (11)$$

$$\delta\dot{q} = \omega_m \delta p, \quad (12)$$

$$\delta\dot{p} = -\omega_m \delta q - \gamma_m \delta p + G_0 \delta X + \xi, \quad (13)$$

式中 $G_0 = \sqrt{2} g_m a_s$ 。(10)~(13)式可以写成

$$\dot{f}(t) = Af(t) + n(t), \quad (14)$$

式中 $f^T(t) = (\delta q, \delta p, \delta X, \delta Y)$, $n^T(t) = (0, \xi, \sqrt{2\kappa} \delta X_{in}, \sqrt{2\kappa} \delta Y_{in})$, 矩阵 A 为

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \omega_m & 0 & 0 \\ -\omega_m & -\gamma_m & G_0 & 0 \\ 0 & 0 & -\kappa + 2G \cos \theta & \Delta_2 + 2G \sin \theta - 2\eta a_s^2 \\ 0 & 0 & -\Delta_2 + 2G \sin \theta - 2\eta a_s^2 & -\kappa - 2G \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (15)$$

定义这样 4×4 的关联矩阵 $V_{ij} = \langle (f_i(\infty) f_j(\infty) + f_j(\infty) f_i(\infty)) \rangle / 2$ 。在稳态条件下, 关联矩阵满足如下方程

$$AV + VA^T = -D, \quad (16)$$

式中 $D = \text{diag}[0, \gamma_m(2\bar{n}_{th} + 1), \kappa, \kappa]$, diag 表示对角矩阵, \bar{n}_{th} 是平均热声子数目。振子与光场纠缠的度量方法采用负对数^[14-15] E_{mc} ,

$$E_{mc} = \max[0, -\ln 2\eta], \quad (17)$$

式中 $\eta = 2^{-1/2} \left\{ \sum \Gamma - \left[\sum \Gamma^2 - 4 \det \Gamma \right]^{1/2} \right\}^{1/2}$, \det 表示求行列式, 这里 $\sum \Gamma = \det L_m + \det L_r - 2 \det L_{mr}$, Γ 是一个 2×2

的关联矩阵形式 $\Gamma = \begin{pmatrix} L_m & L_{mf} \\ L_{mf}^T & L_f \end{pmatrix}$, 这个矩阵是把 4×4 的矩阵 V 划分成这样四个 2×2 的矩阵, 具体的表达式过于复杂此处不再赘述。

数值计算的参数与双稳性的基本参量相同, 功率设定为 $P = 5 \text{ mW}$ 。

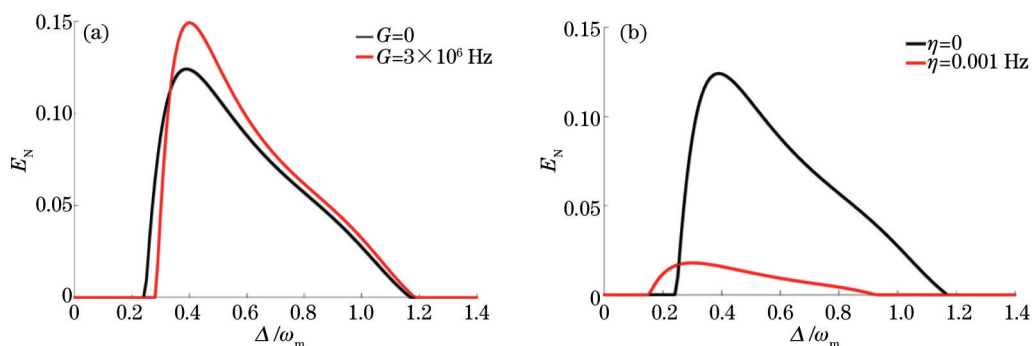


图 5 (a) 参量 G 的影响; (b) 参量 η 的影响

Fig.5 (a) Influence of coupling strength G ; (b) influence of coupling strength η

在图 5(a)中, 由于 OPA 晶体的存在, 相对于一个标准腔, 纠缠得到了增强, 而在图 5(b)中, 当腔中晶体换成克尔介质时, 此时的纠缠比标准腔中的纠缠度小很多。这与双稳性的讨论结果是吻合的, OPA 的增益系数对光子数有增大的作用, 也提高了光场与振子的耦合强度。而克尔介质的影响则是相反的。

5 结 论

在光机械腔中,满足一定条件时,OPA晶体的存在会增加腔内的光子数,而克尔介质则会减少腔内的光子数,所以OPA晶体和克尔介质的存在会对系统的双稳特性和纠缠特性有着明显不同的影响,这样就可以利用OPA和克尔介质两种非线性晶体实现对系统双稳性和纠缠的控制。

参 考 文 献

- 1 Chen Huajun, Mi Xianwu. Normal mode splitting and cooling induced by radiation pressure in strong coupling optomechanical cavity[J]. Chinese J Quantum Electronics, 2012, 29(2): 153-164.
陈华俊, 米贤武. 辐射压力诱导强耦合光机械腔中的简正模式分裂和冷却[J]. 量子电子学报, 2012, 29(2): 153-164.
- 2 Zhang Caiyun, Li Hu. Entanglement between movable mirror and cavity field with atomic medium[J]. Chinese J Quantum Electronics, 2014, 31(3): 273-278.
张彩云, 李 虎. 原子介质诱导的纠缠[J]. 量子电子学报, 2014, 31(3): 273-278.
- 3 Zeng Tian, Liang Dakai, Zeng Jie, *et al.*. Research on self-healing method of multi-agent collaboration fiber optic sensor network based on optical switch and graph theory[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(12): 1206002.
曾 田, 梁大开, 曾 捷, 等. 基于光开关和图论的多主体协作光纤传感网络自修复方法研究[J]. 光学学报, 2014, 34(12): 1206002.
- 4 Dorsel A, McCullen J D, Meystre P, *et al.*. Optical bistability and mirror confinement induced by radiation pressure[J]. Phys Rev Lett, 1983, 51(17): 1550-1553.
- 5 Jin Quanwei, Jiang Jianfeng, Tu Bo, *et al.*. Theory analysis and experimental investigation of thermodynamic unstable resonator solid state laser[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(3): 0314002.
靳全伟, 蒋建锋, 涂 波, 等. 非热稳定非稳腔固体激光理论分析与实验研究[J]. 光学学报, 2014, 34(3): 0314002.
- 6 Lu Daoming, Qiu Changdong. Entanglement properties in the system of atom interacting with two-mode cavity[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(12): 1227003.
卢道明, 邱昌东. 原子与双模腔相互作用系统中的纠缠特性[J]. 光学学报, 2013, 33(12): 1227003.
- 7 Vitali D, Gigan S, Ferreira A, *et al.*. Optomechanical entanglement between a movable mirror and a cavity field[J]. Phys Rev Lett, 2007, 98(3): 030405.
- 8 Hartmann M J, Plenio M B. Steady state entanglement in the mechanical vibrations of two dielectric membranes[J]. Phys Rev Lett, 2008, 101(20): 200503.
- 9 Tian Lin. Robust photon entanglement via quantum interference in optomechanical interfaces[J]. Phys Rev Lett, 2013, 110(23): 233602.
- 10 Wang Y D, Clerk A A. Reservoir-engineered entanglement in optomechanical systems[J]. Phys Rev Lett, 2013, 110(25): 253601.
- 11 Cai Qiuxia, Tang Zhilie, Wu Yongbo, *et al.*. Microcavity photoacoustic detecting technology and imaging method[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(9): 0918001.
蔡秋霞, 唐志列, 吴泳波, 等. 微腔光声探测技术及其成像方法[J]. 光学学报, 2013, 33(9): 0918001.
- 12 Dai Lihua, Wang Ming, Rong Hua, *et al.*. Design and simulation of miniature shear stress sensor based on fabry-perot interference[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(s1): s128003.
戴丽华, 王 鸣, 戎 华, 等. 微型法布里珀罗干涉剪应力传感器的设计及仿真[J]. 光学学报, 2012, 32(s1): s128003.
- 13 Shahidani S, Naderi M H, Soltanolkotabi M. Control and manipulation of electromagnetically induced transparency in a nonlinear optomechanical system with two movable mirrors[J]. Phys Rev A, 2013, 88(5): 053813.
- 14 Vidal G, Werner R F. Computable measure of entanglement[J]. Phys Rev A, 2002, 65(3): 032314.
- 15 Adesso G, Serafini A, Illuminati F. Extremal entanglement and mixedness in continuous variable systems[J]. Phys Rev A, 2004, 70(2): 022318.

栏目编辑: 刘丰瑞