

# 椭圆孔径与轴棱锥系统产生带状近似无衍射光束

谢晓霞 李冬 吴逢铁

华侨大学信息科学与工程学院福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021

**摘要** 基于菲涅耳衍射理论,硬边孔径的复高斯函数展开法及稳相法研究了椭圆孔径与轴棱锥系统的光束传输特性,推导出了高斯平面波经轴棱锥衍射后产生的无衍射光场的表达式,数值模拟了不同传播距离处的截面光强分布,并设计了实验进行验证。用电荷耦合器件(CCD)拍摄得到不同传播距离处的光强分布。实验和模拟结果均表明平面波经椭圆孔径和轴棱锥系统后可获得具有马丢光束特征的带状无衍射光束。研究结果对无衍射光束在光学无损检测、条码扫描等应用上具有重要的指导作用。

**关键词** 物理光学;椭圆孔径;轴棱锥;无衍射光束;衍射理论;光强分布

中图分类号 O435.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201535.0126001

## Ribbon Qausi-Non-Diffracting Beam Obtained with Elliptical Aperture and Axicon System

Xie Xiaoxia Li Dong Wu Fengtie

*Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen, Fujian 361021, China*

**Abstract** The beam transmission characteristics of elliptical aperture and axicon system are studied based on the Fresnel diffraction theory, complex Gaussian function expansion and stationary phase method of hard-edged aperture. The formula of non-diffracting optical fields after Gauss plane wave propagating through the axicon is deduced, the transverse intensity distributions of the beam in different propagation distances are numerical simulated and the experimental verification is also carried out. The intensity distributions in different propagation distances are captured by a charge coupled device (CCD) camera. The experimental results and numerical simulation all suggest that plane wave passing through a optical system with an elliptical aperture and axicon can obtain the qausi-non-diffracting beam which has similar characteristics to Mathieu beam. This result has guiding function in the application of optical nondestructive testing and barcode scanning.

**Key words** physical optics; elliptical aperture; axicon; non-diffracting beam; diffraction theory; intensity distribution

**OCIS codes** 260.1960; 080.1510; 140.3460

## 1 引言

无衍射光束<sup>[1]</sup>是一种在自由空间传播过程中横向光场分布不随传播距离发生变化且光场能量集中的光束。因其具有在传播过程中强度及光斑尺寸保持不变的特性,被广泛用于激光打孔、光学俘获和操作<sup>[2-3]</sup>、激光成像<sup>[4-5]</sup>、干涉测量、空间光通信等领域。在很长一段时间内国内外学者主要研究的是贝塞尔光束<sup>[6-8]</sup>以及无衍射贝塞尔-

收稿日期: 2014-07-24; 收到修改稿日期: 2014-08-19

基金项目: 国家自然科学基金(61178015)、福建省科技创新平台计划项目(2012H2002)、泉州市科技重点项目(2014Z127)

作者简介: 谢晓霞(1991—),女,硕士研究生,主要从事激光传输与变换的理论和技術等方面的研究。

E-mail: 964335077@qq.com

导师简介: 吴逢铁(1958—),男,博士,教授,主要从事光束传输与变换、短脉冲技术及非线性光学等方面的研究。

E-mail: fengtie@hqu.edu.cn(通信联系人)

高斯光束<sup>[9-10]</sup>,然而无衍射贝塞尔光束是自由空间波动方程在圆柱坐标下的一组特殊解,它只是无衍射光束家族中的一部分,2000年,Gutierrez-Vega等<sup>[11]</sup>指出在椭圆坐标、抛物线坐标、笛卡尔坐标波动方程中存在其他三种无衍射光束解,它们分别是马丢光束、抛物光束和余弦光束,并在实验<sup>[12]</sup>中得到了这些光束。无衍射光束可以看成是波矢在一个锥面上的所有平面波的叠加,因此实验中产生无衍射光束比较简单的方法就是用平面波直接入射轴棱锥得到无衍射光束<sup>[13]</sup>,当入射到轴棱锥上的平面为振幅均匀分布的平面波时,就产生无衍射贝塞尔光束,当入射到轴棱锥上的平面为振幅非均匀分布的平面波时,可得到不同类型的无衍射光束,例如拉盖尔高斯光束入射轴棱锥产生高阶贝塞尔-高斯光束<sup>[14]</sup>,椭圆高斯振幅调制的平面波入射轴棱锥得到无衍射马丢光束<sup>[15]</sup>等。Anguiano-Morales等<sup>[16]</sup>利用不同幅度掩膜的轴棱锥产生多种无衍射光束。在此基础上,本文基于菲涅耳衍射理论,利用硬边孔径的复高斯函数展开法对椭圆孔径光阑进行展开,从理论和实验上研究了椭圆孔径与轴棱锥系统的光束传输特性,理论和实验结果均表明平面波经椭圆孔径和轴棱锥系统后可以产生具有马丢光束特征的带状无衍射光束。相对于柱对称的无衍射贝塞尔光束,这种带状无衍射光束可以在光学无损检测、条码扫描方面提高检测效率,对无衍射光束的应用具有现实的指导意义。

## 2 理论分析与模拟

入射到椭圆孔径上的圆高斯振幅调制的平面波可表示为

$$E_1(\rho) = A_0 \exp\left[\frac{-\rho^2}{\omega^2}\right], \quad (1)$$

式中 $\omega$ 是入射到椭圆孔径上的高斯光束的光腰。 $A_0$ 是常数,为了方便之后的计算,设 $A_0=1$ 。

利用复高斯函数展开法<sup>[17]</sup>将椭圆孔径光阑展开为

$$X_{\text{ellip}}(\rho, \theta) = \sum_{h=0}^N \left\{ A_h \exp\left[\left(\frac{-B_h \rho^2 \cos^2 \theta}{a^2} - \frac{-B_h \rho^2 \sin^2 \theta}{b^2}\right)\right] \right\}, \quad (2)$$

式中 $a, b$ 为椭圆孔径长短轴半径。 $A_h$ 和 $B_h$ 是展开系数,可以通过计算机优化的方法得到, $N$ 为展开项数,取 $N=10$ 即可精确计算。

根据菲涅耳衍射积分理论,通过椭圆孔径的平面波入射轴棱锥后的近似无衍射光场在圆柱坐标系下可以表示为

$$E_1(r, \varphi, z) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} X_{\text{ellip}}(\rho, \theta) \exp\left(\frac{-\rho^2}{\omega^2}\right) \exp[-ik(n-1)\gamma\rho] \exp\left\{i\frac{k}{2z}[\rho^2 + 2\rho r \cos(\varphi - \theta)]\right\} \rho d\rho d\theta, \quad (3)$$

式中 $\exp[-ik(n-1)\gamma\rho]$ 是轴棱锥的振幅透过率函数, $\gamma$ 是轴棱锥的底角, $n$ 是轴棱锥的折射率, $\lambda$ 是入射光波的波长,波数 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 。

为了进一步的计算(3)式的衍射积分,利用<sup>[18]</sup>

$$\exp(iz \cos \varphi) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i^k J_k(z) \exp(ik\varphi), \quad (4)$$

求得轴棱锥后的近似无衍射光场的分布的表达式为

$$E_1(r, \varphi, z) = -i\frac{k}{z} \exp(ikz) \exp\left(ik\frac{r^2}{2z}\right) \sum_{h=0}^N \left\{ A_h \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left\{ \exp(i2p\varphi) \int_0^{\infty} \rho \exp\left[-W_h\left(\frac{\alpha_h+1}{2}\right)\rho^2\right] \exp(-ik\beta\rho) \left\{ I_p\left[\frac{W_h(\alpha_h-1)\rho^2}{2}\right] J_{2p}\left(\frac{k\rho r}{z}\right) d\rho \right\} \right\} \right\}, \quad (5)$$

利用稳相法<sup>[19]</sup>近似后,(5)式可以表示为

$$E_1(r, \varphi, z) = i\sqrt{2\pi kz} \exp\left[\frac{ik}{2z}(z\beta)^2\right] \beta \exp(ik\beta^2 z) \exp(ikz) \exp\left(ik\frac{r^2}{2z}\right) \times \sum_{h=0}^N \left\{ A_h \exp\left[-W_h\left(\frac{\alpha_h+1}{2}\right)(z\beta)^2\right] \sum_{p=-\infty}^{\infty} \exp(i2p\varphi) \left\{ I_p\left[\frac{W_h(\alpha-1)(z\beta)^2}{2}\right] J_{2p}(k\beta r) \right\} \right\}, \quad (6)$$

式中  $\beta=(n-1)\gamma$ ,  $\alpha_h = \frac{a^2(b^2 + \omega^2 B_h)}{b^2(a^2 + \omega^2 B_h)}$ ,  $W_h = \frac{1}{\omega^2} + \frac{B_h}{a^2}$ ,  $\omega$  为入射光腰半径,  $I_n$  是第一类  $n$  阶修正贝塞尔函数,  $J_n$  是第一类  $n$  阶贝塞尔函数。其中, 由于  $I_p \left[ \frac{W_h(\alpha-1)(z\beta)^2}{2} \right]$  的模随着  $|p|$  增大而快速衰减, 当  $p=50$  时,  $I_{50}$  达到  $10^{-11}$  量级, 因此可以只求前 50 项, 忽略其高阶项。根据(6)式, 利用计算机对轴棱锥后无衍射光场的在不同传播距离处的截面光强分布进行模拟。光源采用氦氖激光器波长  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ , 轴棱锥折射率  $n = 1.458$ , 底角  $\gamma = 1^\circ$ , 入射到椭圆孔径上高斯光束的光腰半径  $\omega = 6 \text{ mm}$ , 椭圆长短轴半径分别为  $a = 5 \text{ mm}$ ,  $b = 1.5 \text{ mm}$ , 通过计算得到如图 1 所示的模拟图。通过公式<sup>[12]</sup>  $z = \frac{a}{(n-1)\gamma}$ , 计算出无衍射光束的最大无衍射距离为  $625 \text{ mm}$ 。

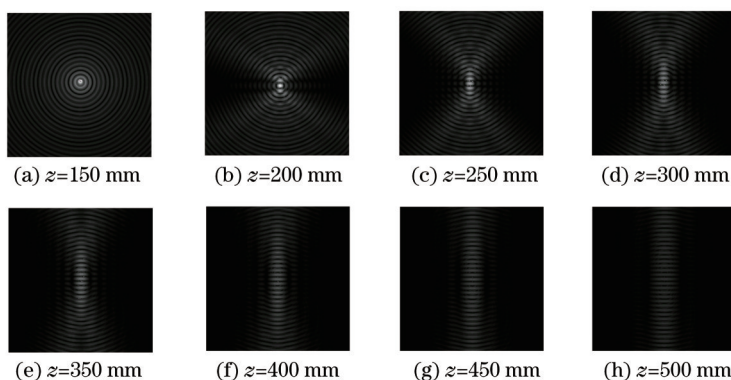


图 1 无衍射光场在不同传播距离处的截面光强分布

Fig.1 Transverse intensity distribution of a non-diffracting beam in different propagation distances

图 1 清晰地描绘了平面波经椭圆孔径与轴棱锥系统后从类似贝塞尔光变化成类似具有马丢光束特征的带状无衍射光束的过程。随着传播距离  $z$  的变化, 类似贝塞尔光逐渐演变成上下对称的扇形光强分布; 随着  $z$  的增大, 扇形面积渐渐缩小, 形成了条带状的光强分布。这是由于随着传播距离  $z$  的变大,  $I_p \left[ \frac{W_h(\alpha-1)(z\beta)^2}{2} \right]$  的值衰减变慢, 高阶项权重变大, 此时光强叠加项增加, 光强分布从类似贝塞尔光演化至类似马丢光束的带状无衍射光束。

### 3 实验验证

图 2 为设计的实验光路图, 波长为  $632.8 \text{ nm}$  的氦氖激光光束通过由  $f_1$  和  $f_2$  组成的准直扩束系统, 入射到椭圆硬边孔径, 在轴棱锥后产生具有马丢光束特征的带状无衍射光束。其中  $f_1 = 15 \text{ mm}$ ,  $f_2 = 190 \text{ mm}$ , 轴棱锥的折射率  $n = 1.458$ , 底角  $\gamma = 1^\circ$ , 椭圆长短轴半径分别为  $a = 5 \text{ mm}$ ,  $b = 1.5 \text{ mm}$ 。

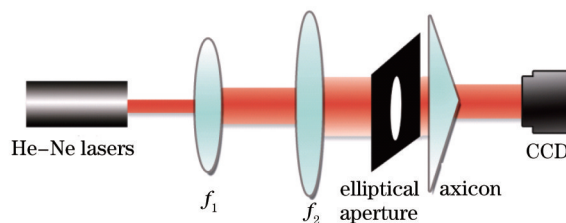


图 2 产生无衍射光束实验光路图

Fig.2 Experimental schematic diagram to obtain non-diffracting beam

用体式显微镜观察轴棱锥后的光强分布并用电荷耦合器件(CCD)相机拍摄到了轴棱锥后无衍射光束在不同传播距离处光场的截面光强分布, 如图 3 所示。

从图 3 可以清楚地看到, 高斯光束通过椭圆孔径与轴棱锥系统后, 在  $z = 150 \text{ mm}$  处形成类似于近似无衍射贝塞尔光场的强度分布, 随着传播距离  $z$  的增加, 光强渐渐变弱, 在  $z = 200 \text{ mm}$  处形成上下对称的扇形光场分

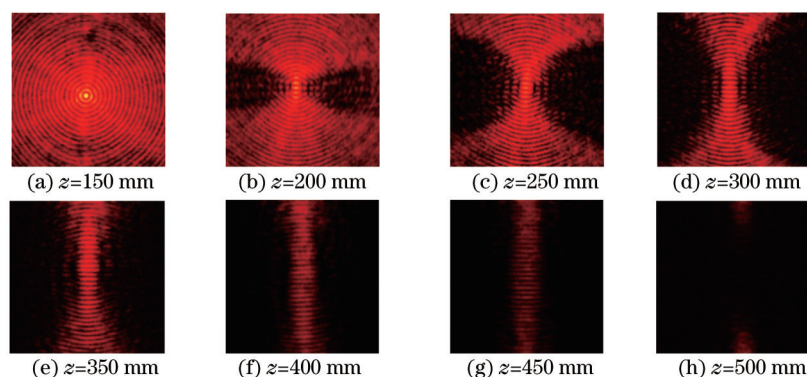


图3 在不同传播距离处的截面光强分布实验图

Fig.3 Experimental pictures of transverse intensity distribution in different propagation distances

布,此后随着 $z$ 的增大扇形面积减小,在 $z=350$  mm处形成了带状的光场分布。随传播距离 $z$ 的变化,近似无衍射光场的分布过渡到类似于无衍射马丢光束光场分布,形成带状的无衍射光束。比较图3和图1可以看出,实验拍摄得到的带状无衍射光束对应位置的光斑图与其对应位置的理论模拟基本吻合。

## 4 结 论

基于菲涅耳衍射理论,利用硬边孔径的复高斯函数展开法,研究了椭圆孔径与轴棱锥系统的光学传输特性,并利用计算机数值模拟了轴棱锥后无衍射光场在不同传播距离处的截面光强分布。从模拟结果可以直观地观察到整个过程中光强变化情况,理论和实验均表明高斯平面波经椭圆与轴棱锥系统后可以产生具有马丢光束特征的带状无衍射光束。

## 参 考 文 献

- 1 J Durnin, J J Miceli, J H Eberly. Diffraction-free beams [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(15): 1499-1501.
- 2 K D Leake, A R Hawkins, H Schmidt. All-optical particle trap using orthogonally intersecting beams [J]. Photonics Research, 2013, 1(1): 47-51.
- 3 Liu Bin, Wu Fengtie, Jiang Xinguang. Particles manipulation in multi-plane using non-diffracting Bessel beam [J]. Chinese J Lasers, 2009, 36(2): 379-382.  
刘 彬,吴逢铁,江新光.利用无衍射贝塞耳光束多层面操控微粒[J].中国激光,2009,36(2): 379-382.
- 4 T A Planchon, L Gao, D E Milkie, *et al.*. Rapid three-dimensional isotropic imaging of living cells using Bessel beam plane illumination [J]. Nature Methods, 2011, 8(5): 417-423.
- 5 He Xi, Du Tuanjie, Wu Fengtie. Optical bottle beam generated by a new type of light emitting diode lens [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(7): 074201.  
何 西,杜团结,吴逢铁.新型发光二极管透镜产生局域空心光束[J].物理学报,2014,63(7): 074201.
- 6 Juanjuan Zheng, Baoli Yao, Yanlong Yang, *et al.*. Investigation of Bessel beam propagation in scattering media with scalar diffraction method [J]. Chin Opt Lett, 2014, 11(11): 112601.
- 7 Wu Fengtie, Cheng Zhiming, Wang Tao, *et al.*. Phase on axis analysis of the Bessel beam and self-imaged bottle beam [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(3): 0326001.  
吴逢铁,程治明,王 涛,等.贝塞尔光束和自成像局域空心光束的轴上相位分析[J].光学学报,2013,33(3): 0326001.
- 8 He Xi, Wu Fengtie, Li Pan, *et al.*. High order Bessel beams generated by using incoherent LED light source [J]. Science China-Physics Mechanics & Astronomy, 2014, 44(7): 705-711.  
何 西,吴逢铁,李 攀,等.非相干LED光源产生高阶Bessel光束[J].中国科学:物理学 力学 天文学,2014,44(7): 705-711.
- 9 G Wu, F Wang, Y Cai. Generation and self-healing of a radially polarized Bessel-Gauss beam [J]. Phys Rev A, 2014, 89(4): 043807.
- 10 V Arrizón, U Ruiz, D Aguirre-Olivas, *et al.*. Comparing efficiency and accuracy of the kinoform and the helical axicon as Bessel-Gauss beam generators [J]. J Opt Soc Am A, 2014, 31(3): 487-492.
- 11 J C Gutiérrez-Vega, M D Iturbe-Castillo, S Chávez-Cerda. Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams [J].

- Opt Lett, 2000, 25(20): 1493–1495.
- 12 J C Gutiérrez–Vega, M D Iturbe–Castillo, G A Ramirez, *et al.*. Experimental demonstration of optical Mathieu beams [J]. Opt Commun, 2001, 195(1): 35–40.
- 13 Fang Xiang, Wu Fengtie, Cheng Zhiming. One detachable combined axicon for generating different types of bottle beam [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(8): 0826002.  
方 翔, 吴逢铁, 程治明. 产生不同类型局域空心光束的可拆式组合轴棱锥[J]. 光学学报, 2012, 32(8): 0826002.
- 14 M A Porras, R Borghi, M Santarsiero. Relationship between elegant Laguerre–Gauss and Bessel–Gauss beams [J]. J Opt Soc Am A, 2001, 18(1): 177–184.
- 15 Li Dong, Wu Fengtie, Xie Xiaoxia. A novel method for generating quasi–non–diffracting Mathieu beam based on axicon [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(15): 152401.  
李 冬, 吴逢铁, 谢晓霞. 基于轴棱锥产生近似无衍射 Mathieu 光束的新方法[J]. 物理学报, 2014, 63(15): 152401.
- 16 M Anguiano–Morales, A Martínez, M David Iturbe–Castillo, *et al.*. Different field distributions obtained with an axicon and an amplitude mask [J]. Opt Commun, 2008, 281(3): 401–407.
- 17 J J Wen, M A Breazeale. A diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams[J]. J Acoust Soc Am, 1988, 83(5): 1752–1756.
- 18 A Chafiq, Z Hricha, A Belafhal. A detailed study of Mathieu–Gauss beams propagation through an apertured *ABCD* optical system [J]. Opt Commun, 2006, 265(2): 594–602.
- 19 A Burvall. Axicon Imaging by Scalar Diffraction Theory [D]. Stockholm: Royal Institute of Technology, 2004. 17–19.

栏目编辑: 苏 岑