

微角锥阵列衍射成像数值分析

王晓龙 王 辉 吴 琼 施逸乐

浙江师范大学信息光学研究所, 浙江 金华 321004

摘要 对微角锥阵列定向反射器的特性进行了理论研究和实验模拟。详细分析了光线经过角锥反射后经历的光程。研究了三角形微角锥阵列和六边形微角锥阵列这两种结构的衍射特性, 讨论了角锥深度对角锥阵列回射成像质量的影响, 给出了不同参数下的模拟结果。所得结果为微角锥阵列的设计以及在三维显示中的应用提供了理论基础。

关键词 衍射; 微角锥阵列; 相位共轭; 回射成像

中图分类号 0436 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.1005001

Numerical Analysis to Diffraction Imaging of Corner Cube Array

Wang Xiaolong Wang Hui Wu Qiong Shi Yile

Institute of Information Optics, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang 321004, China

Abstract Theoretical research and experimental simulation are carried out on the properties of corner cube array retroreflector. The optical path of the ray incident on a single pyramid is analyzed in detail. Meanwhile, the diffraction characteristics of two kinds of structures (triangular corner cube array and pentagonal corner cube array) are studied. The effect of pyramidal depth on the imaging quality of corner cube array is discussed, and the simulation results are given under the different parameters. The results provide theoretical foundation for the design of corner cube and its applying in the three-dimensional display.

Key words diffraction; corner cube array; phase conjugation; retroreflective imaging

OCIS codes 050.1960; 100.2000; 230.3990

1 引 言

微角锥阵列(CCA)由大量角锥单元组成, 每一个角锥单元都包含了三个相互垂直的反射面^[1]。由于其特殊的定向反射特性, 微角锥阵列在测距、交通标志等方面已经得到了有效的应用^[2-3]。研究表明, 角锥阵列除了回反射性能外, 在满足一定条件时还可以作为相位共轭元件使用。早在1971年, Barrett等^[4]就讨论了CCA成像性质并分析了它作为相位共轭器的可行性, 1985年Palmer^[5]提出利用CCA的相位共轭性质校正大口径成像系统的像差。在共轭成像方面, 角锥阵列与微透镜阵列有些类似, 但微透镜阵列主要用于集成照相, 获取三维信息^[6], 如果直接进行三维成像, 则必须在成像聚焦面上放置反射镜。显然角锥阵列相比微透镜阵列更加易于制作加工, 且成本相对更低。目前作为相位共轭器的角锥阵列的应用已经扩展到通讯、激光谐振腔、波前校正、干涉计量以及头盔成像等更为广阔的各个方面^[7-11]。

微角锥阵列是由角锥组成的周期性结构, 这种周期性微结构所产生的衍射现象直接影响到其共轭光和成像性能。学者已经关注这一问题并进行了研究^[12-14], 从已报道的研究来看, 一般只对阵列单元的衍射特性进行了讨论, 尚未对整个阵列屏的成像性能进行分析。本文首先根据三个垂直平面的反射特性计算了光线在角锥

收稿日期: 2015-04-20; 收到修改稿日期: 2015-06-01

基金项目: 国家自然科学基金(11374267)

作者简介: 王晓龙(1990—), 男, 硕士研究生, 主要从事微光学器件的制作及三维显示方面的研究。

E-mail: 494348574@qq.com

导师简介: 王 辉(1958—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事全息技术、三维显示、微光学元件设计等方面的研究。

E-mail: wh@zjnu.cn(通信联系人)

中的光程,然后推导出回射光波的非涅耳衍射公式,并通过建立具有不同角锥深度的两种微角锥阵列模型,分析了角锥深度这一因素对其衍射成像的影响。此工作对制作高质量的微角锥阵列具有现实指导意义。

2 角锥单元的回射特性

单个角锥回射元件如图1所示,图1(a)是以角锥顶点为坐标原点,三条棱线为坐标轴建立的直角坐标系 $O-X_0Y_0Z_0$,则三个镜面所在平面方程为

$$x_0 = 0, \quad y_0 = 0, \quad z_0 = 0. \quad (1)$$

设角锥的棱长为 a ,与图1(a)对应的角锥截面 ABC 所在平面方程为

$$x_0 + y_0 + z_0 = a. \quad (2)$$

截面 ABC 是一个正三角形,边长为 $\sqrt{2}a$,高为 $\sqrt{6}a/2$,通过计算可以得到角锥顶点与截面 ABC 之间的垂直距离(角锥深度)为

$$d_{cca} = \frac{a}{\sqrt{3}}. \quad (3)$$

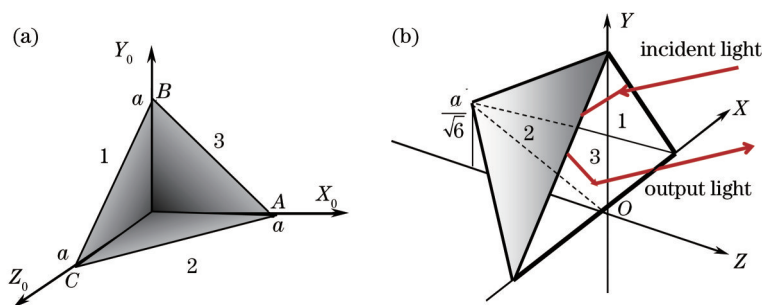


图1 不同坐标系下的角锥

Fig.1 Pyramid under different coordinate systems

一束光线入射到角锥面上时,将分别被三个镜面反射,设入射光线方向余弦分别为

$$l = \cos \alpha_0, \quad m = \cos \beta_0, \quad n = \cos \gamma_0, \quad (4)$$

α_0 、 β_0 、 γ_0 分别是光线方向与 X_0 、 Y_0 和 Z_0 轴的夹角。定义方向数 p, q, r 为

$$\frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2 + r^2}} = l, \quad \frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2 + r^2}} = m, \quad \frac{r}{\sqrt{p^2 + q^2 + r^2}} = n. \quad (5)$$

设入射光线经过角锥截面 ABC 上某一点 (x_i, y_i, z_i) ,以图1(a)为例详细分析光线经角锥中各个镜面反射后经历的光程。入射光线所对应的直线方程可以表示为

$$\frac{x_0 - x_i}{p} = \frac{y_0 - y_i}{q} = \frac{z_0 - z_i}{r}, \quad (6)$$

因为 (x_i, y_i, z_i) 是截面 ABC 上的一个点,所以 $z_i = a - x_i - y_i$,可以证明由(6)式表示的直线光线与平面 $1(x_0=0)$ 的交点为

$$x_1 = 0, \quad y_1 = y_i - \frac{qx_i}{p}, \quad z_1 = z_i - \frac{rx_i}{p}, \quad (7)$$

由此得点 (x_i, y_i, z_i) 和 (x_1, y_1, z_1) 之间的距离为

$$L_1 = \sqrt{(x_i - x_1)^2 + (y_i - y_1)^2 + (z_i - z_1)^2} = \frac{x_i}{p} \sqrt{p^2 + q^2 + r^2} = \frac{x_i}{\cos \alpha_0}. \quad (8)$$

经面 $x_0=0$ 反射后,反射光线方程为

$$\frac{x_0 - x_1}{-p} = \frac{y_0 - y_1}{q} = \frac{z_0 - z_1}{r}, \quad (9)$$

同理,反射光线继续向第二平面($y_0=0$)传播,光线与平面 $y_0=0$ 的交点为

$$x_2 = x_1 + \frac{py_1}{q}, \quad y_2 = 0, \quad z_2 = z_1 - \frac{ry_1}{q}, \quad (10)$$

经计算得到点 (x_1, y_1, z_1) 和 (x_2, y_2, z_2) 之间的距离为

$$L_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = \frac{y_1}{\cos \beta_0} - \frac{x_1}{\cos \alpha_0}, \quad (11)$$

光线再经平面 $y_0=0$ 反射后,反射光线方程为

$$\frac{x_0 - x_2}{-p} = \frac{y_0 - y_2}{-q} = \frac{z_0 - z_2}{\gamma}, \quad (12)$$

光线与平面 $3(z_0=0)$ 的交点为

$$x_3 = x_2 + \frac{pz_2}{\gamma}, \quad y_3 = y_2 + \frac{qz_2}{\gamma}, \quad z_3 = 0, \quad (13)$$

同样可以证明 (x_2, y_2, z_2) 和 (x_3, y_3, z_3) 之间的距离为

$$L_3 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2} = \frac{z_2}{\cos \gamma_0} - \frac{y_2}{\cos \beta_0}, \quad (14)$$

光线再经平面 $z_0=0$ 反射后,反射光线方程为

$$\frac{x_0 - x_3}{-p} = \frac{y_0 - y_3}{-q} = \frac{z_0 - z_3}{-r}, \quad (15)$$

将直线方程(15)式与平面方程(2)式结合,可以求得出射光线与截面 ABC 的交点 (x_0, y_0, z_0) 为

$$x_0 = \frac{ap - y_3p + x_3r + x_3q}{p + r + q}, \quad y_0 = \frac{aq + y_3p - x_3q + y_3r}{p + r + q}, \quad z_0 = \frac{a - x_3 - y_3r}{p + r + q}, \quad (16)$$

由此可以求出交点 (x_3, y_3, z_3) 与 (x_0, y_0, z_0) 距离为

$$L_4 = \frac{2a\sqrt{p^2 + q^2 + r^2}}{p + q + r} - \frac{z_3}{\cos \gamma_0}, \quad (17)$$

最后可以得到光线从入射到出射所走过的总光程为

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 = \frac{2a}{\cos \alpha_0 + \cos \beta_0 + \cos \gamma_0}. \quad (18)$$

利用微角锥阵列屏进行回射成像的光路一般如图2所示,此时角锥的入射界面与屏的平面是平行的。如果屏的法线方向为 Z 轴方向,单元角锥各个面与坐标系的相对位置如图1(b)所示,此时各个面的方程可由图1(a)坐标变换获得。坐标变换矩阵可表示为^[12]

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha_0 \\ \cos \beta_0 \\ \cos \gamma_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \\ 0 & 2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{bmatrix}. \quad (19)$$

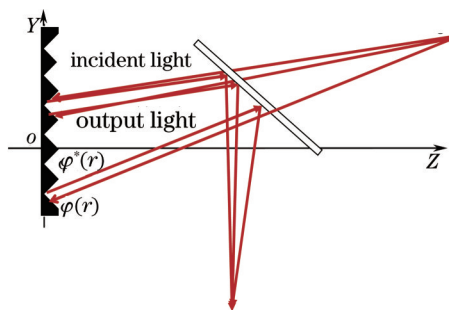


图2 角锥阵列回射成像光路

Fig.2 Retroreflective imaging optical path of cube corner array

经(19)式计算可得

$$\cos \alpha_0 + \cos \beta_0 + \cos \gamma_0 = \sqrt{3} \cos \gamma. \quad (20)$$

由此得到在新的坐标系下入射到角锥的光线经历的光程为

$$L = \frac{2a}{\cos \alpha_0 + \cos \beta_0 + \cos \gamma_0} = \frac{2a}{\sqrt{3} \cos \gamma}. \quad (21)$$

可以看出,光线所走过的光程只与角锥的棱长 a 和在新坐标系下入射光线与 Z 轴的夹角 γ 有关。

3 微角锥屏的衍射分析

设入射到角锥阵列屏上的光波复振幅分布为 $u_i(\mathbf{r}) = \exp[i\varphi_i(\mathbf{r})]$, 因其表面为周期性格子结构, 假设每一个格子都可用函数 $\Lambda(\mathbf{r})$ 表示, 则整个屏的格子函数为

$$p = \sum_n^N \Lambda(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n). \quad (22)$$

入射到整个屏上的光波复振幅为

$$\psi_i(\mathbf{r}) = u_i(\mathbf{r}) \sum_n^N \Lambda(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) = \exp[i\varphi_i(\mathbf{r})] \sum_n^N \Lambda(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n). \quad (23)$$

对 $\varphi_i(\mathbf{r})$ 在 \mathbf{r}_n 附近进行泰勒级数展开, 如果角锥单元很小, 则可近似为

$$\varphi_i(\mathbf{r}) = \varphi_i(\mathbf{r}_n) + (\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \cdot \nabla \varphi_i(\mathbf{r}_n), \quad (24)$$

对第 n 个角锥单元有

$$\psi_i(\mathbf{r})_n = \exp\{i[\varphi_i(\mathbf{r}_n) + (\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \cdot \nabla \varphi_i(\mathbf{r}_n)]\} \Lambda(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n). \quad (25)$$

光线入射到角锥镜屏以后, 经多次反射, 出射光线与入射光线方向相反, 同时与入射光线相比, 出射光线多走了光程 L , 由此产生相位延迟 $\delta = 2\pi L/\lambda$ 。因此, 出射光波的复振幅可以表达成

$$\psi_o(\mathbf{r})_n = \exp\{i[\varphi_i(\mathbf{r}_n) - (\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \cdot \nabla \varphi_i(\mathbf{r}_n)]\} \exp(i2\pi L/\lambda) \Lambda(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n). \quad (26)$$

将(26)式写成

$$\begin{aligned} \psi_o(\mathbf{r})_n &= \exp\{i[-\varphi_i(\mathbf{r}_n) - (\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \cdot \nabla \varphi_i(\mathbf{r}_n)]\} \exp[i2\varphi_i(\mathbf{r}_n)] \exp(i2\pi L/\lambda) \Lambda(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \\ &= u_i^*(\mathbf{r}) \exp\{i[2\varphi_i(\mathbf{r}_n) + 2\pi L/\lambda]\} \Lambda(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n). \end{aligned} \quad (27)$$

从整个角锥平面出射的光波为

$$\psi_o(\mathbf{r}) = u_i^*(\mathbf{r}) \sum_n^N \exp\{i[2\varphi_i(\mathbf{r}_n) + 2\pi L/\lambda]\} \Lambda(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n). \quad (28)$$

(28)式表明, 从角锥屏出射的光是被 $\sum_n^N \exp\{i[2\varphi_i(\mathbf{r}_n) + 2\pi L/\lambda]\} \Lambda(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n)$ 所调制的入射光的共轭^[8]。

接下来讨论当入射波为球面波时微角锥屏回射的成像情况。设球面波的源点坐标为 (x_0, y_0, z_0) , 入射到角锥屏上的复振幅菲涅耳近似为

$$u_i(\mathbf{r}) = u_i(x, y) = A \exp(ikz_0) \exp\left[ik \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0}\right], \quad (29)$$

式中 $k = 2\pi/\lambda$, λ 是光的波长。根据(28)式, 从角锥屏出射的光复振幅为

$$\psi_o(x, y) = A \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0}\right] \sum_m^M \sum_n^N \exp\left\{i \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{(md_x - x_0)^2 + (nd_y - y_0)^2}{z_0} + L\right]\right\} \Lambda(x - md_x, y - nd_y), \quad (30)$$

式中 d_x, d_y 分别是角锥格子阵列在 X 和 Y 方向的周期。出射的光波继续传播时将发生衍射, 在距离角锥屏 z_i 处的平面上, 衍射光波的非涅耳近似为

$$\begin{aligned} u(x_i, y_i) &= \iint \psi_o(x, y) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2}{2z_i}\right] dx dy = A \iint \sum_m^M \sum_n^N \exp\left\{i \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{(md_x - x_0)^2 + (nd_y - y_0)^2}{z_0} + L\right]\right\} \\ &\quad \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{2z_0}\right] \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2}{2z_i}\right] \Lambda(x - md_x, y - nd_y) dx dy \end{aligned} \quad (31)$$

设考察的平面是原点光源所在的平面, 即 $z_i = z_0$, 则(31)式可改写为

$$\begin{aligned} u(x_i, y_i) &= A \exp\left[ik \frac{x_i^2 + y_i^2}{2z_0}\right] \exp\left[-ik \frac{x_0^2 + y_0^2}{2z_0}\right] \iint \sum_m^M \sum_n^N \exp\left\{i \frac{2\pi}{\lambda} \left[\frac{(md_x - x_0)^2 + (nd_y - y_0)^2}{z_0} + L\right]\right\} \\ &\quad \Lambda(x - md_x, y - nd_y) \exp\left[-i2\pi \frac{x(x_i - x_0) + y(y_i - y_0)}{\lambda z_0}\right] dx dy \end{aligned} \quad (32)$$

此即球面波经角锥阵列回射后在成像平面的衍射光波分布。

4 微角锥阵列屏的回射成像数值分析

角锥格子分布函数 $\Lambda(x,y)$ 与角锥镜的结构和反射特性有关。文献[15]指出,单个角锥截面可以分成六个区域,如图3(b)或图3(d)所示。图3(a)所示的孔径是三角形的,称作三角形微角锥阵列(TCCA)^[1],图3(b)中实线是三个正交镜面的相交线,虚线是相交线的像。另外文献[9]指出,角锥镜的有效反射区域是图3(c)所示的正六边形区域,称作六边形微角锥阵列(PCCA),下面分别就TCCA和PCCA衍射成像进行数值分析。

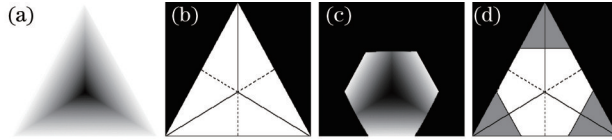


图3 TCCA和PCCA的结构及孔径分区

Fig.3 Structures of TCCA and PCCA as well as their aperture partitions

首先考虑点光源成像的情况,利用 Matlab 编程对(32)式进行计算,此时

$$L = \frac{2a}{\sqrt{3} \cos \gamma} = \frac{2a}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2}}{z_0} \approx 2d_{cca} \left[1 + \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{z_0^2} \right], \quad (33)$$

将(33)式代入(32)式可得

$$u(x_i, y_i) = A \exp \left[ik \frac{x_i^2 + y_i^2}{2z_0} \right] \exp \left[-ik \frac{x_0^2 + y_0^2}{2z_0} \right] \exp \left(i \frac{4\pi d_{cca}}{\lambda} \right) \sum_m \sum_n \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(md_x - x_0)^2 + (nd_y - y_0)^2}{z_0} \right] \iint \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} 2d_{cca} \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{z_0^2} \right] \Lambda(x - md_x, y - nd_y) \exp \left[-i2\pi \frac{x(x_i - x_0) + y(y_i - y_0)}{\lambda z_0} \right] dx dy \quad (34)$$

图4和图5是对不同深度 d_{cca} 的回射衍射像分布模拟结果。设入射的球面波的波长为 $0.55 \mu\text{m}$,源点坐标为 $x_0=0, y_0=0, z_0=300 \text{ mm}$, d_{cca} 分别为 $1000, 500, 100$ 和 $10 \mu\text{m}$ 。

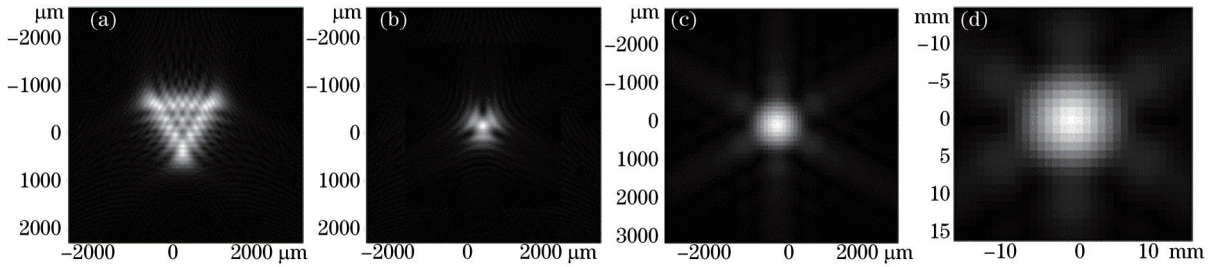


图4 单个TCCA单元衍射成像的光强分布。(a) $d_{cca}=1000 \mu\text{m}$; (b) $d_{cca}=500 \mu\text{m}$; (c) $d_{cca}=100 \mu\text{m}$; (d) $d_{cca}=10 \mu\text{m}$

Fig.4 Intensity distributions of diffraction imaging on a single unit of TCCA. (a) $d_{cca}=1000 \mu\text{m}$; (b) $d_{cca}=500 \mu\text{m}$; (c) $d_{cca}=100 \mu\text{m}$;

(d) $d_{cca}=10 \mu\text{m}$

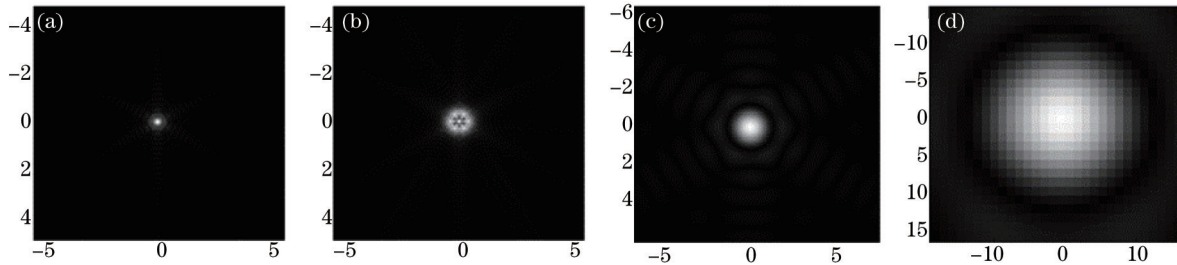


图5 单个PCCA单元衍射成像的光强分布(坐标单位为mm)。(a) $d_{cca}=1000 \mu\text{m}$; (b) $d_{cca}=500 \mu\text{m}$; (c) $d_{cca}=100 \mu\text{m}$; (d) $d_{cca}=10 \mu\text{m}$

Fig.5 Intensity distributions of diffraction imaging on a single unit of PCCA (coordinate unit in mm). (a) $d_{cca}=1000 \mu\text{m}$;

(b) $d_{cca}=500 \mu\text{m}$; (c) $d_{cca}=100 \mu\text{m}$; (d) $d_{cca}=10 \mu\text{m}$

从图4(a)和图5(a)可以看出,当角锥深度比较大时,回射光波在 $z_i = z_0$ 平面上衍射的光斑是与格子形状有关的对称花斑。随着深度的减小[如图4、5中的(b)、(c)所示],衍射光斑的中心逐渐形成圆形光斑,可以认为中心光斑就是像点。当深度进一步减小时,衍射光斑的直径会成比例增大,如图4(d)和5(d)所示,这是因为伴随

着深度的减小,衍射格子的有效反射孔径也随之减小。

在单个阵列单元的分析基础上,对 TCCA 和 PCCA 两种阵列结构的衍射成像特性做进一步研究。图 6 给出了 TCCA 和 PCCA 对应的密排的阵列图和格子分布图。

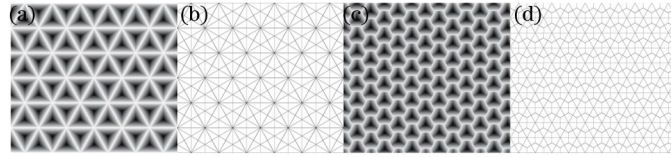


图 6 (a) (b) TCCA 屏结构及其格子; (c) (d) PCCA 屏结构及其格子

Fig.6 (a) (b) Structure and grid of TCCA screen; (c) (d) structure and grid of PCCA screen

同样,对这两个阵列屏的衍射成像光强分布进行模拟。所用的阵列包含 12×12 个角锥单元,所用波长仍为 $0.55 \mu\text{m}$,源点坐标为 $x_0=0, y_0=0, z_0=300 \text{ mm}$ 。由此得到的入射球面波在 $z_i = z_0$ 平面上的衍射分布如图 7 和图 8 所示。

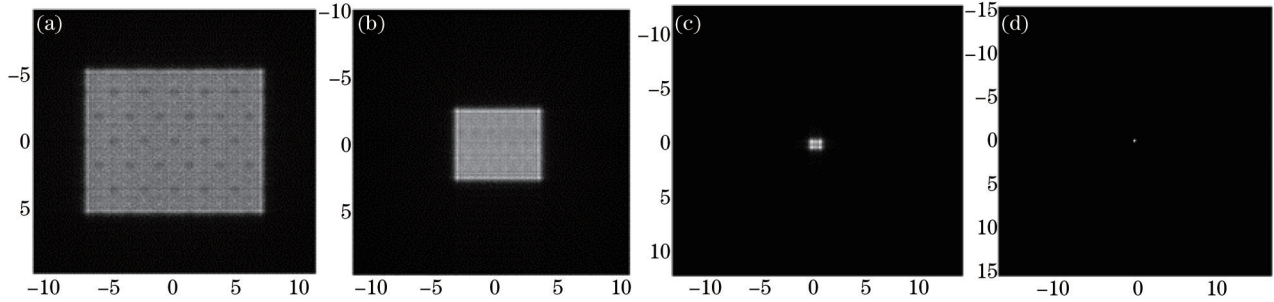


图 7 TCCA 屏衍射成像的光强分布(坐标单位为 mm)。 (a) $d_{cca} = 1000 \mu\text{m}$; (b) $d_{cca} = 500 \mu\text{m}$; (c) $d_{cca} = 100 \mu\text{m}$; (d) $d_{cca} = 10 \mu\text{m}$

Fig.7 Intensity distributions of diffraction imaging on the TCCA screen (coordinate unit in mm). (a) $d_{cca} = 1000 \mu\text{m}$; (b) $d_{cca} = 500 \mu\text{m}$; (c) $d_{cca} = 100 \mu\text{m}$; (d) $d_{cca} = 10 \mu\text{m}$

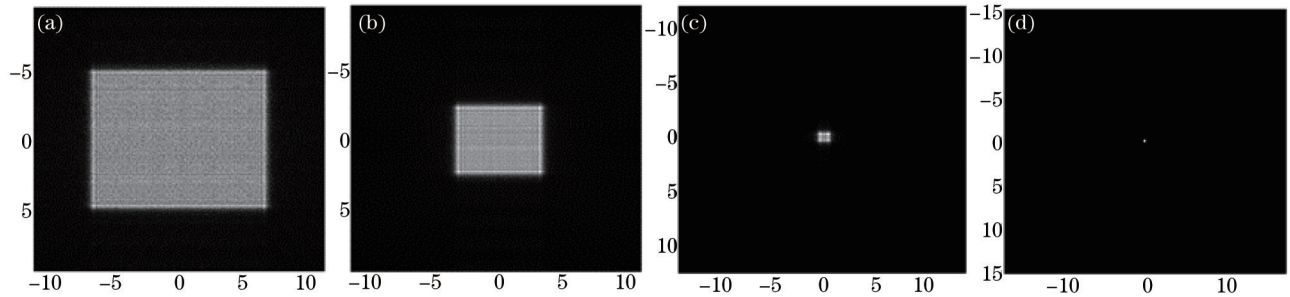


图 8 PCCA 屏衍射成像的光强分布(坐标单位为 mm)。 (a) $d_{cca} = 1000 \mu\text{m}$; (b) $d_{cca} = 500 \mu\text{m}$; (c) $d_{cca} = 100 \mu\text{m}$; (d) $d_{cca} = 10 \mu\text{m}$

Fig.8 Intensity distributions of diffraction imaging on the PCCA screen (coordinate unit in mm). (a) $d_{cca} = 1000 \mu\text{m}$; (b) $d_{cca} = 500 \mu\text{m}$; (c) $d_{cca} = 100 \mu\text{m}$; (d) $d_{cca} = 10 \mu\text{m}$

从图 7 和图 8 可以看出,当角锥深度比较大时,如图 7(a)、(b)和图 8(a)、(b),回射光波在 $z_i = z_0$ 平面上的衍射光斑近似为矩形,且光斑的尺寸比较大,并不能成像。随着角锥深度的减小,光斑尺寸会明显变小,如图 7(c)和图 8(c)所示。当深度进一步减小,并且角锥屏足够大时,衍射光斑近似为一像点,如图 7(d)和图 8(d),获得比较好的成像效果。

在(34)式中,若

$$2d_{cca} \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{z_0^2} \ll \lambda, \quad (35)$$

则(34)式可以写成

$$u(x_i, y_i) = A \exp\left[ik \frac{x_i^2 + y_i^2}{2z_0}\right] \exp\left[-ik \frac{x_0^2 + y_0^2}{2z_0}\right] \iint P(x - md_x, y - nd_y) \exp\left[-i2\pi \frac{x(x_i - x_0) + y(y_i - y_0)}{\lambda z_0}\right] dx dy, \quad (36)$$

式中 $P(x, y) = \sum_m \sum_n \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(md_x - x_0)^2 + (nd_y - y_0)^2}{z_0}\right] A(x - md_x, y - nd_y)$, 可以看成角锥屏的孔径函数,孔径屏的尺

寸为 $Md_x \times Nd_y$ 。(36)式表示的是角锥的夫朗禾费衍射,衍射光斑中心的最大宽度为 $D_x = \frac{\lambda}{d_x N}$ 或 $D_y = \frac{\lambda}{d_x M}$, 设格子的周期与角锥的边长一致,即 $d \sim a$,由(3)式进一步得到 $d \sim d_{cca}$,由此可以估计像点的大小为

$$D \sim \frac{\lambda}{d_{cca} M} \quad (37)$$

估计一下满足(35)式时角锥深度的大小,仅考虑 X 方向,并设 $x_0=0$,角锥屏在 X 方向的宽度为 W_{cca} ,则

$$d_{cca} \ll \lambda \frac{2z_0^2}{W_{cca}^2}, \quad (38)$$

设 $W_{cca} = 30 \text{ mm}$, $z_0 = 300 \text{ mm}$,则要求 $d_{cca} \ll 110 \mu\text{m}$ 。

为了验证上述推导结果,选取一幅标准灰度图像对角锥屏的回射成像特性进行模拟。输入图像如图9(a)所示,不同角锥深度的角锥屏成像结果如图9(b)、(c)和(d)所示。



图9 不同角锥深度下角锥屏的成像模拟。(a) 原图;(b) $d_{cca} = 10 \mu\text{m}$;(c) $d_{cca} = 100 \mu\text{m}$;(d) $d_{cca} = 150 \mu\text{m}$

Fig.9 Imaging simulations of corner cube array screens under different depths of pyramid. (a) Original picture; (b) $d_{cca} = 10 \mu\text{m}$;

(c) $d_{cca} = 100 \mu\text{m}$; (d) $d_{cca} = 150 \mu\text{m}$

由图9可以看出,随着角锥深度的不断增加,角锥屏的成像质量明显下降,验证了 $d_{cca} \ll 110 \mu\text{m}$ 这一成像要求。

以图10所示的空间四棱锥物点分布为例,对其经过微角锥阵列回射后的空间成像进行模拟。四棱锥底面边长为 20 mm ,高为 20 mm ,顶点在 Z 轴上。

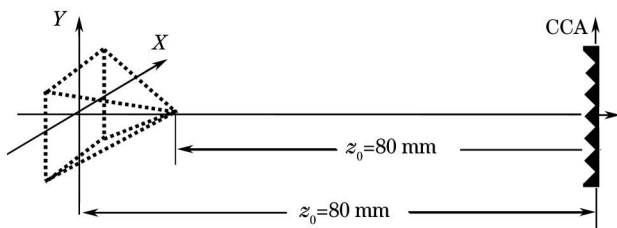


图10 空间四棱锥示意图

Fig.10 Schematic diagram of spatial rectangular pyramid

图11给出了当TCCA的 d_{cca} 为 $100 \mu\text{m}$ 时,不同接收面上成像的分布。可以看出当像点处于接收面上时,得到较小的清晰像点,随着像点位置远离接收面,接收面上的像逐渐变得模糊,由此证明了微角锥阵列的三维成像能力。

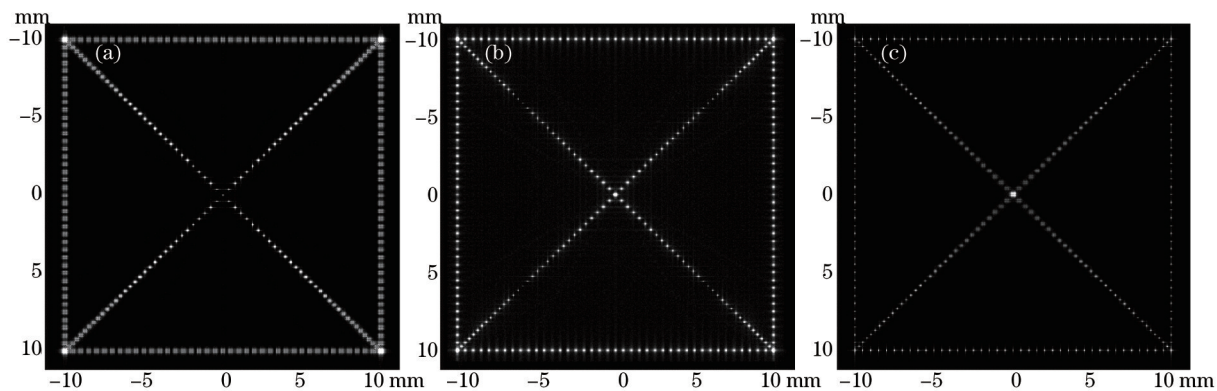


图11 不同接收面上的像。(a) $z_i = 80 \text{ mm}$;(b) $z_i = 90 \text{ mm}$;(c) $z_i = 100 \text{ mm}$

Fig.11 Images on different receiving surfaces. (a) $z_i = 80 \text{ mm}$; (b) $z_i = 90 \text{ mm}$; (c) $z_i = 100 \text{ mm}$

5 结 论

通过以上分析和模拟可以看出,具有定向反射成像特性的微角锥阵列的成像质量会受到其衍射效应的影响。为了获得良好的成像效果,必须考虑角锥单元的角锥深度这一影响因子。一般而言,随着角锥深度的不断增加,角锥屏的成像质量会显著下降,理论值 $d_{cca} \ll 110 \mu\text{m}$ 为角锥屏的成像要求。为了得到更加清晰的像,通常 d_{cca} 要取 $10 \mu\text{m}$ 左右。本工作为微角锥的设计提供了理论依据,同时有助于微角锥阵列在三维成像中的应用。

参 考 文 献

- 1 Yimin Lou, Hui Wang, Qingkun Liu, *et al.*. Analysis and fabrication of corner cube array based on laser direct writing technology[J]. *Appl Opt*, 2010, 49(29): 5567-5574.
- 2 Hu Jinzhong, Yu Xiaofen, Ren Xing, *et al.*. Optimal layout of three-dimensional coordinate measurement system based on laser multi-lateration[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(7): 0708001.
胡进忠,余晓芬,任 兴,等. 基于激光多边法的坐标测量系统最佳布局[J]. *中国激光*, 2014, 41(7): 0708001.
- 3 Wang Hong, Lan Qingdong, Cheng Jianmin, *et al.*. Switchable retroreflecting films[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(11): 110006.
王 宏,蓝庆东,程建敏,等. 可开/关的微棱镜反光膜[J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(11): 110006.
- 4 H H Barrett, S F Jacobs. Retroreflective arrays as approximate phase conjugators[J]. *Opt Lett*, 1979, 41(6): 190-192.
- 5 D A Palmer. Retroreflective materials and optical imaging[J]. *Appl Opt*, 1985, 24(10): 1413-1414.
- 6 Wu Chunhong, Wang Qianqian, Wang Hongxia, *et al.*. Research on spatial resolution of integral imaging[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(12): 1211004.
伍春洪,王倩倩,王红霞,等. 集成图像空间分辨率研究[J]. *光学学报*, 2013, 33(12): 1211004.
- 7 K S J Pister, D S Gunawan, L Lin. Micromachined corner cube reflectors as a communication link[J]. *Sens A Phys*, 1995, 47(1): 580-583.
- 8 R A Chipman, J Shamir, H J Caulfield, *et al.*. Wavefront correcting properties of corner-cube arrays[J]. *Appl Opt*, 1988, 27(15): 3203-3209.
- 9 R Zhang, H Hua. Imaging quality of a retroreflective screen in head-mounted projection displays[J]. *J Opt Soc Am*, 2009, 26(5): 1240-1249.
- 10 D B Ott, I B Divliansky, M A SeGall, *et al.*. Stabilization system for holographic recording of volume Bragg gratings using a corner cube retroreflector[J]. *Appl Opt*, 2014, 53(6): 1039-1046.
- 11 Y Cheng, X Liu, Y Liu, *et al.*. Coherent characteristics of solid-state lasers with corner cubes[J]. *Appl Opt*, 2014, 53(15): 3267-3272.
- 12 Li Song, Tang Bei, Zhou Hui. Calculation on diffraction aperture of cube corner retroreflector[J]. *Chin Opt Lett*, 2008, 6(11): 833-836.
- 13 Yuan Jinghe, Chen Bo, Zeng Hongjun, *et al.*. Retro-reflective properties of a micro-square-prism[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, 20(7): 973-978.
袁景和,陈 波,曾红军,等. 微正方形角锥棱镜定向反射特性[J]. *光学学报*, 2000, 20(7): 973-978.
- 14 E Moon, S Park, H Chung, *et al.*. Truncated corner cubes with near-perfect retroreflection efficiency [J]. *Appl Opt*, 2014, 53(33): 7972-7978.
- 15 R F Chang, D G Currie, C O Alley, *et al.*. Far-field diffraction pattern for corner reflectors with complex reflection coefficients[J]. *J Opt Soc Am*, 1971, 61(4): 431-438.

栏目编辑: 刘丰瑞