基于前方交会的5点相对定向

张征宇^{1,2} 朱 龙² 黄叙辉¹ 赖瀚轩² 赵 涛² ¹中国空气动力研究与发展中心空气动力学国家重点实验室,四川 绵阳 621000 ²西南科技大学信息工程学院,四川 绵阳 621010

摘要 5点相对定向是摄影测量与机器视觉的经典问题,传统的5点相对定向方法采用多项式求解技术,导致了解的多样性。为此,研究了基于前方交会约束的5点相对定向方法,建立包含前方交会约束的同名像点共面条件方程,推导求解5点相对定向问题的最优化目标函数,并采用最小二乘广义逆法求解。非量测相机Nikon D80的8组5点相对定向实验结果表明,该方法仅利用5个同名像点即可获得两张像片的相对位置(相对定向)立体模型,在测量长度为0.92 m的标尺三维(3D)长度时,其误差的标准不确定度为0.28±0.24 mm,与现有的5点算法相比,该方法无需排解即可确保5对同名射线对对相交,并且求解精度高,稳健性好,有实用价值。 关键词 机器视觉;五点算法;共面方程;相对定向;视频测量 中图分类号 TP391.41 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201535.0115001

Five-Point Relative Orientation Based on Forward Intersection

Zhang Zhengyu^{1, 2} Zhu Long² Huang Xuhui¹ Lai Hanxuan² Zhao Tao²

¹State Key Laboratory of Aerodynamics, High Speed Aerodynamics Research Institute of China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang, Sichuan 621000, China

²School of Information Engineering, Southwest University of Science and Technology, Mianyang, Sichuan 621010, China

Abstract The algorithm of five-point relative orientation is a classical problem for photogrammetry and computer vision. The polynomial is used by the traditional method of five-point relative pose, which causes the polysemia. Therefore, a new method of five-point relative orientation based on the forward intersection is presented, the coplanar equations with forward intersection constraints are set up, whose optimization function is derived, and the least square generalized inverse method is employed to achieve relative orientation parameters with five homologous points. This method has been demonstrated by 8 groups of experiments which use nonmetric camera Nikon D80, the relative three dimensional (3D) model successfully only with 5 homologous points of two images with different view angles, and the standard uncertainty of measured errors for the two given rules (0.92 m) is $0.28 \pm 0.24 \text{ mm}$. Compared with the existing five-point algorithm, this method can ensure the intersections for the five homologous rays without polysemia, its accuracy and robustness is good, and has practical value.

Key words machine vision; five-point algorithm; coplanar equations; relative orientation; videogrammetry **OCIS codes** 150.1135; 150.1488; 150.3040; 150.4620; 150.6910

1 引 言

相机标定是光学成像测量(如视频测量、机器视觉)研究领域的热点问题之一,是实现高精度光学成像测量的基础^[1-15]。目前相机标定方法可分为三类:

收稿日期: 2014-06-20; 收到修改稿日期: 2014-07-23

基金项目: 国家自然科学基金(51075385,11472297)

作者简介:张征宇(1971—),男,博士,研究员,主要从事光学测量及其在风洞实验中的应用等方面的研究。

E-mail: zzyxjd@163.com

本文电子版彩色交果请详见中国光学期刊网 www.opticsjournal.net

1) 传统相机标定法,通过建立精密加工的标定块上已知三维(3D)坐标点与其像点间的对应关系,计算摄像 机的内外参数。该方法的优点在于可以获得较高的精度,但不适用于在线标定和不能使用标定块的场合;

2) 基于主动视觉的标定方法,需要控制摄像机做精确的特殊运动(如绕光心旋转或纯平移等),以计算内 外参数。该方法的优点是算法简单,往往能获得线性解,缺点是不适用于摄像机运动未知或无法控制的场合;

3) 自标定方法,利用不同角度获得的同名像点间的对极几何关系(即同名像点共面),计算出摄像机内 外参数。

自标定方法因无需加工和维护成本很高的精密标定板,也不用制作高精度摄像机运动平台,仅通过不同视角的同一场景图像实现摄像机标定,成为研究热点^[1-3,9-13]。

共面条件方程^[1-39-15]是摄像机自标定的理论基础,如五点算法、七点算法和八点算法^[4,13]等的核心均是同 名像点的共面条件方程。其中五点算法具有以下优势而被广泛关注^[4,13,16]:1)五点算法具有更少的退化形式, 譬如,对平面场景不退化,但八点算法退化;2)当五点算法与一致随机取样(RANSAC)结合使用时,较七点与 八点算法更高效;3)五点算法的实现精度高于八点算法;4)五点算法需要设置的标记点更少。

但是,按照摄影测量学的相对定向理论^[15],同名射线对对相交才是相对定向成功的标志。因此,仅依赖 5个同名像点的共面条件方程,难以确保本质矩阵求解成功:

1) 现有的五点算法因采用多项式求解技术,存在多个解而非唯一解,存在误解的排除问题[4.13.16-17];

2)5个同名像点的共面不能确保这5对同名射线对对相交,导致本质矩阵求解失败、相对定向失败。

为此,本文研究了基于前方交会约束的5点相对定向方法,建立包含前方交会约束的同名像点共面条件 方程,研究其数值计算方法,通过非量测相机的5点相对定向测量实验,验证本文方法的正确性。

2 基于前方交会的相对定向

2.1 引入前方交会约束的共面方程

如图 1 所示,將左像片与右像片分别记为 *I*'和 *I*'',將像对 *I*'和 *I*''上的同名点记为集合 *P*,对于 $\forall P_i \in P$, $P_i \in I'$ 上的像点为 $p'_i, P_i \in I''$ 上的像点为 $p'_i; C'x'y'z'$ 和 C''x''y'z''分别为*I*'和*I*''的像空间坐标系,*C'* $(<math>X_{s1}, Y_{s1}, Z_{s1}$)和 *C''*(X_{s2}, Y_{s2}, Z_{s2})分别为坐标系 *C'x'y'z'*与坐标系 *C''x''y'z'*的坐标原点, *C''*在 *C'x'y'z'*中的坐标为 (bx, by, bz), p'_i 和 p'_i 在 *C'x'y'z'*中的坐标分别为 (u', v', w') 和 (u'', v'', w''),则 p'_i 和 p'_i 的共面方程为

$$f(p_i) = \begin{vmatrix} bx & by & bz \\ u' & v' & w' \\ u'' & v'' & w'' \end{vmatrix} = 0,$$
 (1)

式中

$$\begin{cases} [u',v',w']^{\mathrm{T}} = [x_{i}' - x_{0},y_{i}' - y_{0},-f]^{\mathrm{T}} \\ [u'',v'',w'']^{\mathrm{T}} = R \times [x_{i}'' - x_{0},y_{i}'' - y_{0},-f]^{\mathrm{T}} \end{cases}$$
(2)

 x_0, y_0, f 为内方位元素, (x'_i, y'_i) 与 (x'_i, y'_i) 分别为同名点 p'_i 和 p'_i 的像平面坐标, R 为 C''x''y''z''相对于 C'x'y'z'的 三个角元素 $(\varphi, \omega, \kappa)$ 组成的旋转矩阵。



图 1 同名点的对极几何关系 Fig.1 Epipolar geometry of the homologous points

0115001-2

光学学报

在 C'x'y'z' 坐标系中,对于给定的第 i 对同名射线 $\overline{C'P_i}$ 和 $\overline{C'P_i}$ 的直线方程为

$$\begin{cases} \frac{x}{n_x'} = \frac{y}{n_y'} = \frac{z}{n_z'} \\ \frac{x - u''}{n_x'} = \frac{y - v''}{n_y'} = \frac{z - w''}{n_z'} \end{cases}$$
(3)

式中

$$\begin{cases} n'_{x} = u', n'_{y} = v', n'_{z} = w' \\ n'_{x} = bx - u'', n'_{y} = by - v'', n'_{z} = bz - w'' \end{cases}$$
(4)

 $\overline{C'P_i}$ 和 $\overline{C'P_i}$ 的承影面^[15](C'x'y'z'坐标系中 $Z = H_i$ 的平面)为使视差^[15]

$$Q_{i} = \sqrt{Q_{ix}^{2} + Q_{iy}^{2}} = \sqrt{\left(\frac{n_{z}^{'} n_{x}^{'} - n_{z}^{'} n_{x}^{'}}{n_{z}^{'} n_{z}^{'}}H_{i}^{'} + u^{''} - \frac{n_{x}^{'}}{n_{z}^{'}}w^{''}\right)^{2} + \left(\frac{n_{z}^{'} n_{y}^{'} - n_{z}^{'} n_{y}^{'}}{n_{z}^{'} n_{z}^{'}}H_{i}^{'} + v^{''} - \frac{n_{y}^{'}}{n_{z}^{'}}w^{''}\right)^{2},$$
(5)

取得最小值的平面,则由 dQ/dH;=0 推出

$$H_{i} = \frac{n_{z}^{'} n_{z}^{"} (u^{''} + w^{''}) - n_{z}^{'} (n_{y}^{"} + n_{x}^{"}) w^{''}}{n_{z}^{"} n_{x}^{'} - n_{z}^{'} n_{x}^{"} + n_{z}^{"} n_{y}^{'} - n_{z}^{'} n_{y}^{"}}.$$
(6)

综上,对于给定第 i 对同名点 pi 和 pi 的前方交会约束的共面方程可表达为

$$\min G(x) = |f(p_i)|,$$

$$s.t \begin{cases} H_i < 0 \\ H_i < bz, \quad i = 0, 1 \cdots, n-1, \\ Q_i = 0 \end{cases}$$
(7)

式中 s.t 为优化理论中的约束条件。因 bx 只涉及相对定向模型的比例尺,即 bx,by,bz 只有两个独立参数,不 妨加入一个基线长度为1的约束

$$bx^2 + by^2 + bz^2 = 1, (8)$$

当 n=5 时,(7)式即为前方交会约束的5点相对定向目标函数。

2.2 方程求解

采用非线性方程组最小二乘解的广义逆法求解(1)式,并在其最小二乘解的迭代公式中加入(9)式中的前 交约束,设向量 $X = (bx, by, bz, \phi, \omega, \kappa)$,则雅可比(Jacobi)矩阵表达为

$$\boldsymbol{J}(X) = \begin{cases} \frac{\partial f(p_0)}{\partial by} & \frac{\partial f(p_0)}{\partial bz} & \frac{\partial f(p_0)}{\partial \phi} & \frac{\partial f(p_0)}{\partial \omega} & \frac{\partial f(p_0)}{\partial \kappa} \\ \frac{\partial f(p_1)}{\partial by} & \frac{\partial f(p_1)}{\partial bz} & \frac{\partial f(p_1)}{\partial \phi} & \frac{\partial f(p_1)}{\partial \omega} & \frac{\partial f(p_1)}{\partial \kappa} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f(p_{n-1})}{\partial by} & \frac{\partial f(p_{n-1})}{\partial bz} & \frac{\partial f(p_{n-1})}{\partial \phi} & \frac{\partial f(p_{n-1})}{\partial \omega} & \frac{\partial f(p_{n-1})}{\partial \kappa} \end{cases} \end{cases}$$
(9)

最小二乘解的迭代公式为

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - a_k Z^{(k)}, \tag{10}$$

式中 $Z^{(k)}$ 为线性方程组 $J^{(k)}Z^{(k)} = F^{(k)}$ 的线性最小二乘解, $J^{(k)} 为 k$ 次迭代值 $X^{(k)}$ 的雅可比矩阵; $F_i^{(k)}$ 为考虑前交 约束的 k 次迭代矩阵 $F^{(k)}$ 的第 i 个元素,表达式为

$$\begin{cases} F_i^{(k)} = \left[\left[f^{(k)}(p_i) \right] + Q_i^{(k)} \right] / 2 \\ H_i^{(k)} < 0 \\ H_i^{(k)} < b z^{(k)} \end{cases}, \tag{11}$$

式中 $H_i^{(k)}$ 是将 $X^{(k)}$ 代入(6)式的计算值, $Q_i^{(k)}$ 为将 $X^{(k)}$ 和 $H_i^{(k)}$ 代入(5)式的计算值, a_k 为使

0115001-3



(12)

取得最小值的点。采用有理极值法求解 a_k。

3 实 验

实验采用非量测相机 Nikon D80 单反相机(分辨率为 3872 pixel×2592 pixel), Nikon 24 mm 定焦镜头, 以自由拍摄方式, 从不同视角拍摄包含 2 标尺及其他 8 个编码点的照片。如图 2 所示, 标尺 1 的编码点分别为 1919 和 255, 标尺 2 的编码点分别为 1407 和 895, 两个标尺长度采用计量级三坐标测量机标定, 分别为 917.233 mm 和 920.604 mm, 标尺 1 和标尺 2 的长度比值 L_R为 0.996。

采用 Microsoft Visual Studio 2008 开发了前方交会约束的 5 点相对定向软件,图 2 是该软件处理表 1 中 3 对像对的界面,图中绿色数字为编码点编号,红色数字为选中的编码点编号,5 点定向选择的编码点为 861、1919、1407、255、895。



图 2 本文软件的界面。(a) 像对 40、38;(b) 像对 46、39

Fig.2 Software UI in this paper. (a) Stereo images numbered 40 and 38; (b) stereo images numbered 46 and 39

表1和表2分别为无前交约束方法和本文方法解得的8组5点相对定向结果。表3中 Q_x、Q_y分别表示同 名光线与承影面的交点在水平、垂直方向的视差。表1和表2中的Q_{Max}为5个同名点的最大视差,用于说明 (7)式前方交会约束的效果。表1中 V_{Max}为5个同名点中(1)式计算结果的最大值,用于说明5个同名点的共面 程度。

对比表1和表2可以发现:像对1、6和7的相对定向结果较为接近,表1其余的5个像对定向结果均不正确, 其中表1中像对4不满足前方交会条件[如图3(a)和3(b)],表1中像对2、3、5和8虽然满足(7)式中的约束条件,但 Q_{Max} 较大,其解为满足(1)式的最优解,即5个同名像点共面的最优解,其典型代表为像对8[如图4(a)和4(b)]。

从5个同名点的共面程度上看,在表1中 V_{Max} 为3.43×10⁻⁴~5.19×10⁻³,表2中 V_{Max} 为4.38×10⁻⁴~3.108×10⁻²,表2最小值较表1大一个数量级;从 Q_{Max} 所表达前方交会效果上看,在表1中 Q_{Max} 为1.10×10⁻³~1.44×10⁻¹mm,

表 2 中 Q_{Max} 为 5.98×10⁻⁴~1.07×10⁻² mm,表 2 的最大前交误差较表 1 小一个数量级,按照同名射线对对相交才是相对定向成功的标志,本文提出的 5 点相对定向结果更正确。

Table 1 Relative orientation parameters without constraint of forward intersection

Image pair	bx /mm	by /mm	bz /mm	φ /arc	ω /arc	κ /arc	LR	$Q_{\rm Max}$	V_{Max}
1	0.868	0.368	-0.333	-0.336	0.097	0.520	0.986	0.0039	0.0034
2	0.873	-0.112	-0.423	-0.641	0.103	2.961	1.089	0.0100	0.00186
3	0.745	0.380	-0.121	-0.346	-0.113	0.735	0.854	0.0016	0.00056
4	0.461	-0.153	0.256	0.048	0.045	-0.753	0.222	0.1440	0.00191
5	0.741	0.016	-0.596	-0.774	0.043	1.197	1.073	0.0019	0.00127
6	0.831	0.190	-0.403	-0.703	-0.096	-2.227	1.004	0.0066	.00441
7	0.913	-0.122	-0.410	-0.710	0.112	0.463	1.001	0.0011	0.00074
8	0.859	0.199	-0.371	0.015	0.023	1.249	0.364	0.0173	0.00519

表2 有前交约束求得的相对定向元素

Table 2 Relative orientation parameters with the constraint of forward intersection

Image pair	bx /mm	by /mm	<i>bz</i> /mm	φ /arc	ω /arc	κ /arc	LR	$Q_{\scriptscriptstyle \mathrm{Max}}$	V_{Max}
1	0.868	0.3776	-0.322	-0.341	-0.103	0.520	0.995	0.0013	0.00044
2	0.893	-0.240	-0.381	-0.774	0.186	3.015	0.997	0.0117	0.02605
3	0.915	0.058	-0.398	-0.459	0.028	0.779	0.997	0.0204	0.03108
4	0.974	0.065	0.217	-0.396	0.003	-0.747	0.997	0.0006	0.01358
5	0.869	0.304	-0.390	-0.694	-0.158	1.051	0.997	0.0095	0.02204
6	0.831	0.408	-0.378	-0.558	-0.198	-2.308	0.997	0.0112	0.00576
7	0.943	-0.108	-0.314	-0.495	0.079	0.455	0.997	0.0107	0.00655
8	0.922	0.289	-0.258	-0.247	0.054	1.247	0.996	0.0123	0.00379



图3 像对4相对定向前方交会结果。(a)无前交约束;(b)有前交约束;

Fig.3 Forward intersection result of the 4th stereo images pair. (a) Without forward intersection constraint; (b) with forward intersection constraint

为了进一步验证本文方法的正确性,用表1和表2的定向结果计算标尺比 L_R,L_R的绝对误差如图5所示,从图中可知像对1、6、7使用两种方法求解均能得到正确的结果,但是本文算法绝对误差更小[图5(b)],三 组实验的平均绝对误差小7.67×10⁻³,表明长度为920 mm目标的三维长度绝对误差减少7.1 mm;其余无前交 约束像对则因相对定向元素求解失败,导致 L_R的计算值出现较大误差,而本文方法依然准确,表明本文方 法求得的标尺比绝对误差小,并且更加稳定。

n	1	1	5	0	0	1	-6
υ	т	т	υ	υ	υ	т	-0

另一方面,如表4所示,用标尺1分别对表1与表2中的相对定向结果进行绝对定向,得到标尺2的测量 值;同理用标尺2进行绝对定向得到标尺1的测量值。由表4可知,利用标尺2绝对定向后测得标尺1的平

	\mathbf{D} : \mathbf{N}	Without constra	int of forward inters	section (Table 1)	With constrain	t of forward interse	ecton (Table 2)
Image pair	Point No.	Q_x /mm	Q_y /mm	Q /mm	Q_x /mm	Q_y /mm	Q/mm
	1	3.50×10 ⁻⁴	-3.92×10^{-3}	3.94×10 ⁻³	4.50×10 ⁻⁴	-1.11×10^{-3}	1.20×10^{-3}
	2	1.00×10^{-5}	3.30×10 ⁻⁴	3.30×10 ⁻⁴	-4.30×10^{-4}	1.17×10 ⁻³	1.25×10^{-3}
	3	-1.00×10^{-5}	2.32×10 ⁻³	2.32×10 ⁻³	-4.10×10^{-4}	1.20×10 ⁻³	1.27×10^{-3}
1	4	-7.00×10 ⁻⁵	3.70×10 ⁻⁴	3.77×10 ⁻⁴	2.70×10 ⁻⁴	-6.00×10^{-4}	6.58×10 ⁻⁴
	5	-1.60×10^{-4}	9.20×10 ⁻⁴	9.34×10 ⁻⁴	-4.00×10 ⁻⁵	7.00×10 ⁻⁵	8.06×10 ⁻⁵
	1	-1.15×10 ⁻³	-9.98×10 ⁻³	1.00×10^{-2}	-1.28×10^{-3}	-1.10×10^{-2}	1.11×10^{-2}
	2	-1.65×10^{-3}	6.82×10 ⁻³	7.02×10 ⁻³	2.72×10 ⁻³	1.14×10 ⁻²	1.17×10^{-2}
	3	-2.00×10^{-5}	-1.20×10^{-4}	1.22×10 ⁻⁴	1.35×10 ⁻³	1.14×10 ⁻²	1.15×10^{-2}
2	4	4.40×10 ⁻⁴	8.14×10 ⁻³	8.15×10 ⁻³	1.10×10 ⁻⁴	-2.16×10 ⁻³	2.16×10 ⁻³
	5	-3.90×10 ⁻⁴	3.89×10 ⁻³	3.91×10 ⁻³	-1.04×10^{-3}	-1.10×10 ⁻²	1.10×10^{-2}
	1	9.00×10 ⁻⁵	-1.90×10 ⁻⁴	2.10×10 ⁻⁴	-2.24×10^{-3}	7.10×10 ⁻³	7.44×10 ⁻³
	2	4.60×10 ⁻⁴	-9.00×10^{-4}	1.01×10 ⁻³	7.01×10 ⁻³	-1.43×10^{-2}	1.59×10^{-2}
	3	-6.70×10 ⁻⁴	1.46×10 ⁻³	1.61×10 ⁻³	-5.18×10 ⁻³	1.95×10 ⁻²	2.02×10^{-2}
3	4	4.00×10 ⁻⁴	-8.30×10 ⁻⁴	9.21×10 ⁻⁴	-4.94×10 ⁻³	1.98×10 ⁻²	2.04×10^{-2}
	5	-3.10×10 ⁻⁴	5.70×10 ⁻⁴	6.49×10 ⁻⁴	3.86×10 ⁻³	-9.02×10 ⁻³	9.81×10 ⁻³
	1	1.70×10 ⁻²	4.43×10 ⁻²	4.74×10 ⁻²	2.10×10 ⁻⁴	-5.30×10 ⁻⁴	5.70×10 ⁻⁴
	2	1.30×10 ⁻⁴	2.90×10 ⁻⁴	3.18×10 ⁻⁴	-1.90×10^{-4}	4.50×10 ⁻⁴	4.88×10 ⁻⁴
	3	4.57×10 ⁻³	1.43×10 ⁻¹	1.44×10 ⁻¹	-1.80×10^{-4}	5.70×10 ⁻⁴	5.98×10 ⁻⁴
4	4	5.24×10 ⁻³	2.19×10 ⁻²	2.25×10 ⁻²	-1.90×10^{-4}	4.80×10 ⁻⁴	5.16×10 ⁻⁴
	5	-1.91×10 ⁻³	-4.54×10 ⁻³	4.93×10 ⁻³	-2.10×10 ⁻⁴	4.00×10 ⁻⁴	4.52×10 ⁻⁴
	1	-7.00×10 ⁻⁵	-1.85×10 ⁻³	1.85×10 ⁻³	-1.72×10 ⁻³	3.97×10 ⁻³	4.33×10 ⁻³
	2	0	-3.00×10 ⁻⁵	3.00×10 ⁻⁵	-2.93×10 ⁻³	7.89×10 ⁻³	8.42×10 ⁻³
	3	1.40×10^{-4}	9.50×10 ⁻⁴	9.60×10 ⁻⁴	3.64×10 ⁻³	-8.27×10^{-3}	9.04×10 ⁻³
5	4	2.00×10 ⁻⁵	2.80×10 ⁻⁴	2.81×10 ⁻⁴	-3.95×10 ⁻³	8.62×10 ⁻³	9.48×10 ⁻³
	5	-8.00×10^{-5}	5.60×10 ⁻⁴	5.66×10 ⁻⁴	3.22×10 ⁻³	-7.47×10 ⁻³	8.13×10 ⁻³
	1	1.22×10 ⁻³	-6.47×10 ⁻³	6.58×10 ⁻³	4.10×10 ⁻³	-9.14×10 ⁻³	1.00×10^{-2}
	2	2.10×10 ⁻⁴	6.90×10 ⁻⁴	7.21×10^{-4}	1.89×10 ⁻³	-3.17×10 ⁻³	3.69×10 ⁻³
	3	-4.80×10 ⁻⁴	3.69×10 ⁻³	3.72×10 ⁻³	2.51×10 ⁻³	-5.97×10 ⁻³	6.48×10 ⁻³
6	4	-7.00×10 ⁻⁵	5.40×10 ⁻⁴	5.45×10 ⁻⁴	-3.83×10 ⁻³	1.06×10 ⁻²	1.12×10^{-2}
	5	-8.60×10^{-4}	3.07×10 ⁻³	3.19×10 ⁻³	5.03×10 ⁻³	9.44×10 ⁻³	1.07×10^{-2}
	1	1.50×10 ⁻⁴	1.09×10 ⁻³	1.10×10 ⁻³	-5.40×10 ⁻⁴	-1.42×10 ⁻³	1.52×10 ⁻³
	2	0	1.60×10^{-4}	1.60×10^{-4}	2.23×10 ⁻³	8.80×10 ⁻³	9.08×10 ⁻³
	3	-6.00×10^{-5}	8.10×10 ⁻⁴	8.12×10 ⁻⁴	-3.28×10 ⁻³	-1.02×10^{-2}	1.07×10^{-2}
7	4	1.00×10 ⁻⁵	4.00×10 ⁻⁵	4.12×10 ⁻⁵	4.66×10 ⁻³	9.41×10 ⁻³	1.05×10^{-2}
	5	-8.00×10^{-5}	-4.60×10^{-4}	4.67×10 ⁻⁴	-3.33×10 ⁻³	-8.77×10^{-3}	9.38×10 ⁻³
	1	-4.01×10 ⁻³	1.68×10 ⁻²	1.73×10 ⁻²	-3.22×10^{-3}	9.07×10 ⁻³	9.62×10 ⁻³
	2	3.30×10 ⁻⁴	-2.66×10^{-3}	2.68E-3	3.00×10 ⁻³	-1.01×10^{-2}	1.05×10 ⁻²
	3	1.53×10 ⁻³	-6.59×10 ⁻³	6.77×10 ⁻³	3.68×10 ⁻³	-1.05×10^{-2}	1.11×10^{-2}
8	4	1.57×10 ⁻⁴	-4.36×10 ⁻³	4.63×10 ⁻³	3.39×10 ⁻³	-7.77×10 ⁻³	8.48×10 ⁻³
	5	2.08×10 ⁻³	-8.16×10 ⁻³	8.42×10 ⁻³	4.37×10 ⁻³	-1.15×10^{-2}	1.23×10 ⁻²

光学学报 表3 8组实验的5码点视差数据 Table 3 Parallax of five code points in 8 experiments

均值为917.5 mm,均值误差的不确定度为0.3±0.2 mm;同理,利用标尺1绝对定向后测得标尺2的平均值为

920.3 mm,均值误差的不确定度为0.3±0.2 mm。结果表明对于非量测相机Nikon D80,采用本文方法可以得 到满意的测量精准度,从而验证了本文方法的有效性。



图4 像对8相对定向前方交会结果。(a)无前交约束;(b)有前交约束;

Fig.4 Forward intersection result of the 8th stereo images pair. (a) Without forward intersection constraint; (b) with forward intersection



constraint

图5 标尺比绝对误差对比。(a)所有像对绝对误差对比图;(b)成功像对绝对误差对比图

Fig.5 Comparison of absolute error of $L_{\rm R}$. (a) Absolute error of $L_{\rm R}$ of all stereo images; (b) absolute error of $L_{\rm R}$ of successful stereo images 表4 两个标尺长度测量结果

Table 4	Measured	results	of the	two r	ules'	3D	length

_	Image pair	1	2	3	4	5	6	7	8
	L2 /mm	921.8	920.0	920.0	920.0	920.0	920.0	920.0	920.9
	L1 /mm	916.0	917.8	917.8	917.8	917.8	917.8	917.8	916.9

4 结 论

建立了基于前方交会的5点相对定向方法,推导了包含前方交会约束的同名像点共面条件方程及其数 值计算方法。非量测相机 Nikon D80 的8组5点相对定向实验结果表明,该方法仅利用5个同名像点既可获 得两张像片的相对位置(相对定向)立体模型,在测量长度为920 mm的标尺3D长度时,误差的标准不确定度 为0.3±0.2 mm,与无约束5点相对定向方法相比,该方法无需排解即可确保5对同名射线对对相交,并且求解 精度高,稳健性好,有实用价值。

参考文献

1 Sun Nan, Zhang Liyan, Ye Nan, *et al.*. Calibration of binocular stereo measurement system based on calibration cross [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(4): 0412001.

孙 楠,张丽艳,叶 南,等.基于十字靶标的双目立体测量系统标定[J].光学学报,2012,32(4):0412001.

2 Liu Zhen, Shang Yanna. Novel calibration method for stereo vision sensor using flexible target [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(3):

03	1	5	0	0	1	,

刘 震, 尚砚娜. 立体视觉传感器的一种灵活靶标新标定方法[J]. 光学学报, 2013, 33(3): 0315001.

3 Zhang zhengyu, Huang Shijie, Luo Chuan, *et al.*. Nonlinear distortion correction of camera based on coplanar condition equations [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(1): 0115002.

张征宇,黄诗捷,罗 川,等.基于共面条件的摄像机非线性畸变自校正[J].光学学报,2012,32(1):0115002.

4 Wang Wenbin, Liu Guihua, Liu Xianyong, *et al.*. Two removal tactics of pseudo solutions for essential matrix five-point algorithm [J]. Opto-Electronic Engineering, 2010, 37(8): 46-52.

王文斌,刘桂华,刘先勇,等.本质矩阵五点算法伪解的两种剔除策略[J].光电工程,2010,37(8):46-52.

5 Zhang Zhengyu, Luo Chuan, Sun Yan, *et al.*. Experimental investigation on exterior orientation in vibration environment [J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics. 2011, 25(3): 56-59

张征宇,罗川,孙岩,等.振动环境中相机位置坐标与姿态角解算的实验研究[J].实验流体力学, 2011, 25(3): 56-59.

- 6 E Peng, L Li. Camera calibration using one-dimensional information and its applications in both controlled and uncontrolled environments [J]. Pattern Recognition, 2010, 43(3): 1188-1198.
- 7 G Wang, Q M Jonathan, W Zhang. Kruppa equation based camera calibration from homography induced by remote plane [J]. Pattern Recognition Letters, 2008, 29(16): 2137-2144.
- 8 P A Tresadern, I D Reid. Camera calibration from human motion [J]. Image and Vision Computing, 2008, 26(6): 851-862.
- 9 T Chaperon, J Droulez, G Thibault. Reliable camera pose and calibration from a small set of point and line correspondences: a probabilistic approach [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2011, 115(5): 576-585.
- 10 I Miyagawa, H Arai, H Koike. Simple camera calibration from a single image using five points on two orthogonal 1-D objects [J]. IEEE Trans Image Processing, 2010, 19(6): 1528-1538.
- 11 Z Zhao, Y Liu, Z Zhang. Camera calibration with three noncollinear points under special motions [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(12): 2393-2402.
- 12 D Nister. An efficient solution to the five-point relative pose problem [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(6): 756-770.
- 13 Yu Qifeng, Shang Yang. Videometics: Principles and Researches [M]. Beijing: Science Press, 2009. 53-71. 于起峰,尚 洋.摄影测量学原理与应用研究[M]. 北京:科学出版社, 2009. 53-71.
- 14 Li Deren, Wang Shugen, Zhou Yueqin. An Introduction to Photogrammetry and Remote Sensing [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2008. 38-62.

李德仁, 王树根, 周月琴. 摄影测量与遥感概论[M]. 北京: 测绘出版社, 2008. 38-62.

- 15 J Hedborg, M Felsberg. Fast iterative five point relative pose estimation [C]. IEEE Workshop on Robot Vision, 2013. 60-67.
- 16 Z Kukelova, M Bujnak, T Pajdla. Polynomial eigenvalue solutions to minimal problems in computer vision [J]. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine IntelligenceJuly, 2012, 34(7): 1381-1393.

栏目编辑:张浩佳