

# 自由曲面匀光透镜的建模误差分析及补偿设计

桂 立<sup>1,2</sup> 孙秀辉<sup>2</sup> 尹韶云<sup>2</sup> 杜春雷<sup>2</sup> 向 阳<sup>1</sup>

<sup>1</sup>长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022

<sup>2</sup>中国科学院重庆绿色智能技术研究院集成光电技术研究中心, 重庆 400714

**摘要** 自由曲面匀光透镜被广泛应用于发光二极管(LED)照明中。传统的基于几何近似的自由曲面求解方法,由于存在建模误差,导致求解的面型不够精确,照明面均匀性下降。提出了一种误差分析及补偿方法,通过建立面型误差和出射角度误差之间的联系,结合光线追迹,实现了面型误差的准确量化和修正。采用该方法,针对1000 mm工作距离,直径200 mm照明范围的景观照明透镜进行了补偿设计,并用Lighttools软件进行了仿真。结果表明:点光源模拟情况下,相对于传统几何近似求解方法,照明均匀性(最小照度/平均照度)由68.0%提升到98.5%;1 mm×1 mm尺寸LED光源模拟情况下,在直径160 mm的照明范围内,均匀性达到91.8%,具有良好的实用性。

**关键词** 光学设计;自由曲面;均匀照明;非成像光学;优化设计

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.1022008

## Modeling Error Analysis and Compensation Design for Free-Form Uniform Illumination Lens

Gui Li<sup>1,2</sup> Sun Xiuhui<sup>2</sup> Yin Shaoyun<sup>2</sup> Du Chunlei<sup>2</sup> Xiang Yang<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*School of Photoelectric Engineering, Changchun University of Science and Engineering, Changchun, Jilin 130022, China*

<sup>2</sup>*Optoelectronic Technology Integration Center, Chongqing Institute of Green and Intelligent Technology, Chinese Academy of Sciences, Chongqing 400714, China*

**Abstract** Uniform illumination free-form surface lens has been widely used in the light emitting diode (LED) lighting. However, due to modeling error in traditional freeform surface solution based on geometrical approximation, the surface shape can not be solved accurately and result in the decline of illumination uniformity. A method of error analysis and compensation algorithm is proposed. The relationship between emitted light angle error and free-form surface error is established, combined with the ray tracing, quantifying and correcting for surface error accurately. According to the method above, it is suggested that the compensation design of landscape lighting lens in which the working distance of the lens is 1000 mm and target panel diameter is 200 mm. The simulation result shows that after importing the lens modeling into Lighttools software demonstrate, compared with the traditional design method, the illumination uniformity is increased from 68.0% to 98.5% under the condition of point light source. And the uniformity is reached up to 91.8% with the diameter of 160 mm lighting area and the condition of 1mm×1mm size of the LED source. The optimized lens has good practicability.

**Key words** optical design; free-form surface; uniform illumination; non-imaging optics; optimization design

**OCIS codes** 220.4830; 040.7190; 220.4298; 080.1753

## 1 引 言

发光二极管(LED)作为新一代绿色光源,具有体积小、寿命长、光电效率高等优点,在照明领域已得到广

收稿日期: 2015-03-20; 收到修改稿日期: 2015-05-04

基金项目: 国家自然科学基金(61475199)、重庆科技攻关项目(cstc2012ggC90003)

作者简介: 桂 立(1990—),男,硕士研究生,主要从事LED自由曲面光学设计方面的研究。E-mail: ibrahim\_gui@163.com

导师简介: 向 阳(1968—),男,博士,教授,主要从事光学设计等方面的研究。E-mail: xyciom@163.com(通信联系人)

泛应用。在其中一些应用场合中,如景观照明、舞台照明、医用无影照明等,需要照明光线具有较小的视场角,同时目标面又具有较高的均匀性。由于LED的发出的光线近似于朗伯分布,不能直接应用到此类系统中,需要通过自由曲面透镜进行二次配光<sup>[1-4]</sup>。

传统的自由曲面设计采用几何近似法<sup>[5-7]</sup>,该方法首先通过数值计得到一系列离散的构造点,然后对构造点拟合得到自由曲面的轮廓线,最后将轮廓线绕光轴旋转得到完整的光学自由曲面。但在计算离散构造点的过程中,定义沿点  $P_i$  切线方向一定距离的点为下一个构造点  $P_{i+1}$ ,这种近似方法导致了除起始点  $P_1$  之外的各个构造点的空间位置存在误差,相应的自由曲面面型不够精确,影响照明效果。为了消除这种误差,辛迪等<sup>[1,8-9]</sup>在前者的基础上提出了插入中间控制点的方法,该方法在一定程度上提高了构造点的位置精度,减小了面型误差,但由于未能对面型误差进行量化,改善效果并不显著。李林等<sup>[2]</sup>在设计过程中,直接采用试错法建立评价函数进行优化,该方法虽能取得不错的照明效果,但优化效果过分依赖于评价函数的选取,增加了优化的时间和复杂度,费时费力。

面型误差的存在,影响了自由曲面对光线的控制精度,是一直以来困扰设计者的一大难题。针对这一问题,本文通过对自由曲面面型误差的分析,讨论了面型误差对光线出射方向的影响。将初始自由曲面的出射角度误差,转化为面型误差,实现了面型误差的量化。再根据量化的面型误差分布曲线,对建模过程中自由曲面进行修正,成功消除了自由曲面计算过程中的面型误差。针对均匀照明透镜,相比传统设计方法,该方法实现了对光线的精确控制,照明面均匀性显著提高。

## 2 设计原理

### 2.1 初始自由曲面面型的计算

实现圆形区域均匀照明的设计原理如图1所示,光源位于坐标系原点,发光半角度为  $\varphi_m$ 。目标照明面与光源的距离为  $L$ ,目标面半径为  $R$ 。透镜的下表面为平面,承担一定的聚光作用,上表面为自由曲面,负责将不同角度的入射光分配到目标面上的指定位置。光源发出的光线入射至透镜,依次经过平面和自由曲面的折射后,实现对目标面的照明。

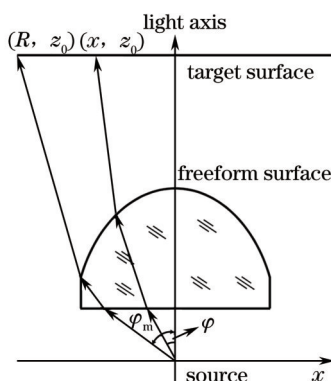


图1 自由曲面透镜匀光原理

Fig.1 Schematic of free-form surface lens for uniform illumination

图1中LED光源可以视为朗伯体,光强分布可以表示为

$$I(\varphi) = I_0 \cos \varphi, \quad (1)$$

式中,  $I_0$  表示发光表面法向方向的光强,  $I(\varphi)$  表示与光轴夹角为  $\varphi$  的光线光强。由于LED发光芯片较小,设计时可将其当作点光源考虑。设计过程中忽略透镜的吸收和散射损耗,光线的传播遵守能量守恒定理,即光源辐射的光通量应等于到达目标面的光通量<sup>[2]</sup>为

$$\iint I(\varphi) d\Omega = \iint E(x, y) dS. \quad (2)$$

(2)式左边部分表示光源辐射的光通量,  $E(x, y)$  表示目标面  $Z_0$  平面上点  $(x, y)$  处的照度值。对于均匀照明,目标面各点照度值均相等,令照度值等于  $E_0$ 。同时考虑到透镜的旋转对称性质,(2)式可以进一步简化,得到任意角度  $\varphi$  的光线与到达目标面的位置  $x$  的对应关系为

$$2\pi \int_0^{\varphi} I_0 \cos \varphi \sin \varphi d\varphi = E_0 \int_0^x 2\pi x dx. \quad (3)$$

特殊情况下,对于角度  $\varphi_m$  的边缘光线,其到达目标面的边缘位置  $R$ ,故

$$2\pi \int_0^{\varphi_m} I_0 \cos \varphi \sin \varphi d\varphi = E_0 \int_0^R 2\pi x dx . \quad (4)$$

将(3)、(4)式联立,可以得到不同角度  $\varphi$  的光线与到达目标面的位置  $x$  对应关系:

$$x = R \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_m} . \quad (5)$$

根据(5)式的配光要求进行设计,便能得到实现均匀照明的自由曲面。具体设计过程如图2所示。首先,给定位于光轴上一点  $P_1$  作为起始构造点,考虑一条由光源发出经过  $P_1$  的光线  $i_1$ ,计算  $i_1$  与光轴的夹角  $\varphi_1$ ;然后,按照(5)式计算角度  $\varphi_1$  的光线折射到照明面时的位置  $x$ ,并由此确定出射光线方向  $o_1$ ,再结合 Snell 定律,计算得到构造点  $p_1$  的法向量  $N_1$  以及切向量  $T_1$ ;其次,定义沿  $T_1$  向量一定长度  $t$ (步长)的点为自由曲面轮廓线的下一个构造点  $p_2$ ,重复上述步骤,便能得到自由曲面一系列的构造点  $p_n$ ;最后,将所有构造点  $p_n$  导入三维建模软件 SolidWorks,拟合得到一条完整的轮廓线,再将轮廓线绕光轴旋转,便能得到完整的匀光透镜三维模型<sup>[5]</sup>。

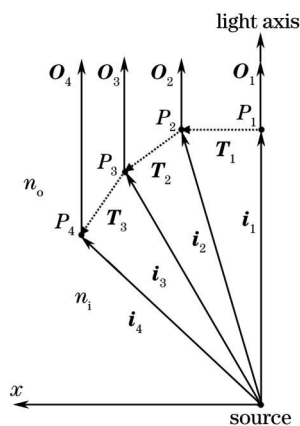


图2 自由曲面设计原理图

Fig.2 Schematic of free-form surface design

## 2.2 误差模型的建立与分析

在上述方法计算自由曲面过程中,为了提高计算得到构造点的精确度,在设计过程中必须要采用极小的步长。但在步长较小的情况下,为了得到一个完整的自由曲面轮廓,需要求解成千上万个控制点,大量的求解过程必然会导致误差的累加<sup>[10]</sup>,影响设计效果。为了消除这种设计过程中产生的累加误差,得到更加精确的自由曲面,建立如图3所示的误差模型对自由曲面的面型误差进行讨论<sup>[11]</sup>。

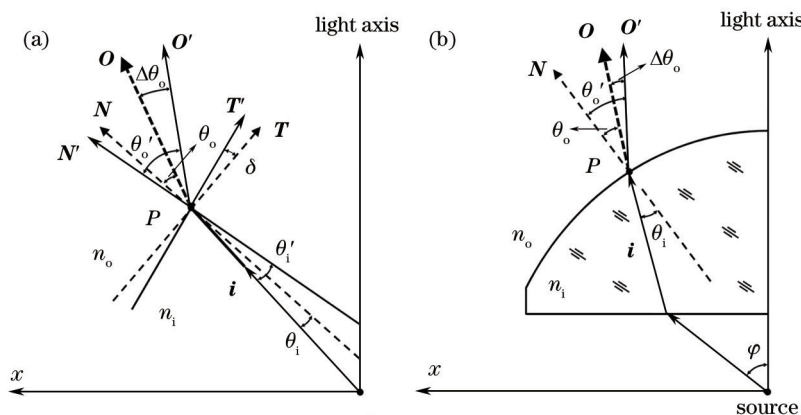


图3 (a) 切向量误差  $\delta$  对光线传播路径的影响; (b) 光线经过透镜的传播光路

Fig.3 (a) Effect of tangent vector  $\delta$  on the path of ray; (b) path of ray passing through the lens

考虑自由曲面上的任意一构造点  $P$ ,定义自由曲面  $P$  点的理想切向量  $T$  和实际切向量  $T'$  之间的角度误差  $\delta$  为  $P$  点的面型误差。如图3(a)所示,光线由光密介质  $n_i$  入射至  $P$  点,发生折射后出射至光疏介质  $n_o$ 。  $P$  点理想的法向量和切向量为  $N$ 、 $T$ ,入射光线  $i$  的入射角度为  $\theta_i$ ,经过  $P$  点后的出射角度为  $\theta_o$ ,结合 Snell 定律

$$n_i \sin \theta_i = n_o \sin \theta_o \quad (6)$$

但在实际情况下,由于面型误差  $\delta$  的存在,  $P$  点实际的法向量和切向量为  $N'$ 、 $T'$ ,入射光线  $i$  的入射角度为  $\theta'_i$ ,经过  $P$  点后的出射角度为  $\theta'_o$ ,即

$$n_i \sin \theta'_i = n_o \sin \theta'_o \quad (7)$$

由几何关系可知  $\theta'_i = \theta_i + \delta$ ,代入(7)式得实际情况下的出射角度  $\theta'_o$

$$\theta'_o = \arcsin\left[\frac{n_i}{n_o} \sin(\theta_i + \delta)\right] \quad (8)$$

故由面型误差  $\delta$  所引起的出射角度改变量  $\Delta\theta_o$  可以表示为

$$\Delta\theta_o = \theta'_o - \theta_o - \delta = \arcsin\left[\frac{n_i}{n_o} \sin(\theta_i + \delta)\right] - \arcsin\left[\frac{n_i}{n_o} \sin(\theta_i)\right] - \delta \quad (9)$$

(9)式建立了入射角度  $\theta_i$ 、面型误差  $\delta$  以及出射光线角度误差  $\Delta\theta_o$  三者的对应关系。再结合图 3(b)可以看出,自由曲面不同点上的光线入射角度  $\theta_i$  也不相同。较为靠近光轴的、 $\varphi$  值较小的光线,其入射角度较小;而离光轴较远的、 $\varphi$  值较大的光线,其入射角度也较大。为了分析出相同面型误差  $\delta$  对不同入射角度  $\theta_i$  的光线产生的影响,进一步假设自由曲面各点的面型误差  $\delta$  为一定值(随机取  $\delta = \pm 0.2^\circ$ ),绘制如图 4 的曲线关系图。(9)式中  $n_i = 1.49$  [聚甲基丙烯酸甲酯(PMMA)]、 $n_o = 1$  (空气),故入射角取值范围  $\theta_i \in [0^\circ, 42.2^\circ]$ 。

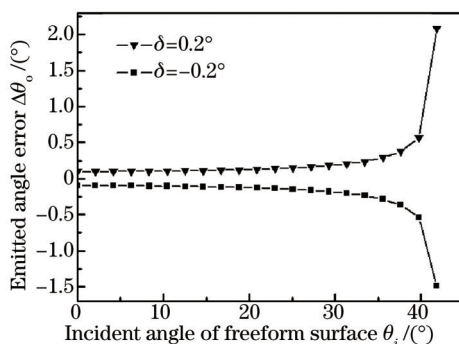


图4 出射角度误差随入射角的变化规律

Fig.4 Change rule of emitted angle error along with incident angle

通过曲线的变化规律可以看出,在面型误差  $\delta$  恒定的情况下,随着入射角度  $\theta_i$  的增大,出射光线误差  $\Delta\theta_o$  的绝对值也逐渐增大。即靠近光轴  $\varphi$  值较小的光线对面型误差的反应并不敏感;而离光轴较远  $\varphi$  值较大的光线,即使很小的面型误差  $\delta$ ,也会对它的出射方向产生巨大的影响。从而定性的解释了设计匀光透镜过程中,由照明面中心向外,出射光线误差逐渐增大,照度均匀性逐渐恶化的原因。

### 2.3 面型误差的定量计算和补偿优化

在对自由曲面面型误差作了定性分析之后,建立了入射角度  $\theta_i$ 、面型误差  $\delta$ 、出射角度误差  $\Delta\theta_o$  三者的对应关系。分析误差模型的最终目的,是为了能够量化自由曲面各点的面型误差值,实现对面型误差的校正。具体过程如下,如图 3(b)所示,一条由光源发出的角度为  $\varphi$  的光线传播经过透镜,光线入射至自由曲面上一点  $P$ ,入射角度为  $\theta_i$ ,由于自由曲面面型误差  $\delta$  的存在,导致光线出射角度产生的误差为  $\Delta\theta_o$ 。结合(9)式,通过中间变量  $\theta_i$ ,就能建立起  $\varphi$  和  $\delta$  的对应关系。只需通过得仿真到点  $P$  的出射角度误差  $\Delta\theta_o$ ,便可以转化为该点面型误差  $\delta$ ,实现对该点面型误差的量化。

要对整个自由曲面的面型误差进行优化,必然要知道所有点  $P_n$  的面型误差  $\delta$  的数值,但是自由曲面往往由成千上万的控制点构成,逐一对各个点的  $\delta$  进行计算是没有必要的。因为面型误差是按一定规律分布的<sup>[3]</sup>,在计算的时候,可以通过取一组离散的光线数据,计算该组光线数据对应的面型误差  $\delta$ 。再对离散数据进行插值,从而实现对整个自由曲面面型误差的量化。在二次优化设计时,根据面型误差  $\delta$  对自由曲面上各个点的切向量  $T$  进行补偿调节,便能消除建模时产生的面型误差,得到更加精确自由曲面,实现对光线的精确控制,提升照度均匀性。

### 3 设计实例及仿真

针对工作距离 1000 mm,照明直径 200 mm(发散角约为 5.7°),可见光波段的景观照明匀光透镜,采用 2.1 节所述方法进行设计,设计时步长选取  $t=0.01\text{ mm}$ ,透镜材料 PMMA( $n=1.49$ ),透镜通光口径 40 mm。对目标面均匀性的定义为照明面上最小照度值与平均照度值之比。

在 Lighttools 软件中采用朗伯分布的点光源对透镜初始模型进行仿真,得到的出射角度误差  $\Delta\theta_0$  关于入射光线  $\varphi$  的分布规律如图 5(a),照度分布如图 5(b)。可以看出,初始透镜的照明直径未达到设计要求的 200 mm;此外,随着发光角度  $\varphi$  的增加,出射角度误差  $\Delta\theta_0$  逐渐增大,照度均匀性也迅速恶化,仅有 68.0%,严重影响照明效果,须对其面型误差进行优化。

采用 1.2、1.3 节中介绍的误差分析和优化方法,取一组离散的光线数据  $\varphi=0^\circ, 6^\circ, 12^\circ, \dots, 60^\circ$ 。通过计算和模拟仿真分别得到对应的  $\theta_i$ 、 $\Delta\theta_0$ ,再结合(9)式,计算得到各光线对应的面型误差  $\delta$ ,如表 1 所示。在对离散的数据  $\delta$  进行插值之后,得到完整的面型误差分布曲线,如图 6 所示。结合上误差补偿的思想,在二次设计过程中,对曲面上各点的切向量进行修正,并得到优化后的透镜模型。同样采用朗伯分布的点光源对优化后模型进行仿真,由图 5(a)可以看出,优化后模型的出射角度误差几乎为零,图 5(b)中初始模型边缘照度升高的情况也得到了改善,照明直径达到设计要求的 200 mm。目标面照度均匀性由优化前的 68.0%提高到了 98.5%。通过优化设计,成功消除了自由曲面面型误差,实现了对光源发出光线的精确控制,取得了良好的匀光照明效果。模拟的二维照度分布如图 7 所示。

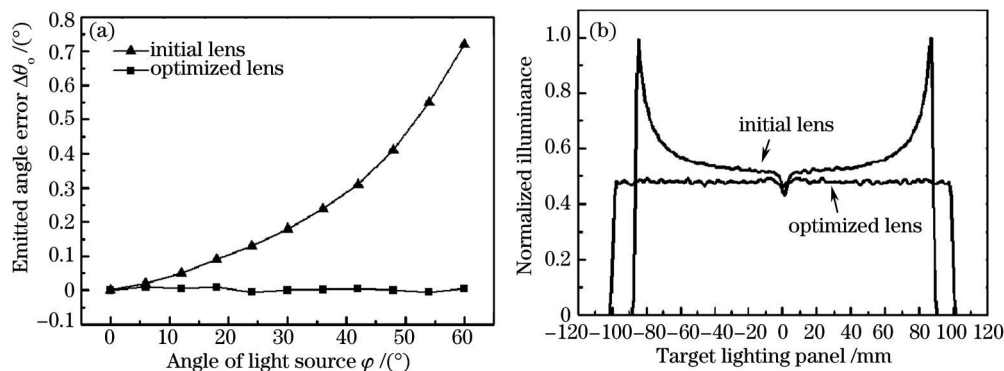


图 5 点光源模拟。(a) 出射角度误差分布;(b) 目标面照度分布

Fig.5 Point light source simulation. (a) Distribution of emitted angle error; (b) irradiance distribution on target panel

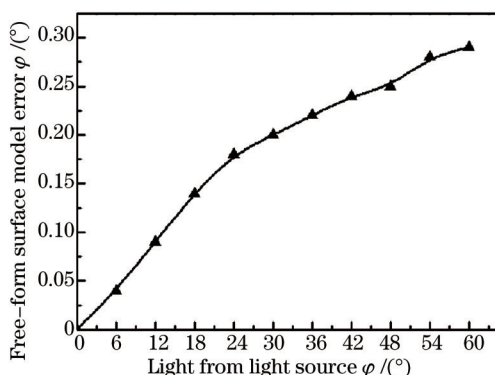


图 6 切向量误差分布曲线

Fig.6 Distribution curve of tangent vector error

表 1 离散化的光线数据

Table 1 Discrete ray data

Parameter	Value / (°)										
$\varphi$	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
$\theta_i$	0.00	7.05	13.67	19.54	24.56	28.67	31.97	34.55	36.52	38.01	39.11
$\Delta\theta_0$	0.00	0.02	0.05	0.09	0.13	0.18	0.24	0.31	0.41	0.55	0.72
$\delta$	0.00	0.04	0.09	0.14	0.18	0.20	0.22	0.24	0.25	0.28	0.29



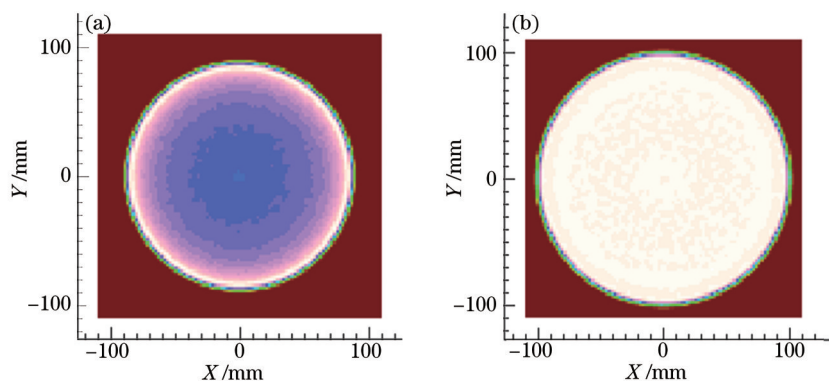


图7 点光源模拟的照度图。(a) 优化前; (b) 优化后

Fig.7 Illumination distribution of point light source simulation. (a) Before optimization; (b) after optimization

考虑到透镜对LED扩展光源的适用性,采用Cree公司XP-E型号LED芯片对优化后透镜模型进行仿真,芯片尺寸 $1\text{mm} \times 1\text{mm}$ ,光通量 $100\text{lm}$ ,追迹300万条光线数据,仿真光路如图8所示,照度分布如图9所示。可以看出,虽然有部分光线到达了目标面外的区域,导致边缘部分照度均匀性有所下降。但在直径 $200\text{mm}$ (发散角约 $5.7^\circ$ )的目标照明区域内,照度均匀性达到 $80.8\%$ ;在直径 $160\text{mm}$ (发散角约 $4.6^\circ$ )的照明区域内,均匀性达到 $91.92\%$ ,取得了良好的匀光照明效果。满足景观照明透镜对照明光斑大小以及照度均匀性的的设计要求,具有良好的实用性。

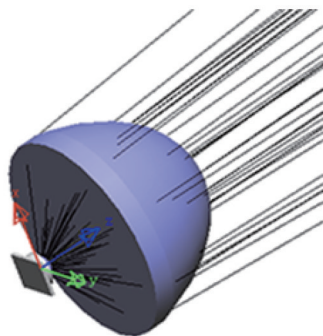


图8 照明光路

Fig.8 Optical path of illumination

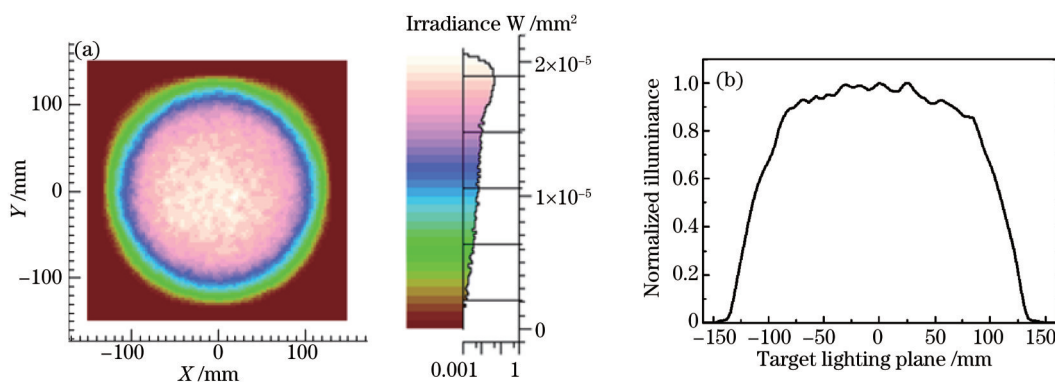


图9 LED光源模拟得到目标面照度分布

Fig.9 Irradiance distribution on target lighting panel of LED source simulation

#### 4 结 论

提出了一种实现单颗LED均匀照明射灯透镜的补偿设计方法。根据LED的发光特性及能量守恒定律建立常微分方程,通过简单的近似原理求解得到自由曲面二维轮廓线。考虑到近似求解所引入的误差,建立了误差模型,对自由曲面的面型误差进行了讨论,实现了误差的定性分析以及定量计算。模拟结果表明,

该方法针对性强、直观便捷,仅通过一次优化便成功消除了近似求解而引入的面型误差,相比传统的计算方法,均匀性有了质的改善。运用于LED扩展光源照明情况下,在景观透镜设计要求的直径200 mm(发散角约 $5.7^\circ$ )目标区域内,具有较高的均匀性,满足景观照明对照度以及均匀性的运用需求,具有良好的实用性。此外,针对非轴对称透镜,采用该设计方法对非轴对称透镜不同经线方向的曲线分别优化,同样可以校正透镜的面型误差,提高照明面的照度均匀性等光学性能。

## 参 考 文 献

- 1 Xin Di, Liu Hua, Lu Zhenwu, *et al.*. Optical design of the LED illumination system with adjustable view angle [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(5): 0522003.  
辛 迪, 刘 华, 卢振武, 等. 可变视场角LED照明光学系统设计[J]. *光学学报*, 2013, 33(5): 0522003.
- 2 Li Lin, Wang Guangzhen, Wang Lili, *et al.*. Lens design for uniform illumination with LED[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(2): 0222002.  
李 林, 王光珍, 王丽莉, 等. 实现均匀照明的LED系统设计方法[J]. *光学学报*, 2012, 32(2): 0222002.
- 3 Lai Liping, Zhuang Qiren, Liang Dejuan, *et al.*. Investigation of uniform illumination of the near-field on the lateral panels using LED projectors[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(3): 0322002.  
赖丽萍, 庄其仁, 梁德娟, 等. 基于近场侧面均匀照明的LED投射器研究[J]. *光学学报*, 2014, 34(3): 0322002.
- 4 Liu Zhengquan, Sun Yaojie, Lin Yandan, *et al.*. Freeform reflector design for rectangular illuminance distribution based on differential geometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(10): 1022006.  
刘正权, 孙耀杰, 林燕丹, 等. 基于微分几何的矩形照度分布自由曲面反射器设计[J]. *光学学报*, 2012, 32(10): 1022006.
- 5 Chen Jinjia, Wang Teyuan, Huang Kuanglung, *et al.*. Free-form lens design for LED collimating illumination[J]. *Opt Express*, 2012, 20(10): 10984-10995.
- 6 Mao Xianglong, Li Hongtao, Luo Yi, *et al.*. Two-step design method for highly compact three-dimensional free-form optical system for LED surface light source[J]. *Opt Express*, 2014, 22(s6): A1491-A1506.
- 7 Sun Xiuhui, Du Jinglei, Yin Shaoyun, *et al.*. Free-form lens design method based on the modulation of the aspheric inner surface for uniform illumination[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(1): 163-166.  
孙秀辉, 杜惊雷, 尹韶云, 等. 非球面内表面调制的自由曲面配光透镜设计方法[J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(1): 163-166.
- 8 Xin Di. Optical Design of Freeform Surface in LED Illumination Systems[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2014: 39-78.  
辛 迪. 基于LED的自由曲面照明光学系统设计[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2014: 39-78.
- 9 Chen Jinjia, Lin Chintang. Free-form surface design for a light-emitting diode - based collimating lens[J]. *Optical Engineering*, 2010, 49(9): 093001.
- 10 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008: 1-16.
- 11 周建兴, 岂兴明. Matlab从入门到精通[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2012: 28-149.

栏目编辑: 韩 峰